

## 反輻射攻艦飛彈被動式定位技術之研究

李守誠\* 吳義達\*\*

\*龍華科技大學資訊網路工程系

\*\*國防大學中正理工學院國防科學研究所

### 摘 要

主動式雷達的工作原理在現代戰爭中即將面臨嚴峻挑戰，定向與定位技術中，訊號情報要求具備無線電靜默方式對敵方之訊號源加以定位。本文即針對反艦飛彈對輻射源船艦所在位置，進行僅應用對目標角度連續量測資訊之辨識技術研究。本論文亦討論進入終端導引過程時，當主動式尋標器開啟對目標艦輻射源逼近時，應用被動式定位法則，從時域中探討目標辨識技術能掌握目標動態情形。首先，應用輸入估測法則對目標艦之運動狀態進行估測，其次討論終端導引方法。經由模擬目標艦與反艦飛彈資料之驗證，本文輸入估測法則之適應性卡曼濾波器確能滿足僅提供角度之目標定位所需，深具實用價值，有利於未來處理誘標與目標艦被動雷達信號之分析。

**關鍵字：**定向定位技術、被動式測距、適應性輸入估測器

## A Research on Anti-radiation Passive Ranging Technique for Anti-ship Missile

Sou-Chen Lee\* and Yet-Ta Wu\*\*

*\*Department of Computer Information and Network Engineering,  
LungHwa University of Science and Technology*

*\*\*Department of System Engineering, Chung Cheng Institute of Technology  
National Defense University*

### ABSTRACT

The active radar operation principle will face a rigorous challenge in modern electronics warfare, being a new direction finding and ranging technique development, the source of radiation of target must be requested possessing a silence manner for signal intelligence communication. This paper discusses the angle-only tracking algorithm for an over-flight missile by a consecutive measure to locate the position of target's emission source. The paper also concerned an important issue in terminal phase, about it was found that the chaff were dispersed from a target, it may cause an ambiguity when the passive ranging was applied and an active seeker was be turned on. It discusses an identification technique from the time domain viewpoint and to separate a target from ambiguity environments. Firstly, it use the IE method to estimate the position of a target. Secondly, it was considered the chaff effect with respect to the target in terminal course. A simulation results will then demonstrate that the accuracy of dynamics identification has been improved by the adaptive IE scheme, thus the proposed method was allowed the seeker to be armed with a more accurate estimate method.

**Keywords:** direction fiding, passive ranging, adaptive input estimation (IE)

## 一、前言

空間定位的基礎是幾何學，以幾何學的觀點，確定空間中之「點」位置之方法甚多。主動式雷達使用之單點球座標測量定位系統為最普遍採用者，其利用天線波束的方向性測得目標的方位角及俯仰角，而利用脈衝測距的方法可測得斜距。由球面座標系中測得之參數，透過座標變換轉為直角座標系中之空間位置。今日作戰以爭奪電磁權為首要目標，戰場上雷達訊號複雜，訊號密度亦相形增高，捕捉訊號來源，加以摧毀成為先進作戰方式重要思考模式之一。訊號情報 (Signals Intelligence) 中要求具備無線電靜默 (Silence) 以對敵方之訊號源定位，亦即以接收機測得之方位角，再經計算後得到敵方發射機之位置，此種能力通常稱之為定向 (Direction Finding)。隨電子戰環境威脅日益嚴重，主動式雷達之運用受到越來越多之限制，於是發展了半主動式或被動式測距定位技術以為對抗。被動式定位系統僅使用電子偵察接收機，它不發射訊號，只在目標發出電磁波訊號輻射時方進行訊號接收，並以此實施訊號處理，達到定位之效果。現今對可見光、紅外光等廣義電磁波的偵測能力逐漸進步，使被動式定位技術在電子戰中佔有重要之地位[1~3]。

