中正嶺學報 第三十四卷 第二期 民國 95.5.
JOURNAL OF C.C.I.T., VOL.34, NO.2, May., 2006

輸入估測法應用於重返載具彈道估測之強韌特性分析

劉正瑜* 劉鈞傑** 陳台生** 段伴虬**

*黎明技術學院
**國防大學中正理工學院兵器系

摘　　要

快速與精確之重返載具即時彈道估測，為追蹤系統關鍵技術之一。即時彈道估測面臨主要問題之一，在於模式誤差。此誤差的存在造成過去傳統估測方法精度上的偏差，甚至發散。結合輸入估測法則及擴展型卡爾曼濾波器所構成之適應性卡爾曼濾波器，可大幅降低模式誤差所衍生之估測誤差。本文主要著眼於適應性卡爾曼濾波器之強韌特性分析，以模擬分析之方式針對影響彈道估測結果之參數，討論與驗証其靈敏度。由分析之結果發現適應性卡爾曼濾波器具有相當優異之強韌特性，據此分析可一窺其應用範圍。

關鍵字：擴展型卡爾曼濾波器，適應性卡爾曼濾波器

Robust Analysis for Input Estimation in Reentry Vehicle Trajectory Estimation Problem

Cheng-Yu Liu*, Chiun-Chien Liu, Tai-Sheng Chen**, and Pan-Chio Tuan****

* Department of Electronic Engineering, Lee-Ming Institute of Technology
** Department of Weapon System Engineering, Chung Cheng Institute of Technology,
National Defense University

ABST RACT

The on-line trajectory estimation of a reentry vehicle plays an important role in target tracking system. It leads to the requirement of the fast and accurate on-line trajectory estimator for a reentry vehicle. The uncertain target model error seriously decreases the estimation accuracy through the simple Kalman filter or extended Kalman filter. The adaptive Kalman filter, which combined the extended Kalman filter and input estimation algorithm is proposed in this paper. The robust validation of the propose method is the main consideration through different values of parameters including ballistic coefficients, modeling errors, and measurement error which they usually influence the trajectory estimation. The simulation results show that the adaptive Kalman filter has lower sensitivity to those diverse parameters in the tracking process and is worthy of further applications.

Keywords: extended Kalman filter, adaptive Kalman filter

文稿收件日期 93.10.15; 文稿修正後接受日期 94.9.9.
Manuscript received October 15, 2004; revised September 9, 2005.

一、前言

近年來由於重返載具(Reentry Vehicle, RV)之朝向高速度、高操縱性及小雷達面積(Radar Cross Section, RCS)發展，使得如何提昇快速有效之追蹤系統，一直為積極探究之主要課題。RV追蹤之關鍵問題之一，在於無法正確掌握RV之運動方程式，或稱之為數學模式，其影響之大，足致地面雷達無法鎖定而喪失攔截時機。擴展型卡爾曼濾波器(Extended Kalman Filter, EKF)對非線性狀態估測於數學模式已知之情況，具相當程度之精確度且常見之於各種應用實測中。然對重返載具之飛行軌跡估測上，則因面臨運動方程式之不準度，而有收斂速度甚慢，且誤差過大之問題產生，無法滿足追蹤與攔截之需求。所謂不準度係建立數學模式時之各項假設、量測誤差、不確定外力影響如側向加速度或側風等與真實系統間之差異，此稱謂之模式誤差(Model Error)，均無法事先預估或彌補，而造成卡爾曼濾波器估測與預估之誤差遞增。

針對側向加速度，Chang 等首先提出對具側向加速度之重返載具彈道即時估測[1]，將其組合為擴增狀態變數(Augmented State)，再發展成EKF[2]狀態估測。但 EKF 對參數之變化甚為敏感，無法應用於真實系統中。鑑於近年輸入估測(Input Estimation, IE)技術發展甚為完備，可將之應用於彈道估測，即將模式誤差視為系統無法預期之輸入利用輸入估測技術估算，用以修正 EKF 狀態估測，對模式誤差對彈道估測影響量之消弭，應有助益。

輸入估測主要是利用量測值與擴展型卡爾曼濾波器間之誤差(Innovation)，估算未知之輸入物理量，首先由 Chan 等[3-4]針對解決瞬間變化目標追蹤問題提出，以採整批式(Batch Form)之最小平方法(Generalized Least Squares Method)[5-7]進行輸入估測。另有關逃逸目標追蹤問題，多位學者專家亦曾多方研究[8-11]，Tuan 等於1996 年提出遞迴式輸入估測法則(Recursive Least- Squares)[12]，應用於 IMM (Interacting Multiple Model, IMM)之追蹤。而後 Lee 與 Liu 發展適應性卡爾曼濾波器(Adaptive Kalman Filter, AKF) [13]建立重返載具即時估測彈道之方法，且獲得較優及穩定之彈道估測結果。經由多人持續發展，發展出預估重返載具飛行軌跡之能力。

適應性卡爾曼濾波器確有較其他估測方法優異之結果，但無可諱言，其內尚有部份參數，須於事前輸入。為能完整探討輸入參數對估測之影響，本文以模擬之方式，探討適應性卡爾曼濾波器受彈道係數β、量測誤差變異量 R、程序誤差變異量 Q 等參數之影響，並驗証適應性卡爾曼濾波器之強韌特性。期望藉由本文之研究，更能了解適應性卡爾曼濾波器之特性與應用範圍並作為爾後適應性卡爾曼濾波器應用之參考。

二、數學模式

考慮重返載具於重返階段之彈道。假設地表為一平面、地球為靜止不動、地球之重力加速度為一常數、重返載具為一點質量（Point Mass）及重返載具質量為一常數，則重返載具僅受空氣阻力及重力，且相對於雷達之運動幾何關係如圖1 所示。

