

以三階截除法求解垂直等溫平板上之混合對流凝結熱傳問題

張炯堡

南台科技大學機械工程系

摘 要

本文探討垂直板式凝結熱傳問題，蒸汽具有強制流動用以增強熱傳性能，而強制氣體流速則介於強制對流與自然對流間的混合對流凝結問題。混合對流的理論分析及數值求解相當複雜，過去的研究多是利用近似法來粗略估計。因此，本文從較完整的凝結邊界層方程組當出發點，並採用參數轉換法將包含強制對流及自然對流在內的混合對流問題轉換成簡單的無因次方程組，再以較高數值精確度的三階截除法求解。結果顯示當液膜厚度愈大時，強制流動參數對液膜的速度影響愈大。而較高的強制流動參數值則會促進液膜流動而使得液膜厚度變薄，並可以增加凝結液質量流率。

關鍵字：膜狀凝結，兩相流，混合對流

Analysis of Mixed-Convection Condensation on Vertical Isothermal Plate Using Third Level Truncation Method

Tong-Bou Chang

Department of Mechanical Engineering, Southern Taiwan University of Technology

ABSTRACT

This study examines the problem of film condensation heat transfer on a vertical isothermal plate under forced convection or free convection conditions. Due to the mathematical and numerical complexities inherent in the mixed-convection condensation problem, previous studies have generally employed some form of approximation method. However, the present study performs a comprehensive analysis of mixed-convection condensation using a third level truncation numerical method. The results indicate that the force flow effectiveness is more significant for a thicker liquid film thickness. Additionally, a higher force flow parameter induces a thinner film thickness and a higher condensate flow rate.

Keywords: film condensation, two-phase flow, mix convection

一、前言

現今熱交換器的設計需求乃趨向於在較短的時間、有限的熱傳空間及最小的溫度差下達到用使用者所要求的熱傳效果，而相變化熱傳因可以在小溫差下吸收或釋放大量潛能所以利用相變化的熱傳也因此而受到重視。一般而言，蒸汽的凝結模式可歸納為膜狀凝結、滴狀凝結、直接接觸式凝結、霧狀凝結等四種模式。本研究的凝結熱傳模式屬於膜狀凝結，膜狀凝結需要與物體表面接觸，此凝結模式一直是凝結熱傳研究與工業應用當中最常見的一種模式。當飽和蒸汽遭遇到較冷的溼性表面時，氣體分子會釋放潛熱並變成液體附著於表面上，當液體與溼性表面間存在的附著力遠大於液體分子本身的內聚力，將匯聚成薄薄一層液膜貼附於表面而流動，故稱為膜狀凝結。板式凝結器屬於薄膜狀凝結器。其廣泛地應用在冷凍空調、航空、化工廠等等的熱交換器上。而膜狀凝結的熱傳研究很多，以下為概括性的文獻回顧。

公元 1916 年，Nusselt [1] 首先研究均勻溫度分佈之垂直平板的層流膜狀凝結熱傳問題。其主要假設為：(一)壁面為等溫；(二)液膜內溫度分佈為線性；(三)不考慮液體和蒸汽界面之剪應力；(四)忽略液膜內慣性力之作用。根據這些假設而推導出垂直平板層流膜狀凝結熱傳係數的理論結果，但是 Nusselt 的理論預測值稍微低於實驗的量測值。其原因與假設有關係，例如在實驗量測之膜狀液面具有波動效應，而理論分析中未予考慮所致。

之後，許多學者開始針對 Nusselt 假設的缺失，著手改善此理論預測值。其中，Bromley [2] 與 Rohsenow [3] 大約同時分別地提出對凝結液的線性溫度分佈的

修正，改以非線性分佈。Sparrow 與 Gregg [4] 則提出了加入慣性力項與能量方程式熱對流項的修正。

另外，利用氣體的強制流動則是常見的促進凝結熱傳方法，如 [5-11]，此類文獻著重在氣體流速相對高時或相當低時氣體流速對垂直平板膜狀凝結熱傳的影響。相對地，混合對流膜狀凝結問題的研究就比較少，如 [12-14]。所謂混合對流就是指強制氣體流動的流速介於靜止與強制對流流速之間，因此自然對流中的浮力效應項與強制氣體流速的慣性項均對凝結熱傳有影響。在 1980 年以前對於混合對流膜狀凝結研究中均忽略凝結液的慣性項及凝結液的對流效應及汽-液界面的剪應力，此外，並以近似法求解。這一類的簡化造成其於熱質傳的預測上與實驗值有相當大的差距。近來，Winkler 等人 [15] 提出一組非相似變數轉換用以探討強制氣體流動對於自然對流凝結的影響及浮力對於強制對流凝結的影響。由於此類問題的理論分析及數值模擬是相當複雜的，所以 Winkler 等人於數值求解時忽略流線對非相似變數的二階偏微分項簡化後再以數值方法求解。

本研究探討混合對流凝結時汽態之強制流動參數對凝結熱傳的影響，為避免簡化造成其於熱質傳的預測上的誤差，本研究將所有影響凝結熱傳的因素（如：汽態及液態流動的慣性項及浮力項、液-汽界面的剪應力、能量方程式的熱對流項等）全部保留，以完整的邊界層方程式為出發點作理論分析，並利用變數轉換將複雜的方程組轉換成無因次的聯立方程組。此外，為提高數值分析的精確度，本研究於數值求解時利用三階截除法針對