主動式雷達的工作原理決定了它們在現代戰爭中將面臨嚴峻挑戰，蓋因主動式雷達需由自身發射電磁輻射波方能正常工作。這種電磁輻射波即是主動式雷達被發現、被定位和被摧毀的主因。被動式雷達之探測和定位系統的工作原理、定位方法和系統配置不同於主動式雷達，不僅具有優越的反隱形性能，且由於其本身不發射電磁波能量，而是直接接收目標物和其背景環境所輻射的電磁波來實施探測，因此不易被敵方電子偵察系統發現，可以免遭反輻

射飛彈、低空飛機、巡航飛彈等襲擊。其主要優點是保密性能良好、生存能力強，並且可以探測到對主動式雷達具有隱形能力的目標。同時被動式雷達系統省去了昂貴的高功率發射機和收發開關及其相關電子設備，使系統製造和維護成本大幅減少，可進行全天候工作。

利用上述原理所建置的被動式雷達系統有：捷克生產的 VERA-E 被動式雷達、美國的"隱蔽哨兵"雷達、法國的"黑暗"雷達以及德國的被動式雷達等。VERA-E 被動式雷達主要的搜尋探測對象為隱形飛機，它是一種電子情報 (ELINT) 和被動式監視系統 (PSS) 的組合，可用於 3 維偵蒐的被動式雷達。其根據電磁波到達時間差技術來探測、監視、識別和跟蹤機載、陸地和海面目標的雷達輻射信號或是其他電子設備。美國的"隱蔽哨兵"雷達是由洛克希德·馬丁公司所研製，能跟蹤飛機、直升機、巡航飛彈和彈道飛彈的新型被動式雷達系統，其實際上是一個被動式接收站，利用商業調頻無線電臺和電視臺發射 50~800MHz 連續波信號能量，檢測和跟蹤監視區內的運動目標。法國"湯姆森-CSF"公司所研製"黑暗"探測系統，配置在巴黎市郊，可從 20 公里外的埃菲爾鐵塔上距巴黎 180 公里的電視發射機信號中獲得目標資訊。接收站試驗時所用的是"亞其"式波道天線 (八公尺天線)，並已於 2001~2003 年進行綜合試驗。德國西門子集團則將移動電話設施作為對付隱形飛機的雷達系統，該系統將移動電話基站作為"發射機"，用於照射空中目標，使用手提箱大小的接收機系統截獲目標反射的信號。經由計算接收到的數個基地台訊號之間的相位差，便能提供飛機的位置。

目前美國、法國和德國正在發展研製一種具有新式探測技術的被動雷達系統，主要是利用電臺、電視臺甚至民用移動電話發射台所輻射的電磁波，接收隱形目標反射後的電磁波信

號，經由計算、識別和跟蹤等處理程序，以獲得目標位置資料。然而，被動式雷達需要解決無線電發射機直接輻射信號背景，對微弱的目標反射信號（衰減 1 萬~1 千萬倍），需要高速測量和信號特性處理設備予以鑑別，因此需要高性能的資訊處理能力。

由於被動式探測一般不能獲得輻射的距離訊號，所以其定位方法通常是使用單點運動對輻射源所在角度進行連續量測，或用多點靜止對輻射源的角度及訊號時差進行同時量測來完成。飛彈利用此單點被動式尋標器進行定位時，很難直接測得飛彈與目標之相對距離，通常要透過其他間接方式進行估測。由於假設之基準平面不正確，因而造成距離估測值容易產生較大誤差[4,5]。

裝置在掠海巡弋之攻艦戰術飛彈上之被動式感測系統，對目標距離之估測另受到非線性和不可觀測性之限制[6,7]，因而座標系的選擇和濾波法則，是為重要之考量因素。由於一般攻艦飛彈之速度遠高於目標艦航行速度，可暫假設目標艦為一固定之輻射源。戰術作法可在接近目標物輻射源約 4 公里處開啟主動歸向頭，此時估測行為中包含目標誤差效應、船艦閃躲逃逸運動、干擾絲(Chaff)雲團施放、尋標器原差(Bias)、飛彈運動擾動等均可視為外界不明輸入效應，亦皆影響終端估測效果。較早之研究如 Tuan 等 [8,9] 提出修正極座標系(Modified Polar Coordinate, MPC)擴展卡曼濾波器，唯於被動測距上仍有甚大誤差，航程 20 海哩時終端出現約 2 海哩誤差。本論文提出應用適應性輸入估測法則結合航具軌跡估測器加以修正估測結果，達成被動式測距之目的。考量一般飛彈最終仍會轉換至直角座標系(Cartesian Coordinate)，復推導全新的被動式測距直角座標系模式，本研究所提方法可加速擴展型卡曼濾波器之收斂，有助於提高估測之精確度。