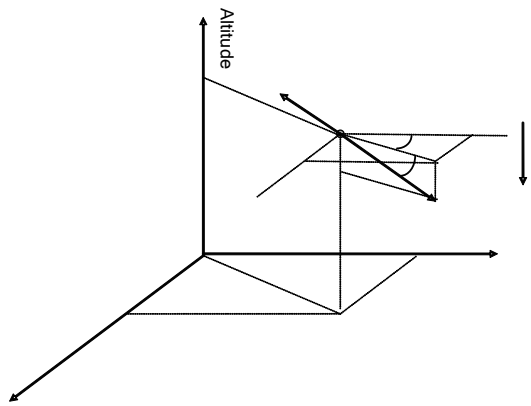

圖 1. 重返載具相對於雷達之運動幾何關係圖。

其中 O_R 為雷達所在之位置，(X_R, Y_R, Z_R) 為重返載具相對於雷達之位置，其運動方程式為：

$$\dot{v}_x = -\frac{\rho v^2}{2\beta} g \cos\gamma_1 \sin\gamma_2 \tag{1}$$

$$\dot{v}_y = -\frac{\rho v^2}{2\beta} g \cos\gamma_1 \cos\gamma_2 \tag{2}$$

$$\dot{v}_z = \frac{\rho v^2}{2\beta} g \sin\gamma_1 - g \tag{3}$$

其中 β：彈道係數(Ballistic Coefficient)$=\dfrac{W}{S_{ref} C_{D0}}$

W：重返載具之重量

S_{ref}：重返載具之參考面積(Reference Area)

C_{D0}：重返載具之零升力(Zero Lift)阻力係數

令狀態向量為

$$X = [x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5\ x_6]^T = [x\ y\ z\ v_x\ v_y\ v_z]^T \tag{4}$$

則運動方程式可表示為非線性狀態方程式為

$$\dot{X} = F(X,t) + \varphi u + I_{6\times 6}\xi \tag{5}$$

其中

$$F(X,t) = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ -\frac{\rho}{2\beta}(x_4^2 + x_5^2 + x_6^2) g \cos\gamma_1 \sin\gamma_2 \\ -\frac{\rho}{2\beta}(x_4^2 + x_5^2 + x_6^2) g \cos\gamma_1 \cos\gamma_2 \\ \frac{\rho}{2\beta}(x_4^2 + x_5^2 + x_6^2) g \sin\gamma_1 - g \end{bmatrix} \tag{6}$$

擴展型卡爾曼濾波器根據重返載具之運動狀態方程式，經離散化及線性化並考量程序誤差 ω_n (Process Noise)後得狀態方程式為

$$X_{n+1} = \phi_n X_n + \omega_n \tag{7}$$

其中 X_n 為於 $t = n\Delta t$ 時之狀態，Δt 為取樣週期(Sampling Period)。

$$\phi_n = I + \left.\frac{\partial F(X,t)}{\partial X}\right|_{X=X_n} \cdot \Delta t \tag{8}$$

由於在追蹤重返載具時，僅有一具地面雷達(Ground Radar)可資運用，即重返載具之位置與速度係可由地面雷達所量測，則量測方程式(Measurement Equation)為:

$$Z_n = HX_n + v_n \tag{9}$$

直接應用 EKF，得狀態之預估(Predicted) $\bar{X}_{n+1/n}$ 及更新(Updated) $\bar{X}_{n+1/n+1}$ 分別為[14]

$$\bar{X}_{n+1/n} = \phi_n \bar{X}_{n/n} \tag{10}$$

$$\bar{X}_{n+1/n+1} = \bar{X}_{n+1/n} + \bar{K}_{n+1}(Z_{n+1} - H\bar{X}_{n+1/n}) \tag{11}$$

為簡化，令 $\bar{X}_{n+1} = \bar{X}_{n+1/n+1}$ ，$\hat{X}_{n+1} = \hat{X}_{n+1/n+1}$

$M_{n+1} = (I - K_{n+1}H_{n+1})\phi_n$ ，$N_{n+1} = (I - K_{n+1}H_{n+1})\Psi$

其中 $\bar{K}_{n+1}$ 為卡爾曼增益(Kalman Gain)。若合併上二式，則可得

EKF 之修正值 $\bar{X}_{n+l}$ 可歸納綜整為

$$\bar{X}_{n+l} = \left(\prod_{i=n+l}^{n+l} M_i\right)\bar{X}_n + \sum_{j=1}^{l-1}\left(\prod_{i=1+j}^{l} M_i\right)K_{n+j}Z_{n+j} + K_{n+l}Z_{n+l}$$

$$l = 1,2,3 \cdots \tag{12}$$

影響 EKF 估測精度與收斂速度的最大考量因素為模式誤差，其來源可能包括運動方程式內之參數變異、重返載具之側向加速度如側風、建立數學模式時之各項未知假設、自然界於重返載具上之不確定外力等[15]。此一誤差，可合併為

一輸入項，相當於原數學模式內，另加入一額外之力 U (Extra Acceleration or Extra Input)，即(7)與(9)式改寫為

$$X_{n+1} = \phi_n X_n + \Psi U + w_n \tag{13}$$

$$Z_n = HX_n + v_n \tag{14}$$

假設 U 於 $n\Delta t \le t \le (n+s)\Delta t$ 輸入，

$$U=\begin{cases} 0 & t<n\Delta t, t>(n+s)\Delta t \quad n,s>0 \\ U_{n+l} & n\Delta t \le t \le (n+s)\Delta t \quad l=0,1,2,\cdots\cdots s \end{cases} \tag{15}$$

令 U_{n+l} 於 Δt 間內為一常數。應用遞迴式最小平方估測式，得

$$\hat{U}_{n+l-1} = \hat{U}_{n+l-2} + G_{n+l-1}(\hat{Y}_{n+l} - \Phi_{n+l-1}\hat{U}_{n+l-2}) \tag{16}$$

其中 $\hat{Y}_{n+l}$ 為虛擬更新值(Virtual Innovation)，定義為

$$\hat{Y}_{n+l} = \overline{Z}_{n+l} - H_{n+l} M_{n+l} \Delta\hat{X}_{n+l-1}$$

其中 $\bar{Z}_{n+l} = Z_{n+l} - H_{n+l}\overline{X}_{n+l}$

$$\Delta\hat{X}_{n+l-1} = \Delta X_{n+l-1}\big|_{U=\hat{U}} = M_{n+l-1}\Delta\hat{X}_{n+l-2} + N_{n+l-1}\hat{U}_{n+l-2}$$

$$\hat{U}_{n+l-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \hat{u}_4(t_{n+l-1}) & \hat{u}_5(t_{n+l-1}) & \hat{u}_6(t_{n+l-1}) \end{bmatrix}^T$$