任意強制氣體流速求解。數值分析時所使用的各物理參數為水及水蒸汽於 100°C 時之物理性質。

二、分析

本研究考慮一處於飽和狀態的純蒸汽，其溫度為 T_{sat} ，且該蒸汽具有垂直向下的速度並流經一垂直平板，而平板之壁面溫度 T_w 為定值且低於蒸汽溫度 T_{sat} 。因此在垂直平板上會形成一層凝結液的薄膜。假設氣態及液態的流動均為穩態及層流，則此問題可以二維流場來分析。

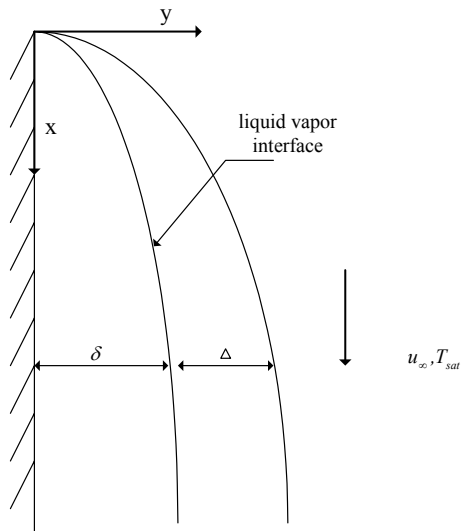


圖 1. 垂直平板混合對流凝結熱傳示意圖。

圖 1 為本研究的示意圖及座標系統。圖中 δ 代表凝結液膜的厚度， Δ 代表氣體的速度邊界層厚度， u_∞ 及 T_∞ 分別代表自由流線的速度與溫度。為完整探討各參數對凝結熱傳之影響，因此保留慣性項及對流項，各守恆方程式表示如下。

對凝結液膜而言：

連續方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

動量方程式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \left(1 - \frac{\rho_\infty^*}{\rho} \right) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

能量方程式

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

對氣體邊界層而言：

連續方程式

$$\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial v^*}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

動量方程式

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y} = g \left(1 - \frac{\rho_\infty^*}{\rho^*} \right) + \nu^* \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \quad (5)$$

在上列式中， x 座標的起始點在平板的前緣，而 y 座標的起始點在平板壁面。 u, v 為 x, y 方向所對應的速度， T 為溫度， g 為重力加速度， ν 為動黏滯係數， α 為熱擴散係數， ρ 為密度。上標(*)代表為汽態的物理量，而下標(w)、(i)及(∞)分別代表冷表面，汽-液界面，自由流線。汽態部分因處於飽和狀態下所以不須考慮能量方程式(因 $T^* = T_i = T_{sat} = T_\infty$)。

對(1)~(5)式而言，流體密度僅因考慮浮力效應而為可變值。其餘物理量以參考溫度求得其對應值並設為常數。(2)式中等號右邊第一項中的 ρ_∞^*/ρ 項因為很小所以可以忽略不計。同理，(5)式中等號右邊第一項也可因汽態部分處於飽和狀態下($\rho_\infty^*/\rho^* \approx 1$)而忽略。

上述守恆方程式所對應的邊界條件如下：

壁面 ($y=0$):

$$u=0 \quad (6-1)$$

$$v=0 \quad (6-2)$$

$$T=T_w \quad (6-3)$$

自由流線 ($y \rightarrow \infty$):

$$u^* \rightarrow u_\infty \quad (7)$$

汽-液界面 ($y=\delta$):

$$u = u_i = u_i^* \quad (8)$$

$$T = T_i = T_{sat} \quad (9)$$

$$\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_i = \left(\mu^* \frac{\partial u^*}{\partial y} \right)_i \quad (10)$$

$$\dot{m}_x = \left(\rho u \frac{d\delta}{dx} - \rho v \right)_i = \left(\rho^* u^* \frac{d\delta}{dx} - \rho^* v^* \right)_i \quad (11)$$

$$(k \partial T / \partial y)_i = \dot{m}_x h_{fg} \quad (12)$$

其中 μ 為粘滯係數， k 為熱傳導係數， h_{fg} 為凝結的潛熱， \dot{m}_x 為局部凝結質量流率。其中汽-液界面剪應力(10)式未被忽略。

為了方便求解，本文引入 Winkler 等人[15]所提出的轉換變數可將方程式(1)~(5)及其所對應的邊界條件及汽-液界面條件(6)~(12)式轉換成無因次方程組。轉換變數如下：

$$\eta = (y/x) (gx^3/4\nu^2)^{1/4} \quad (13)$$

$$= (y/x) (Gr_x/4)^{1/4}$$

$$\xi = \xi(x) = u_\infty / (gx)^{1/2} \quad (14)$$

$$f(\xi, \eta) = \psi(x, y) / \left[4\nu (gx^3/4\nu^2)^{1/4} \right] \quad (15)$$

$$= \psi(x, y) / \left[4\nu (Gr_x/4)^{1/4} \right]$$

$$\eta^* = [(y-\delta)/x] (gx^3/4\nu^{*2})^{1/4} \quad (16)$$

$$F(\xi, \eta^*) = \psi^*(x, y) / \left[4\nu^* (gx^3/4\nu^{*2})^{1/4} \right] \quad (17)$$

$$\theta(\xi, \eta) = (T - T_i) / (T_w - T_i) \quad (18)$$

(with $T_i = T_{sat}$)