本論文章節之安排如下，第二節介紹被動式測向技術之基本原理；第三節提出在僅有角度量測的二維或三維被動式測距(Passive Ranging)問題中，依據輻射源與觀測器間之幾何變動關係決定飛彈系統觀測性，建構合理之數學模式；第四節提出適應性輸入估測方法，以即時(On Line)化處理，改良遞迴式輸入方式，修正原始卡曼濾波器，同時加入衰退因子(Fading Memory Factor,  $\gamma$ )及統計檢定方法，作為修正之輸入估測法，有助於對量測環境無法掌握之情形下，篩檢異常輸入樣本可有效改進傳統卡曼估測器之估測精度。第五節以前述之非線性數學模式，線性與離散化後代入卡曼濾波理論以適合計算機運作；第六節以一近音速(300m/sec)反艦飛彈，向一慢速運動且終端進行閃避行為之船艦(5m/sec)進行被動式定向定位模擬，飛彈尋標器量測雜訊設為無偏高斯常態分佈  $N(0,0.01^2)$ ，飛彈領先角  $\beta$  分別以  $0^\circ$  及  $90^\circ$  朝向目標艦前襲，其飛行過程中將接收目標艦之角度與彈上 INS 飛行距離，藉由適應性輸入估測法則以進行目標艦精確之定向與定位，本節亦對本文所提被動式定位技術進行模擬結果之分析與討論。第七節為結論。

## 二、被動測向技術簡介

雷達系統為求能達隱藏效果便不能以自身發射的電磁輻射波來偵測目標物，以免暴露己方之方位。因此它對目標物進行偵測和定位所採方式便以截收直接來自於目標物的電磁輻射源或間接來自於其他電磁輻射源的方式實施。為與一般的雷達系統區別，以上述方式實施目標物偵測和定位的雷達系統便被稱為「被動式雷達系統」，同時實施的方式稱為被動測距(Passive Ranging)及定位技術(中共稱無源《Source Free》測向技術)。以下就被動式測向

與被動式定位所用方法分別說明，首先說明測向部份：

### 1.1 依接收電磁能量做被動測向

由圖 1 所示，雷達系統若以兩個具有相同特性的截收天線(分別表示為 A 天線及 B 天線)指向兩個不同的方向，則來自於某個方向的目標物所輻射的電磁波被這兩個截收天線所截獲的電磁能量大小將會不相同，因此比較這兩個截獲的電磁能量的大小便可粗略地判斷傳播至截收天線的電磁波較偏向哪個方向。這種測量方式通常需要較多組天線的組合運作才能得到較正確的電磁波來向判定。

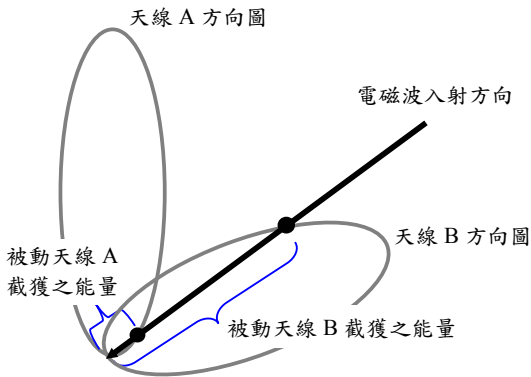


圖 1. 依接收電磁能量做無源測向的示意圖。

### 1.2 以入射電磁波相位測向

由圖 2 所示，雷達系統若以兩個具有相同特性的截收天線(分別表示為 A 天線及 B 天線)相隔一定的距離水平放置，則從很遠處的目標物所輻射過來的電磁波到達兩個截收天線的路程將會不相同(如圖所示到達天線 A 的路程將會比到達天線 B 的路程長)而形成一個路程差。此一路程差將使得接收機處理兩截收天線所得的訊號具有一定的相位差。因此，取訊號相位差、已知的天線相隔距離以及電磁波的波