其中 $\hat{u}_4(t_{n+l-1})$ 、 $\hat{u}_5(t_{n+l-1})$ 及 $\hat{u}_6(t_{n+l-1})$ 為 $t = n+l-1$ 時之輸入增益 G_i 與變異量 V_i 分別為

$$V_{n+l-1} = V_{n+l-2} - V_{n+l-2}\Phi^T_{n+l-1}[\Phi_{n+l-1}V_{n+l-2}\Phi^T_{n+l-1} + \xi]^{-1}\Phi_{n+l-1}V_{n+l-2}$$

輸入估測主要在利用 EKF 狀態估測誤差，獲得 $n\Delta t \le t \le (n+s)\Delta t$ 區間之輸入。其中 n 與 s 代表輸入之進入與移出時間，對估測而言亦為未知，將利用檢定(Hypothesis Testing)方法決定。

定義檢定統計量(Testing Statistics)

$$U_{st} = \frac{\hat{U}_i}{\sqrt{V_{ii}}} \qquad i = 4, 5, 6 \tag{17}$$

令 $\hat{U}_i$ 為高斯分佈，則在既定之可信水準(Confidence Level) α 下，檢定法則為

$$|U_{st}| \ge t_{st} \qquad \text{輸入存在} \tag{18}$$

$$|U_{st}| \le t_{st} \qquad \text{輸入不存在} \tag{19}$$

其中 $[-t_{st}, t_{st}]$ 為既定 α 下之可信度區間(Confidence Interval)，可由高斯分佈機率表中查得。

當估測之輸入通過檢定，即授入 EKF 中估測各狀態值，以修正其值，此即構成適應性卡爾曼濾波器。於 $n\Delta t \le t \le (n+s)\Delta t$ 區間內，適應性卡爾曼濾波器之預估及更新狀態為

$$\hat{X}^u_{n+l/n+l-1} = \phi_{n+l}\hat{X}^u_{n+l-1/n+l-1} + \Psi\hat{U}_{n+l-1} \tag{20}$$

$$\hat{X}^u_{n+l/n+l} = \hat{X}^u_{n+l/n+l-1} + K^u_{n+l}(Z_{n+l} - H\hat{X}^u_{n+l/n+l-1}) \tag{21}$$

而 Kalman Gain K^u_{n+l+1} 為

$$K^u_{n+l} = P^u_{n+l/n+l-1}H^T(HP^u_{n+l/n+l-1}H^T + R)^{-1} \tag{22}$$

然 $\hat{X}^u_{n+l/n+l}$ 及 $\hat{X}^u_{n+l/n+l-1}$ 之變異量矩陣因估測輸入之加入，而增加為

$$\begin{aligned} P^u_{n+l/n+l-1} &= P_{n+l/n+l-1} + \phi_{n+l-1}L_{n+l-1}\phi^T_{n+l-1} + \Psi V_{n+l-1}\Psi^T \\ &= P_{n+l/n+l-1} + P'_{n+l/n+l-1} \end{aligned}$$

$$P^u_{n+l/n+l} = (I - K^u_{n+l}H)P^u_{n+l/n+l-1} \tag{23}$$

$$P'_{n+l/n+l-1} = \phi_{n+l-1}L_{n+l-1}\phi^T_{n+l-1} + \Psi V_{n+l-1}\Psi^T_{n+l-1}$$

$$L_{n+1} = 0$$

$$L_{n+2} = N_{n+2}V_n N^T_{n+2}$$

$$\begin{aligned} L_{n+l+1} &= \sum_{j=1}^{l}\Big(\prod_{i=1+j}^{l} M_{k=i-1}\Big)N_{k+j}V_{k+j-2}N^T_{k+j}\Big(\prod_{i=1+j}^{l} M^T_{k=i-1}\Big) \\ &= M_{n+l}L_{n+l}M^T_{n+l} \qquad for \quad l>2 \end{aligned}$$

經綜整適應性卡爾曼濾波器之方塊圖如圖 2 所示。

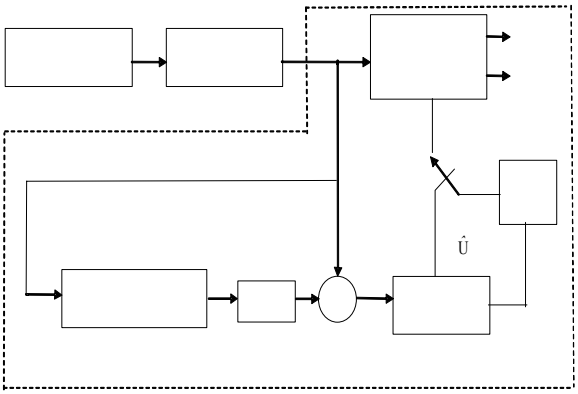

圖 2. 適應性卡爾曼濾波器方塊圖。

三、輸入之可能因素分析

在前述所發展之 AKF，係結合輸入估測與 EKF 而成。在整個 AKF 中，不難發現，輸入估測是核心部分。依(16)式，輸入估測係由 Y_{n+l} 驅動。亦即靠未加輸入與加入輸入之更新值(innovation)差值，驅動估測輸入，並修正狀態估測。

因此，於(1)～(3)式運動方程式下，影響遞迴式輸入估測式結果之因素，包括:

1. 真實輸入

計有為改變彈道而加入之側向加速度及於飛行途中所遭受未預期之外力。

2. 參數變異

含彈道係數、狀態初始條件、量測及程序雜訊、變異量 Q 與 R 之設定不同所造成之影響。

3. 假設不同

在建立重返載具執行逃逸運動時加入多項假設，此與真實模式有所悖離，其影響量亦將反應於估測之輸入內。

4. 截斷誤差（Truncation error）

EKF 是一遞迴式之狀態估測法則，由設定狀態初始值起迄重返載具落地止，計算誤差有累積之現象，亦將影響估測之輸入。

亦即各因素之影響量將併入(13)式中之 U 項中，而由(16)式估測。

四、模擬分析與討論

針對追蹤與估測重返載具之彈道，僅能應用以加諸多項假設3D運動方程式，因而有模式誤差出現，無法完全描述重返載具之真實運動。於適應性卡爾曼濾波器中，彈道係數 β、程序誤差變異量Q、量測誤差變異量R等均為影響彈道估測之重要參數，本節將採二種模擬彈道作為量測值，驗証適應性卡爾曼濾波器對各重要參數之靈敏度與強韌性。

4.1 簡化彈道

以Runge-Kutta數值微分法則，模擬(1)～(3)式之彈道，並加入假設為常態分佈之雷達量測雜訊，成為簡化之彈道標準值。

另一段考慮一彈道係數 β=500lb / ft^2 之重返載具，自高度100000ft俯衝以迄落地，最大速度5500ft/sec，飛行時間自0秒起至45秒止，量測取樣時間為0.05秒，飛行時所加之側向加速度如圖3。