其中 $\xi(x)$ 為強制流動參數，用以代表自然對流中強制氣體流動的影響。此外，利用流線函數 $\psi(x, y)$ 及 $\psi^*(x, y)$ 來計算連續方程式中的 u, v 及 u^*, v^* 項，表示如下：

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad u^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \quad (19)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad v^* = -\frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \quad (20)$$

雷諾數及修正葛拉秀夫數分別定義如下：

$$Re_x = u_\infty x / \nu \quad (21)$$

$$Gr_x = gx^3 / \nu^2 \quad (22)$$

將(13)~(18)式代入(1)~(12)式中，配合(19)及(20)式可將統御方程式轉化成下列無因次方程組

$$f''' + 3ff'' - 2(f')^2 + 1 = 2\xi(f'' \mathcal{J} / \partial \xi - f' \mathcal{J} / \partial \xi) \quad (23)$$

$$\theta'' / Pr + 3f\theta' = 2\xi(\theta' \mathcal{J} / \partial \xi - f' \partial \theta / \partial \xi) \quad (24)$$

$$F''' + 3FF'' - 2(F')^2 = 2\xi(F'' \partial F / \partial \xi - F' \partial F' / \partial \xi) \quad (25)$$

其對應的邊界條件為

$$f'(\xi, 0) = 0 \quad (26-1)$$

$$f(\xi, 0) = 0 \quad (26-2)$$

$$\theta(\xi, 0) = 1 \quad (26-3)$$

$$F'(\xi, \infty) = (Re_x / Gr_x^{1/2}) / 2 = \xi / 2 \quad (27)$$

$$f'(\xi, \eta_i) = F'(\xi, 0) \quad (28)$$

$$\theta(\xi, \eta_i) = 0 \quad (29)$$

$$Rf''(\xi, \eta_i) = F''(\xi, 0) \quad (30)$$

$$R[3f(\xi, \eta_i) - 2\xi \mathcal{F}'(\xi, \eta_i) / \partial \xi] = 3F(\xi, 0) - 2\xi \mathcal{F}'(\xi, 0) / \partial \xi \quad (31)$$

$$-\theta'(\xi, \eta_i) = Pr \dot{M} / H = (Pr/H)[3f(\xi, \eta_i) - 2\xi \mathcal{F}'(\xi, \eta_i) / \partial \xi] \quad (32)$$

上列(23)式至(32)式中，常微分項是對 η 微（對 f 及 θ 函數而言），或者是對 η^* 微分（對 F 函數而言）。 $\eta_i = (\delta/x)(Gr_x/4)^{1/4}$ 代表 η 在 $y=\delta$ 時的值。 Pr 為普蘭德數，黏滯比 R ，強制流動參數 $\xi(x)$ ，凝結參數 H 及凝結質量流率參數 \dot{M} 。這些參數表示如下：

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (33)$$

$$R = \left(\frac{\rho \mu}{\rho^* \mu^*} \right)^{1/2} \quad (34)$$

$$\xi(x) = u_\infty / (gx)^{1/2} = Re_x / Gr_x^{1/2} \quad (35)$$

$$H = C_p (T_i - T_w) / h_{fg} \quad (36)$$

$$\dot{M} = (\dot{m}_x x / \mu)(Gr_x/4)^{-1/4} = 3f(\xi, \eta_i) - 2\xi \frac{\mathcal{F}'(\xi, \eta_i)}{\partial \xi} \quad (37)$$

參數 Pr ， R ， H 代表了液體及氣體的物理性質，而參數 $\xi(x)$ 則代表強制氣體流動對膜狀凝結的影響。須注意的是當 $\xi(x)=0$ （i.e. $u_\infty=0$ ）則代表周圍自由流線的氣體是靜止的，在此特例情況下，本問題可簡化為如 Koh et.al. [16]所探討的膜狀凝結問題。

局部熱傳係數 h 與局部熱傳率 q_w 有關，定義如下：

$$q_w = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (38)$$

$$= -(k/x)(T_w - T_i)(Gr_x/4)^{1/4} \theta'(\xi, 0)$$

$$h = q_w / (T_w - T_i) = -(k/x)(Gr_x/4)^{1/4} \theta'(\xi, 0) \quad (39)$$

由(39)式，吾人可以得到壁面的局部無因次熱傳係數 $Nu_{x,w}$

$$Nu_{x,w} = hx/k = -\theta'(\xi, 0)(Gr_x/4)^{1/4} \quad (40)$$

三、數值求解

為求得較準確的數值解，本研究利用 local nonsimilarity method [17]中的三階截除法（third level truncation）來處理方程式(23)~(32)式中對 ξ 的偏微分項，即 $\frac{\partial(\quad)}{\partial \xi}$ 。定義下列新的參數：

$$g = \frac{\mathcal{F}}{\partial \xi}, \quad h = \frac{\partial g}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}, \quad \phi = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad (41)$$

$$\chi = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}$$

$$G = \frac{\partial F}{\partial \xi}, \quad H = \frac{\partial G}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \quad (42)$$