長加以計算後，便可得知電磁波入射方向與二天線間連線的夾角，由此判斷目標物與雷達系統天線間的相對方向。精確的目標物方向判定通常需要十幾個天線均勻排成一個圓周，形成一個圓形天線陣列。當這些天線截收到目標物所輻射過來的電磁波，且接收機也經由相移電路系統，處理得到各個訊號的相位差，再經適當之計算處理，便可得到較精確之目標方向。

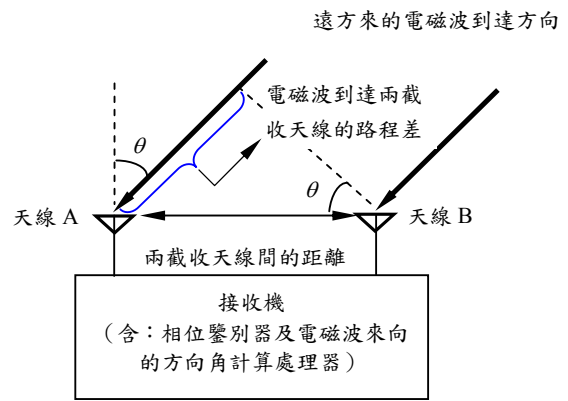


圖 2. 以入射電磁波的相位測定做被動測向示意圖。

### 1.3 多波束組合被動測向

如圖 3 所示，由許多天線單元組成一個天線陣列相互銜接且波束具不同指向，覆蓋一定的角度區域。不論由目標物輻射之電磁波自何方向入射，皆能以此佈建的雷達系統偵測獲得。

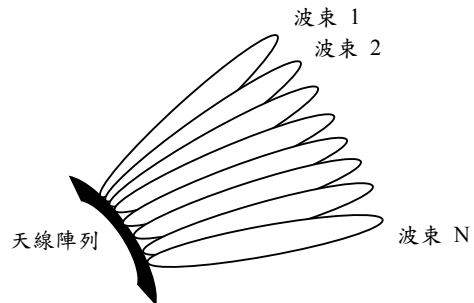


圖 3 多波束組合式被動測向技術的示意圖。

有關被動定位技術方面，被動式雷達系統若僅知由目標物輻射入射之電磁波方向仍不足以達到確切定位，因此對目標物輻射電磁波確切位置的掌握便成為其中關鍵問題。通常得知目標物輻射電磁波確切位置的方式是以分開佈建的幾個偵察站來共同完成，或是由運動過程中的偵察點做連續的量測來加以實現(此方式即為本研究所採之法)，以下就多站定位技術中測向交叉定位及時差定位技術說明如下：

### 1.4 測向交叉定位技術

此類定位技術即俗稱的三角定位法，作法上至少需由兩個偵察站組成，且各偵察站均備精確的測向系統，由目標物輻射所入射電磁波方向即構成平面上連結電磁波輻射源與偵察站間的直線，所形成之直線交點就是目標物輻射源所在位置，如圖 4 所示。

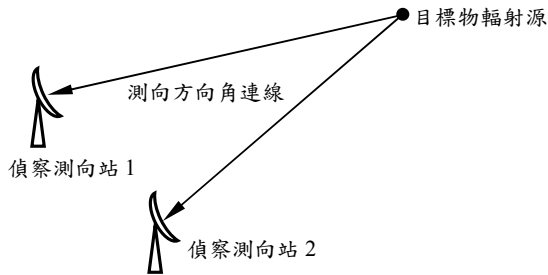


圖 4. 測向交叉定位技術示意圖。

### 1.5 時差定位技術

如圖 5，這種定位技術至少需由三個偵察站組成，其中一為主站，另兩個則是輔站。輔站將截收到的目標輻射波訊號送至主站，並由主站計算目標輻射波訊號到達主、輔站時間之差值，由此差值換算目標距離輔站及主站之路程差。同時由兩組輔站及主站所測得的時差描繪出一條雙曲線軌跡，則目標物位置即為兩條雙曲線軌跡的交點。