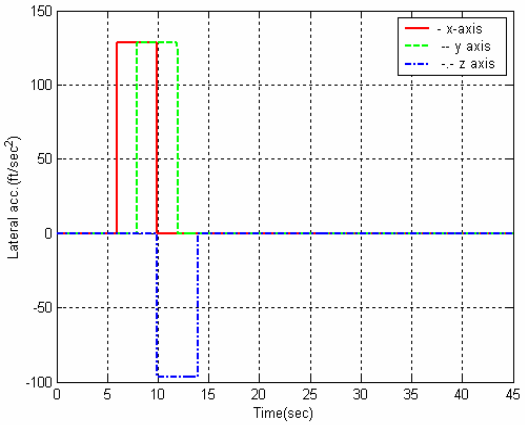

圖3. 重返載具加入三軸向之側向加速度。

經以(1)～(3)式模擬，並加入高斯分佈之量測雜訊其彈道如圖4所示。

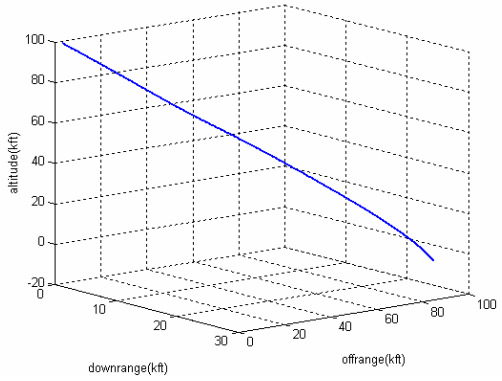

圖4. 加入側向加速度之模擬簡化彈道軌跡。

以EKF與AKF對此標準彈道進行估測其設定β=500 lb/ft^2、Q=0及R=0.03，則估測位置及速度誤差如圖5、6所示。

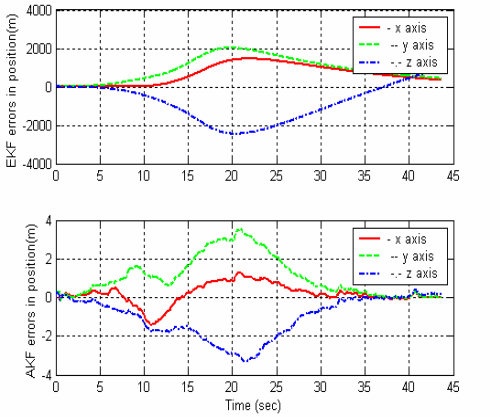

圖5. 位移誤差圖。

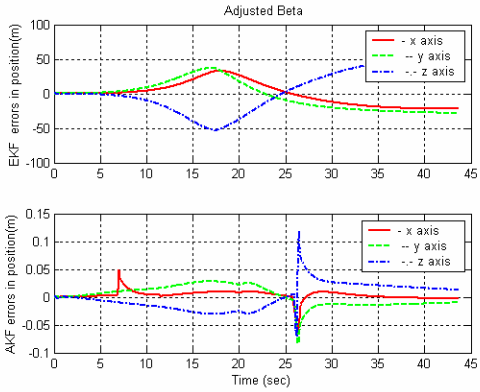

圖6. 速度誤差圖。

經由估測結果，AKF之位移與速度估測誤差分別在±2m與±2m/sec之內，而EKF則於±3000m及±500m/sec之間，AKF顯較EKF為優。

為了解參數對彈道估測誤差之影響，將圖5及圖6定為標準狀態之估測誤差。定義相對誤差為

相對位移估測誤差=(位移估測誤差)－(標準狀態之位移估測誤差)。

相對速度估測誤差=(速度估測誤差)－(標準狀態之速度估測誤差)。

彈道係數β值非一常數，而與載具之速度、姿態角等物理量相關，針對β範圍由490至2000進行估測分如圖7-12所示。

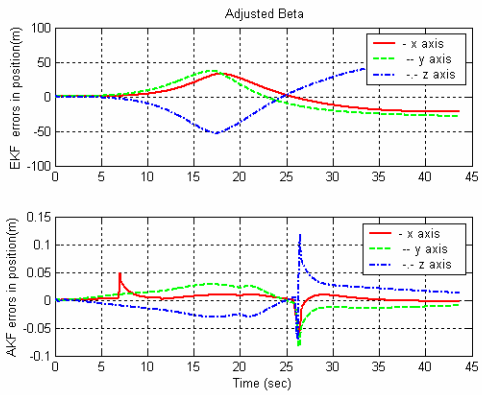

圖 7. 相對位移誤差圖（β=490lb/ft^2）。

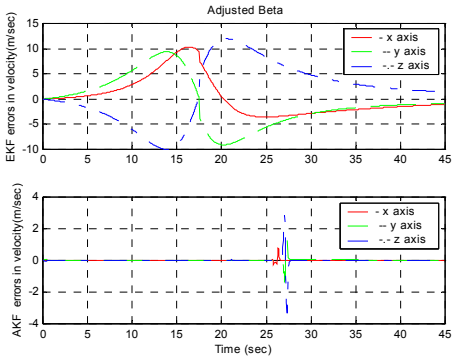

圖8. 相對速度誤差圖（β=490lb/ft^2）。

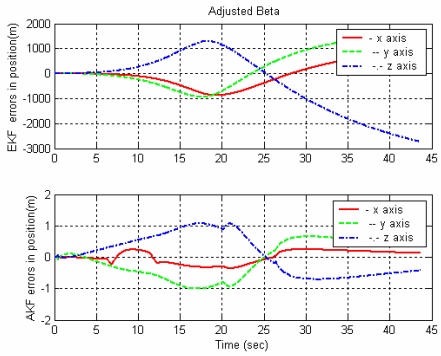

圖9. 相對位移誤差圖（β=1500lb/ft^2）。

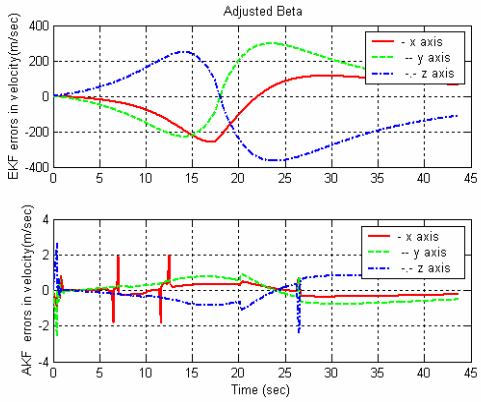

圖10. 相對速度誤差圖（β=1500lb/ft^2）。

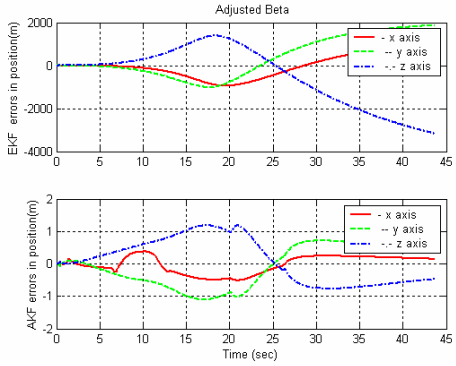

圖11. 相對位移誤差圖（β=1910）。

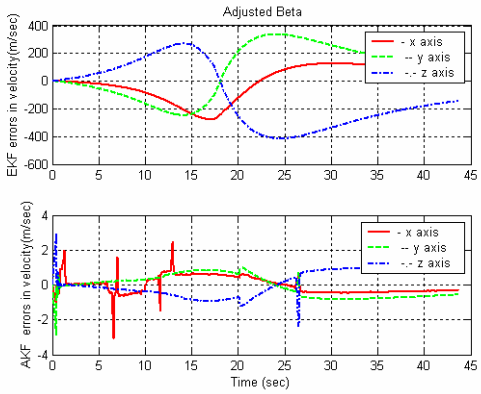

圖12. 相對速度誤差圖（β=1910lb/ft^2）。

經比較分析β對EKF、AKF彈道估測誤差影響，當β值改變時，EKF之估測誤差，將隨β與標準值之差由±50m及±10m/sec至±4000m及±400m/sec，產生急遽變化。