根據上述的定義， f 、 θ 和 F 的統御方程式(23)，(24)，及(25)及其相對應的邊界條件均可不經由簡化而重新寫成

$$f''' + 3ff'' - 2(f')^2 + 1 = 2\xi[f''g - f'g'] \quad (43)$$

$$\frac{\theta''}{Pr} + 3f\theta' = 2\xi[\theta'g - f'\phi] \quad (44)$$

$$F''' + 3FF'' - 2(F')^2 = 2\xi[F''G - F'G'] \quad (45)$$

$$\begin{aligned} f'(\xi, 0) = 0, \quad 3f(\xi, 0) - 2\xi g(\xi, 0) = 0, \\ \theta(\xi, 0) = 1 \end{aligned} \quad (46)$$

$$F'(\xi, \infty) = \frac{\xi}{2} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} f'(\xi, \eta_i) = F'(\xi, 0), \quad \theta(\xi, \eta_i) = 0, \\ Rf''(\xi, \eta_i) = F''(\xi, 0) \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} R[3f(\xi, \eta_i) - 2\xi g(\xi, \eta_i)] \\ = 3F(\xi, 0) - 2\xi G(\xi, 0) \end{aligned} \quad (49)$$

$$-\theta'(\xi, \eta_i) = \frac{Pr}{H} [3f(\xi, \eta_i) - 2\xi g(\xi, \eta_i)] \quad (50)$$

而 g 、 ϕ 及 G 的輔助方程式及其所對應的邊界條件可經由方程式(43)~(50)對 ξ 微分而獲得，整理後表示如下：

$$\begin{aligned} g''' + gf' + 3f'g - 2f'g \\ = 2\xi[g''g - g'g' + f''h - fh'] \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \frac{\phi''}{Pr} + 3f\phi' + 2f'\phi + g\theta' \\ = 2\xi[g\phi' - g'\phi + \theta'h - f'\chi] \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} G''' + 3FG'' - 2F'G' + F''G \\ = 2\xi[G''G - G'G' + F''H - F'H'] \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} g'(\xi, 0) = 0, \quad g(\xi, 0) - 2\xi h(\xi, 0) = 0, \\ \phi(\xi, 0) = 0 \end{aligned} \quad (54)$$

$$G'(\xi, \infty) = \frac{1}{2} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} g'(\xi, \eta_i) = G'(\xi, 0), \quad \phi(\xi, \eta_i) = 0, \\ Rg''(\xi, \eta_i) = G''(\xi, 0) \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} R[3g(\xi, \eta_i) - 2\xi h(\xi, \eta_i)] \\ = 3G(\xi, 0) - 2\xi H(\xi, 0) \end{aligned} \quad (57)$$

$$-\phi'(\xi, \eta_i) = \frac{Pr}{H} [g(\xi, \eta_i) - 2\xi h(\xi, \eta_i)] \quad (58)$$

對於三階截除法而言， f 、 θ 和 F 的守恆方程式(43)~(50)及 g 、 ϕ 和 G 的輔助方程式(51)~(58)均不須經由簡化而獲得保留。因此， h 、 χ 和 H 的輔助方程式及其對應的邊界條件須經由將方程式(51)~(58)對 ξ 再做一次微分而獲得。再消去其中的

$\xi \frac{\partial h}{\partial \xi}$ 、 $\xi \frac{\partial \chi}{\partial \xi}$ 、 $\xi \frac{\partial \chi}{\partial \xi}$ 、 $\xi \frac{\partial H}{\partial \xi}$ 及 $\xi \frac{\partial H'}{\partial \xi}$ 等項，

最後經整理可得

$$\begin{aligned} h''' + 2g''g + 3fh'' - f''h \\ = 2\xi[h''g - 3g'h' + 2g''h] \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \frac{\chi''}{Pr} + 2g\phi' + 4g'\phi + 3f\chi' + 4f'\chi - h\theta' \\ = 2\xi[h\phi' - h'\phi + \phi'h + g\chi' - 2g'\chi] \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} H''' + 2G''G + 3FH' - F''H \\ = 2\xi[GH'' - 3H'G' + 2G''H] \end{aligned} \quad (61)$$

$$f'(\xi, 0) = 0, \quad h(\xi, 0) = 0, \quad \chi(\xi, 0) = 0 \quad (62)$$

$$H'(\xi, \infty) = 0 \quad (63)$$

$$f'(\xi, \eta_i) = H'(\xi, \eta_i), \quad \chi(\xi, \eta_i) = 0, \quad (64)$$

$$Rh''(\xi, \eta_i) = H''(\xi, 0)$$

$$f(\xi, \eta_i) = H(\xi, 0) \quad (65)$$

$$-\chi(\xi, \eta_i) = \frac{Pr}{H} h(\xi, \eta_i) \quad (66)$$

本系統方程式(43)~(66)內含有九個函數 f 、 θ 、 F 、 g 、 ϕ 、 G 、 h 、 χ 和 H ，這九個函數互相地耦合。整個系統方程式共 24 階，給定普蘭德數 Pr 及黏滯比 R 之後，此系統方程式可變成以 ξ 為參數的常數微分方程組。