於彈道估測時，須設定一程序雜訊變異量為Q，不同Q值所得之相對誤差如圖13-18所示。

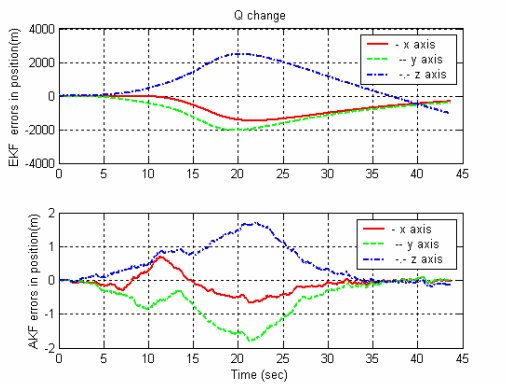

圖 13. 相對位移誤差圖(Q=0.1)。

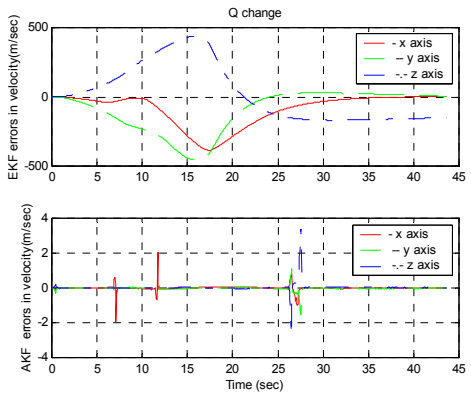

圖 14. 相對速度誤差圖(Q=0.1)。

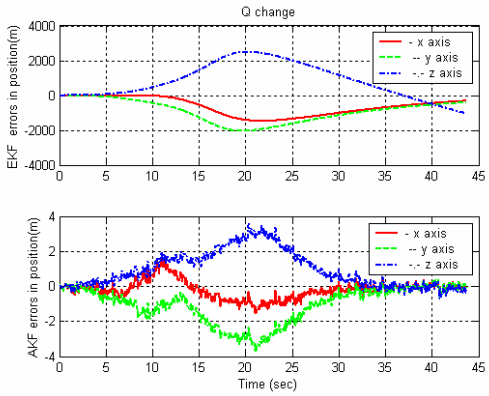

圖 15. 相對位移誤差圖(Q=10)。

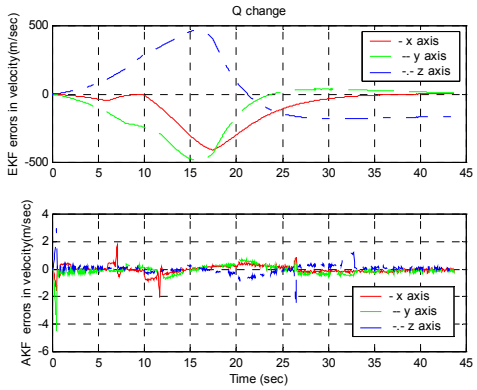

圖 16. 相對速度誤差圖(Q=10)。

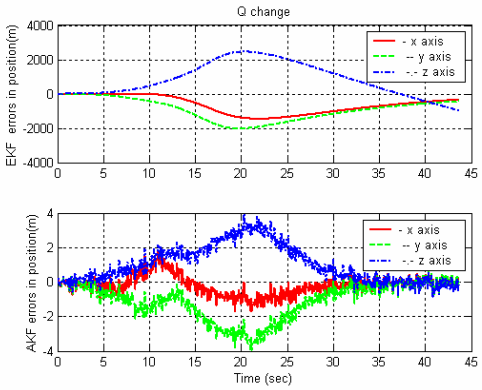

圖 17. 相對位移誤差圖(Q=250)。

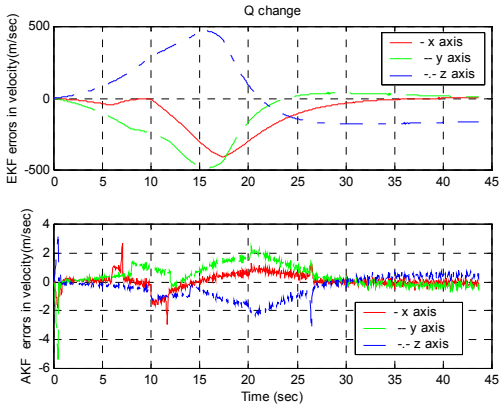

圖18. 相對速度誤差圖(Q=250)。

當Q增加時，AKF之相對位移誤差由±2m至±4m，變化相當低，表示AKF受Q誤差影響量相當低。另EKF於不同Q值下，相對位置誤差最大可達 ±3000m及相對速度誤差可達±500m/sec，變化值遠較AKF為高，即其影響量較AKF為高。

對R而言，不同R值之相對誤差如圖19-24所示。

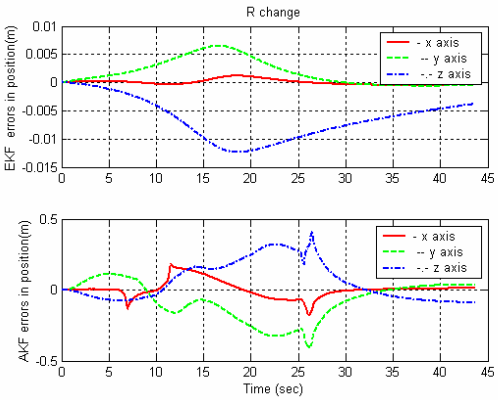

圖 19. 相對位移誤差圖(R=0.04)。

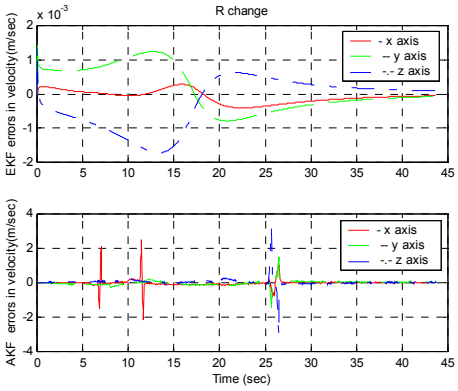

圖 20. 相對速度誤差圖(R=0.04)。

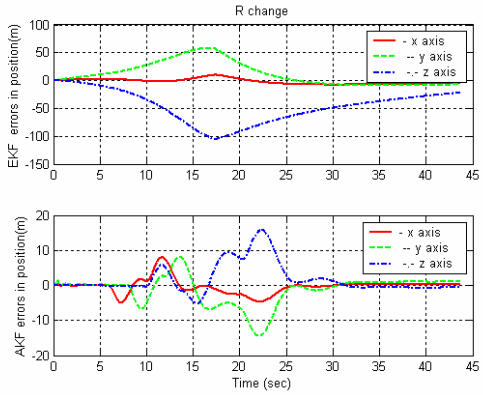

圖 21. 相對位移誤差圖(R=100)。

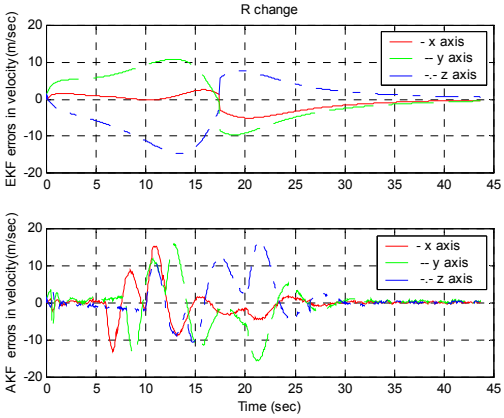

圖 22. 相對速度誤差圖(R=100)。

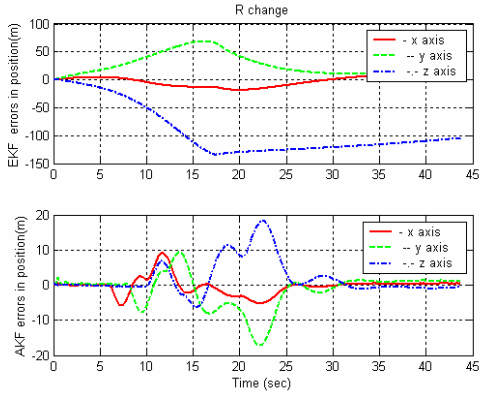

圖 23. 相對位移誤差圖(R=200)。

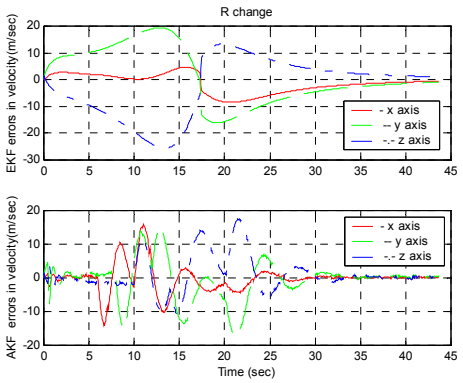

圖24. 相對速度誤差圖(R=200)。

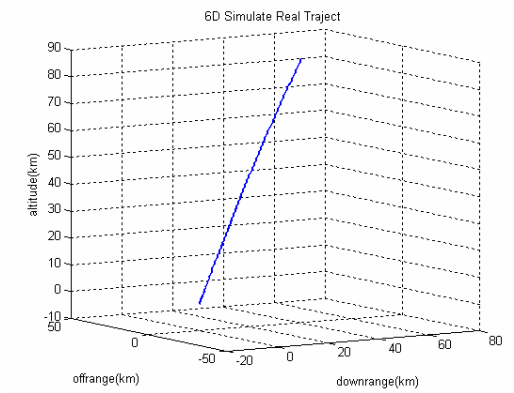

圖25. 模擬六自由度彈道軌跡。

由圖得知R增加時，AKF之相對位移誤差由±0.5m至±18m，相對速度誤差由±4m/sec至±18m/sec，變化相當低，表示AKF對R之靈敏度亦相當低。對於EKF之估測結果，當R增加時，EKF之相對位移誤差由±0.015m至±140m，相對速度誤差由$\pm 2\times 10^{-3}$m/sec至±15m/sec，變化值遠較AKF為高，即其對R之靈敏度遠較AKF為高。

經以上之模擬分析，AKF對各參數之靈敏度遠較EKF為低，此即為輸入估測所提供之最大貢獻。

4.2 六自由度彈道

六自由度彈道模擬結果，將較由(1)～(3)式所模擬之彈道，更近似真實彈道。本節所使用之彈道量測值，將以重返載具於重返階段之六自由度模擬彈道，並加入雷達量測誤差。假設量測雜訊為高斯分佈，且期望值為0，變異量為某特定雷達之量測精度。，所選取之彈道資料自高度約81公里以迄落地，最大速度6.8馬赫，飛行時間為第0秒~59秒，資料取樣時間為0.05秒，如圖25所示。