利用 Runge-Kutta 法將此互相耦合的微分方程組積分，由 $\eta=0$ 到 $\eta^*=\infty$ 。因此，在 $\eta=0$ 時的 $f''(\xi, 0)$ 、 $\theta'(\xi, 0)$ 、 $g''(\xi, 0)$ 、 $\phi'(\xi, 0)$ 、 $h''(\xi, 0)$ 及 $\chi'(\xi, 0)$ 均必須給定。但此六個值為未知數，它們必須被猜測，再經由積分積到 $\eta=\eta_i$ (對 θ' 、 ϕ' 、 χ' 而言) 或 $\eta^*=\infty$ (對 f'' 、 g'' 、 h'' 而言)。猜測值可經由有系統的修正，並利用投射法 (shooting method) 反覆修正直到所有在 $\eta^*=\infty$ (本研究於數值計算時以 $\eta^*=10$ 代表 $\eta^*=\infty$) 或 $\eta^*=\eta_i$ 的邊界條件滿足下列九個收斂標準

$$\left| f'(\xi, \eta_i^*) - \frac{\xi}{2} \right| \leq \varepsilon, \quad \left| g'(\xi, \eta_i^*) - \frac{1}{2} \right| \leq \varepsilon,$$

$$|h'(\xi, \eta_i^*)| \leq \varepsilon \quad (67)$$

$$|\theta(\xi, \eta_i)| \leq \varepsilon, \quad |\phi(\xi, \eta_i)| \leq \varepsilon, \quad |\chi(\xi, \eta_i)| \leq \varepsilon \quad (68)$$

及

$$|F''(\xi, \eta_\infty)| \leq \varepsilon, \quad |G''(\xi, \eta_\infty)| \leq \varepsilon,$$

$$|H''(\xi, \eta_\infty)| \leq \varepsilon \quad (69)$$

其中 $\varepsilon = 10^{-5}$ 。

當收斂標準值 ε 越小時，計算時間將增加，但經本研究實際計算後發現若 $\varepsilon < 10^{-5}$ 則計算結果幾乎不因縮小收斂標準而產生變化，因此本研究採用 $\varepsilon = 10^{-5}$ 作為收斂標準。此外，在疊代過程中， $f''(\xi, 0)$ ， $g''(\xi, 0)$ ， $h''(\xi, 0)$ ， $\theta'(\xi, 0)$ ， $\phi'(\xi, 0)$ 和 $\chi'(\xi, 0)$ 猜測值的修正法詳細描述於[17]中。

對於垂直平板之自然對流的層流膜狀凝結問題，Rohsenow[18]針對靜止且飽和的汽體凝結提出一個局部 Nu 數的經驗式如下

$$Nu_x = 0.707 \left(\frac{\rho g x^3 h_{fg}}{k v (T_{sat} - T_w)} \right)^{1/4} \quad (70)$$

將水在 100°C 時的物理性質[19]代入(70)式可將 Rohsenow 的經驗式寫成

$$Nu_x = 5.5156 \left(\frac{1}{T_{sat} - T_w} \right)^{1/4} \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \quad (71)$$

對於垂直平板的混合對流凝結熱傳問題方面，Fujii[13]利用近似法，並且忽略汽態及液態的慣性項來求解此問題，並提出了一無因次熱傳係數的經驗式如下

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = K \left\{ 1 + \frac{1}{4K^4} \frac{Z}{H/Pr} \right\}^{1/4} \quad (72)$$

其中

$$K = 0.45 \left(1.2 + \frac{1}{RH/Pr} \right)^{1/2}$$

$$Z = \frac{gx}{U_\infty^2}$$

方程式(72)中之 Re_x 、 R 、 H 和 Pr 的定義如同本研究的定義，而 Z 則等於本研究的 ξ^{-2} 。因此，方程式(72)可轉變成

$$Nu_x = \xi^{1/2} K \left\{ 1 + \frac{Pr}{4K^4 \xi^2} \frac{h_{fg}}{C_p (T_{sat} - T_w)} \right\} \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \quad (73)$$

其中

$$K = 0.45 \left(1.2 + \frac{Pr}{R} \frac{h_{fg}}{C_p (T_{sat} - T_w)} \right).$$

四、結果與討論

在求解(43)~(45)、(51)~(53)、(59)~(61)九個方程式時，須先給定所需之無因次物理參數 Pr 、 R ，並給定欲計算之無因次薄膜厚度 η_i 及強制流動參數 $\xi(x)$ 值。經數值運算後，可得到對應的 $f(\eta_i)$ 、 $\theta'(0)$ 、 $\theta'(\eta_i)$ 等的值。將這些值代入(40)式可得出 $Nu_{x,w}$ 值，代入(37)式可得出無因次質量流率 \dot{M} 值，代入(32)式並利用(36)式可得到壁面與飽和蒸汽溫度差 $(T_w - T_{sat})$ 值。