於不同之β值下EKF與AKF之估測誤差如圖26-33所示。

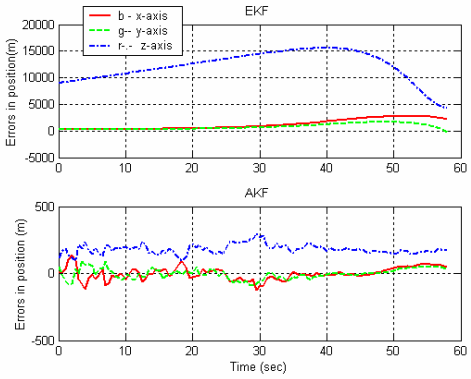

圖 26. 模擬六自由度彈道位移估測誤差(β=500lb/ft^2)。

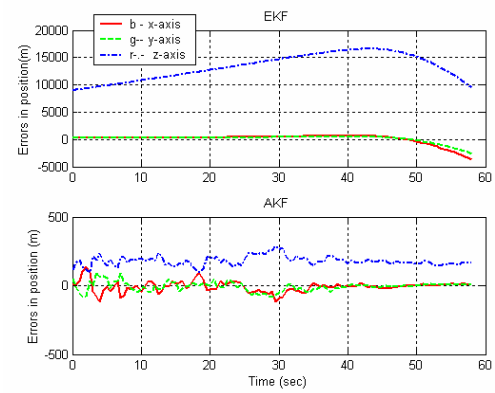

圖 27. 模擬六自由度彈道位移估測誤差 (β=1500lb/ft^2)。

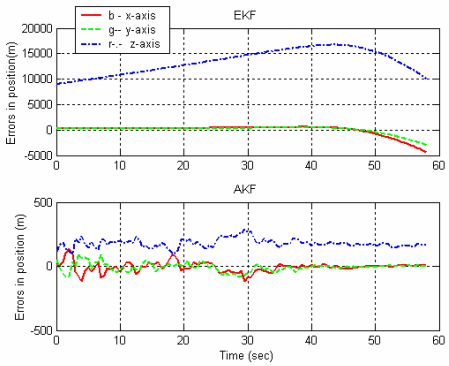

圖 28. 模擬六自由度彈道位移估測誤差 (β=1910lb/ft^2)。

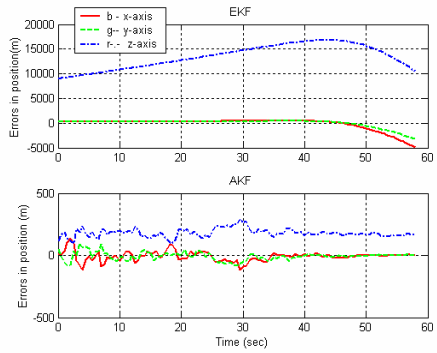

圖 29. 模擬六自由度彈道位移估測誤差 (β=2500lb/ft^2)。

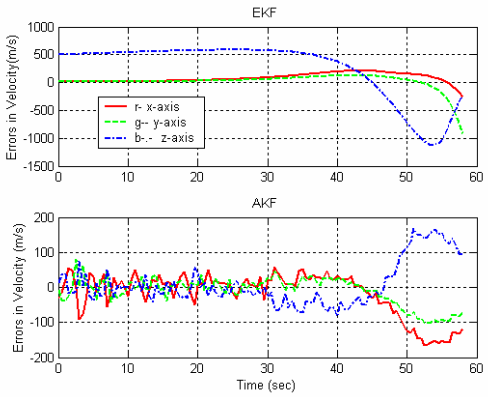

圖 30. 模擬六自由度彈道速度估測誤差 (β=500lb/ft^2)。

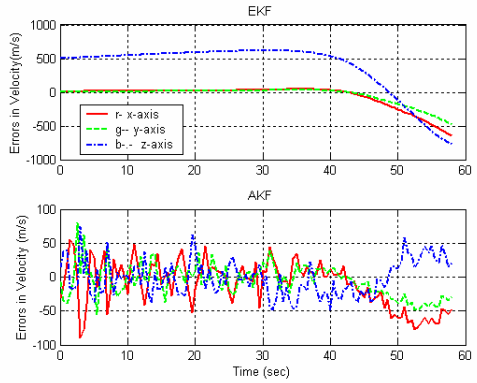

圖 31. 模擬六自由度彈道速度估測誤差 (β=1500lb/ft^2)。

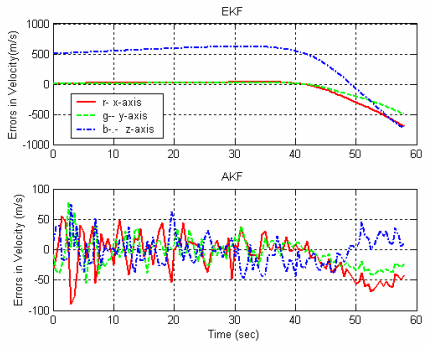

圖 32. 模擬六自由度彈道速度估測誤差 (β=1910lb/ft^2)。

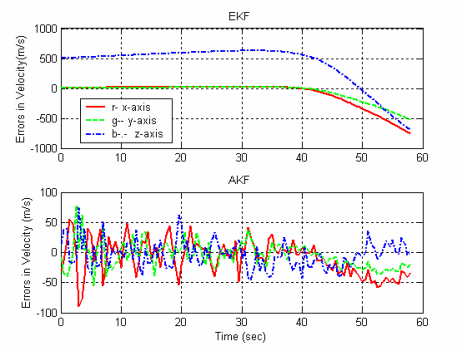

圖33. 模擬六自由度彈道速度估測誤差 (β=2500lb/ft^2)。

由圖可知AKF於位移估測結果，誤差約為±300公尺之內。而EKF則達±15000公尺，相差至為懸殊，於速度之估測結果，AKF估測誤差除β=500外，餘均在±50 m/sec之內，EKF則達±500m/sec，從而証明，AKF對於六自由度彈道亦具強韌特性。

五、結論

適應性卡爾曼濾波器中，彈道係數β、程序誤差變異量Q、量測誤差變異量R等均為影響彈道估測之重要參數，必須在AKF運算之初先給定。是以本文以相對誤差之觀念，模擬分析單一參數對AKF之影響，以驗証其強韌特性。經以三維彈道及六自由度彈道模擬發現，AKF對重返載具之彈道性能甚優，且對參數具低零敏度，亦顯現估測輸入之功效。此一重要之強韌特性，對於無法掌握掌握重返載具飛行特性之情況，有極大之助益。

符號說明

英文字母

H	量測矩陣
I	單位矩陣
K	卡爾曼增益
P	變異量矩陣
Q	程序雜訊變異量、變異量矩陣
R	量測雜訊變異量、變異量矩陣
t_{st}	可信度區間
U,U_n	系統輸入
$\hat{u},\hat{u}_n$	系統輸入估測值
v	重返載具之速度、量測雜訊
v_x, v_y, v_z	重返載具之三軸向速度
w	程序雜訊
X	狀態向量
$\hat{X}_{i+1/i+1}, \hat{X}_{i+1/i}$	有系統輸入之Kalman濾波器估測值
$\overline{X}_{i+1/i+1}, \overline{X}_{i+1/i}$	無系統輸入之Kalman濾波器估測值
Z	量測值向量

希臘字母

α	可信度水準增益係數
β	彈道係數
ρ	大氣密度
ξ	量測雜訊
ϕ	狀態轉移矩陣
Ψ	係數矩陣

參考文獻

[1] Chang, C. B., Whiting, R. H., and Athan, M., "On the State and Parameter Estimation for Maneuvering Reentry Vehicles," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-22 (1), pp.99-105, 1977.

[2] Sorenson, H. W., Parameter Estimation: Principles and Problem, Mariel Dekker Inc., New York, 1985.

[3] Chan, Y. T., Hu, A. G. C., and Plant, J. B., " A Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation," IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-15, pp.237-242, 1979.

[4] Chan, Y, T., Plant, J. B., and Bottomly, J., " A Kalman Tracker with a Simple Input Estimator," IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-18, No. 2, pp.235-239, 1982.

[5] Mendel, J. M., Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications, and Control, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, International Editions, 1995.

[6] Bogler, T. L., "Tracking a maneuvering target using input estimation," IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-23, pp.298-303, 1987.

[7] Meng, H. H., Aircraft maneuver detection using an adaptive Kalman filter, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California, U. S. A., 1989.

[8] Blom, H.A.P. and Bar-Shalom, Y., "Tracking a maneuvering target using input estimation versus the interacting multiple model algorithm." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, Vol. AES25, No. 2, pp. 296-300, 1989.

[9] Blom, H.A.P. and Bar-Shalom, Y., "The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients," IEEE Transactions on Automatic Control 33, pp. 780–783, 1988.

[10] Wang, T. C. and Varshney, P. K., "A tracking algorithm for maneuvering targets," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol. 29, pp. 910–924, 1993.

[11] Munir, A. and Atherton, D.P., "Adaptive interacting multiple model algorithm for tracking a maneuvering target," IEEE Proceeding-Radar Sonar and Navigation Vol. 142, No. 1, pp. 11-17, Feb 1995.

[12] Tuan, P. C. and Fong, L. W., " An IMM Tracking Algorithm with Input Estimation," International Journal of System Science, Vol. 27, No. 7, pp. 629-639, 1996.

[13] Lee, S. C. and Liu, C. Y., " Improved Trajectory Estimation of Reentry Vehicles form Radar Measurements Using On-line Adaptive Input Estimator," IEICE Transactions on Fundamental, Vol. E81-A , No. 9, pp.1867-1872, 1998.

[14] Gleb, A., Applied Optimal Estimation, Massachusetts Institute of Technology Press, 1974.

[15] Lindgren, A., Irz, A. J., and Nardone, S. C., "Trajectory Estimation with Uncertain and Nonassociated Data," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, Vol. AES-22, No. 1, pp.71-76, 1986.