本研究所使用的各項參數均以水及水蒸汽在 100°C ，1 大氣壓時的物理性質計算而得，水的物理性質參考[19]。

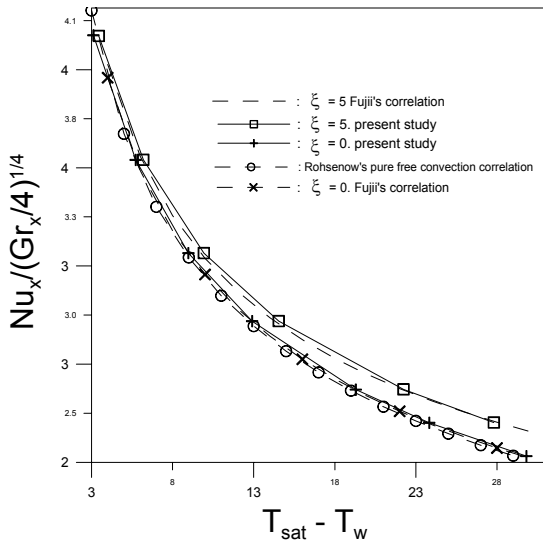


圖 2. 本研究結果與 Rohsenow 及 Fujii 的經驗式比較圖。

圖 2 顯示 Nu_x 數隨著溫度差 ($T_{sat}-T_w$) 的增加而降低。在圖 2 中，顯示強制流動參數 $\xi=0, 5$ 二種情況下的熱傳係數。並以純自然對流經驗式(71)及混合對流經驗式(73)式來印証本研究的熱傳結果。

在純自然對流區時 ($\xi=0$)，由圖 2 可看出本研究的熱傳結果與 Rohsenow 的結果相當符合，兩者最大差幅不到 2%。因為在 Rohsenow 的分析過程中，忽略了汽態及液態的慣性，而根據 Sparrow 及 Gregg[4]所言，在自然對流凝結時，忽略慣性項所造成的誤差約在 2% 之內。

在混合對流區域時，由圖 2 可以看出強制流動參數 $\xi(x)=5$ 時，本研究的熱傳結果與 Fujii 的經驗式(73)式相當吻合，兩者差幅約 3%。此差幅可能是因為 Fujii 忽略了汽態及液態的慣性項並以近似法求之所造成。在圖 2 中，我們也可以看出熱傳係數 Nu_x 隨著強制流動參數 ξ 的增加而增加。

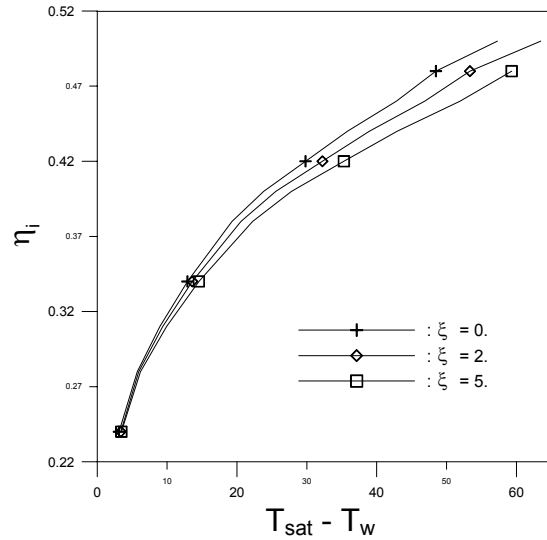


圖 3. 壁面與飽和氣體溫度差對液膜厚度之影響。

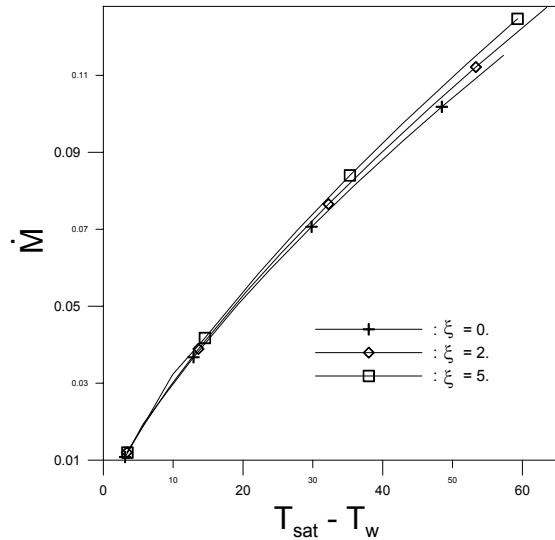


圖 4. 壁面與飽和氣體溫度差對凝結質量流率之影響。

圖 3 為無因次薄膜厚度 η_i 與溫度差 ($T_{sat}-T_w$) 對應圖。圖中顯示較大的 ($T_{sat}-T_w$) 值會形成較厚的液膜厚度，而較高的 $\xi(x)$ 值則會促進液膜流動而使得液膜厚度變薄。圖 4 為無因次凝結液質量流率 \dot{M} 與 ($T_{sat}-T_w$) 之關係圖。圖中顯示較

大的 $(T_{sat}-T_w)$ 值可以增加凝結液質量流率。此外較大的強制流動參數 $\xi(x)$ 亦可以產生較大的凝結液質量流率 \dot{M} 。

根據 (17) 式及 (18) 式 $u = \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial y}$ 及

$u^* = \frac{\partial \psi^*(x, y)}{\partial y}$ ，則 x -方向速度， u 、 u^* 可表示為

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 4 \frac{v}{x} \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} f'(\xi, \eta) \quad (74)$$

$$u^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial y} = 4v^* \left(\frac{gx}{4v^*} \right)^{1/2} F'(\xi, \eta^*) \quad (75)$$

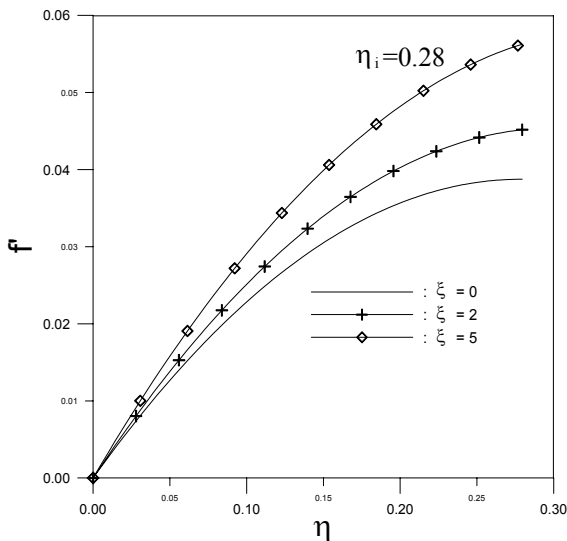


圖 5. 液膜內速度分布圖 ($\eta_i=0.28$)。

由 (74) 式及 (75) 式可知 $f'(\xi, \eta)$ 及 $F'(\xi, \eta^*)$ 分別代表液態及汽態內的無因次速度。而圖 5、圖 6 分別代表在兩種不同的無因次液膜厚度 ($\eta_i=0.28, 0.5$) 下，液態內的無因次速度分佈。圖中並顯示不同強制流動參數 ξ 的影響。由圖 5、6 中可以發現當液膜厚度愈大時， ξ 對液膜的速度影響愈大，舉例而言，在 $\eta_i=0.28$ 時，

$f'(\xi, \eta_i)|_{\xi=5}$ 約為 $f'(\xi, \eta_i)|_{\xi=2}$ 的 1.25 倍，而約為 $f'(\xi, \eta_i)|_{\xi=0}$ 的 1.5 倍，在 $\eta_i=0.5$ 時， $f'(\xi, \eta_i)|_{\xi=5}$ 約為 $f'(\xi, \eta_i)|_{\xi=2}$ 的 1.6 倍，而約為 $f'(\xi, \eta_i)|_{\xi=0}$ 的 2 倍。

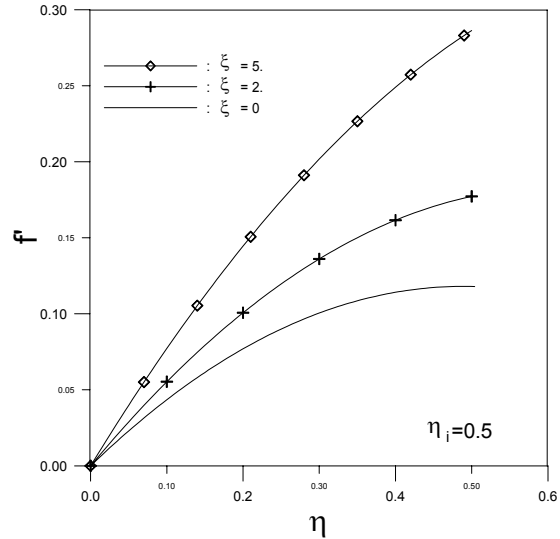


圖 6. 液膜內速度分布圖 ($\eta_i=0.5$)。

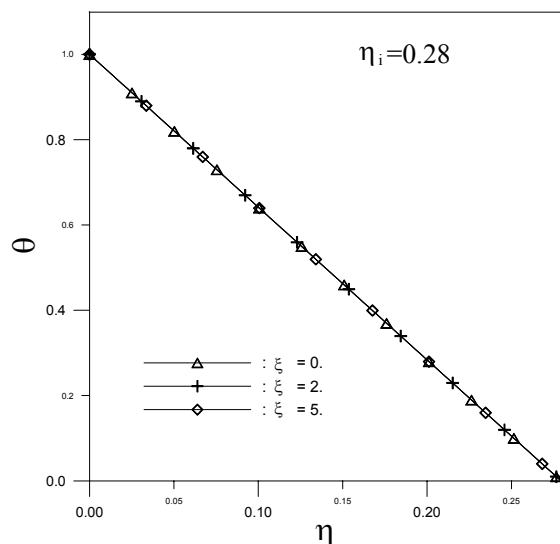


圖 7. 液膜內無因次溫度分布圖 ($\eta_i=0.28$)。

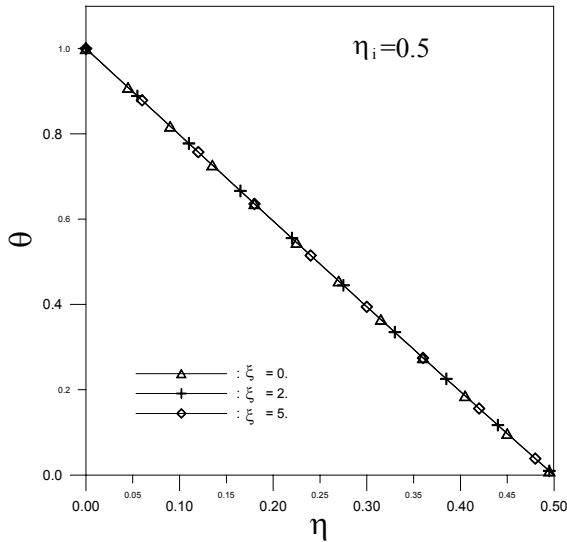


圖 8. 液膜內無因次溫度分布圖 ($\eta_i=0.5$)。

此外，圖 7 及圖 8 分別代表兩種無因次液膜厚度 ($\eta_i=0.28, 0.5$) 情況下，液膜內的無因次溫度分佈。由兩圖中可以看出，液膜內的無因次溫度分佈幾乎為線性分佈，且 ζ 的影響量也非常微小，此現象代表熱對流之影響量很小而可以忽略，而以熱傳導為主要之熱傳模式，此結果並與 Nusselt [1] 之假設符合。

五、結論與建議

本文探討垂直平板具混合對流凝結的熱傳問題。在不忽略汽態與液態的慣性項及汽-液界面的剪應力情況下，以比過去研究更為完整的凝結邊界層方程組為出發點，利用轉換變數可將複雜的凝結邊界層方程組轉化成較簡單的無因次方程組，並探討強制流動參數 $\zeta(x)$ 對凝結熱傳的影響。

研究結果發現，強制流動參數 $\zeta(x)$ 確實對凝結熱傳係數具有正面的增強作用。本文中強制流動參數由 $\zeta = 0$ 探討到 ζ

$= 5$ ，亦即由純自然對流凝結區域探討到混合對流區域。在這兩個對流凝結區域中，本文的結果與過去的研究結果頗為接近，差幅約在 2% 左右。但因本研究的統御方程式較為完整並採用高數值精確度的三階截除法求解，因此具有更高的可信度。

誌謝

感謝國科會計畫 (NSC94-2212-E-218-017) 支持本研究之部分研究經費。

參考文獻

- [1] Nusselt, W., "Die Oberflächen Kondensation des Wasserdampfes," Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, Vol.60, No.3, pp.541-546, 1916.
- [2] Bromley, L. A., "Effect of Heat Capacity of Condensate", Ind. Engng. chem., Vol.44, No.15, pp.2966-2969, 1952.
- [3] Rohsenow, W. M., "Heat Transfer and Temperature Distribution in Laminar Film Condensation", J. Heat Transfer, Vol. 78c, No.17, pp.1645-1648, 1956.
- [4] Sparrow, E. M. and Gregg, J. L., "Laminar Condensation Heat Transfer on a Horizontal Cylinder," Trans. ASME, J. Heat Transfer, Vol.81, No.2, pp.291-296, 1959.
- [5] Koh, J. C. Y., Sparrow, E. M., and Hartnett, J. P., "The Two-Phase Boundary Layer in Laminar Film Condensation", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.2, No.1, pp.69-82, 1961.
- [6] Koh, J. C. Y., "Film Condensation in a Forced-Convection Boundary Layer Flow",

- International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.5, No.5, pp.941-954, 1962.
- [7] Minkowycz, W. J. and Sparrow, E. M., "The Effect of Superheating on Condensation Heat Transfer in a Forced Convection Boundary Layer Flow", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.12, No.1, pp.147-154, 1969.
- [8] Minkowycz, W. J. and Sparrow, E. M., "Condensation Heat Transfer in The Presence of Noncondensables, Interfacial Resistance, Superheating, Variable Properties, and Diffusion", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.6, No.6, pp.1125-1144, 1966.
- [9] Churchill, S. W., "Laminar Film Condensation", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.29, No.7, pp.1219-1226, 1986.
- [10] Memory, S. B. and Rose, J. W., "Free Convection Laminar Film Condensation on a Horizontal Tube with Variable Wall Temperature", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.34, No.14, pp.2775-2778, 1991.
- [11] Yang, S. A. and Chen, C. K., "Role of Surface Tension and Ellipticity in Laminar Film Condensation on a Horizontal elliptical Tube", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.36, No.16, pp.3135-3141, 1993.
- [12] Jacobs, H. R., "An Integral treatment of Combined Body Force and Forced Convection in Laminar Film Condensation", International Journal of Hat and Mass Transfer, Vol.9, No.4, pp.637-648, 1966.
- [13] Fujii, T. and Uehara, H., "Laminar filmwise Condesation on a Vertical Surface", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.15, No.2, pp.217-233, 1972.
- [14] Lucas, K., "Combined Body Force and Forced Convection in Laminar Film Condensation of Mixed Vapours -- Integral and Finite Difference Treatment", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.19, No.7, pp.1273-1280, 1976.
- [15] Winkler, C. M., Chen, T. S., and Minkowycz, W. J., " Film Condensation of Saturated and Superheated Vapors Along Isothermal Vertical Surfaces in Mixed Convection," Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 36, No.2, pp.375-393, 1999.
- [16] Koh, J. C. Y., "On Integral of Treatment of Two Phase Boundary Layer in Flim Condensation," J. Heat Transfer, Vol.83, No.2, pp.359-362, 1961.
- [17] Chen, T. S., "Parabolic Systems: Local Nonsimilarity Method," in Handbook of Numerical Heat Transfer, Minkowycz, W. J., Eds., John Wiley and Sons, New York, pp.183-214, 1988.
- [18] Rohsenow, W. M., "Heat Transfer and Temperature Distribution in Laminar-Film Condensation", ASME, J. Heat Transfer, Vol.78, pp.1645-1648, 1956.
- [19] Holman, J. P., Heat Transfer, McGraw-Hill, New York, pp.606, 2002.