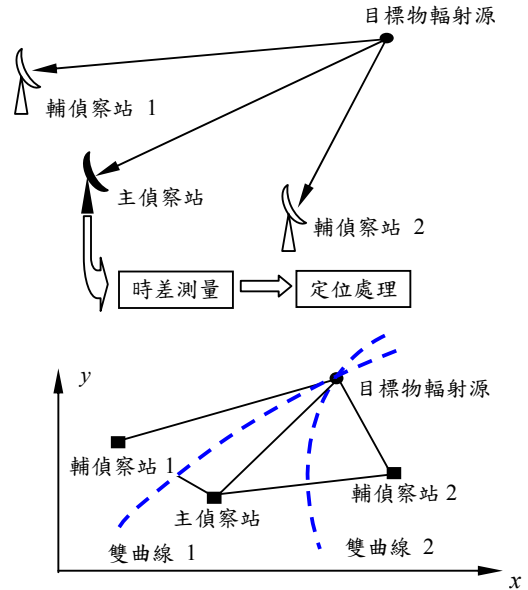


圖 5. 時差定位技術示意圖。

## 三、數學模式

目標軌跡之估測，旨在運用目標目前之資料，估測目標目前狀態，以消弭雜訊之影響，並可預估下一追蹤時刻之目標資料，若估測之目標資料超乎尋常或違反物理現象，即表示與前一追蹤目標，非屬同類，而可視為非真實目標，予以捨棄。預估目標軌跡最常用者當屬卡曼濾波器，其係利用系統輸出之量測值，預估下一取樣時間之狀態，其預估之良窳根植於系統之數學模式；若數學模式正確，則預估之狀態，可達相當程度之可信度；若數學模式與真實模式差異過大，或無法涵蓋目標所採取之戰術運動，則預估之誤差將相對增加，以致造成錯誤之研判。因此適度修正卡曼濾波器，以獲致精確之目標軌跡，是為建立目標辨識法則之重要一環。

在僅有角度量測的二維或三維被動式測距(Passive Ranging)問題中，飛彈系統觀測性係依據輻射源與觀測器間之幾何變動關係而定，

因此僅能在觀測器作視線(Line Of Sight, LOS)改變之運動條件下，飛彈系統之觀測性才能保證。當飛彈之領先角(Leading Angle)保持在某一固定角度時，以接收目標艦輻射波時，飛彈運動則會以不同的領先角而產生對數螺旋(Logarithmic Spiral)或圓弧(Circular Arc)等航行軌跡，這兩種軌跡對視線角度變化要求較小，因此較適合應用於固定的雷達輻射源位置估測。由於一般攻艦飛彈之速度遠高於目標艦航行速度，可暫假設目標艦為一個固定之輻射源。戰術作法可在接近目標物輻射源約 4 公里處開啟主動歸向頭，此時估測行為中包含目標誤差效應、船艦閃躲逃逸運動、干擾絲(Chaff)雲團施放、尋標器原差(Bias)、飛彈運動擾動等均可視為外界不明輸入效應，亦皆影響終端估測效果。

考量船艦在海上運動，模擬掠海飛彈與目標艦之位置與相對速度之關係。假設反艦飛彈貼海之飛行高度可忽略不計，船艦為慢速目標，飛彈近終端時所施放之干擾絲為不動目標。另因使用被動雷達定向定位技術，反艦飛彈朝向目標艦輻射源接近，船艦運動緩慢約每秒 5 公尺(時速 10 海浬)，相較於反艦飛彈每秒 300 公尺近音速掠海飛行之速度，發射輻射源之船艦可視為固定目標。以二維的平面運動說明，其相對運動之關係表示如圖 6。

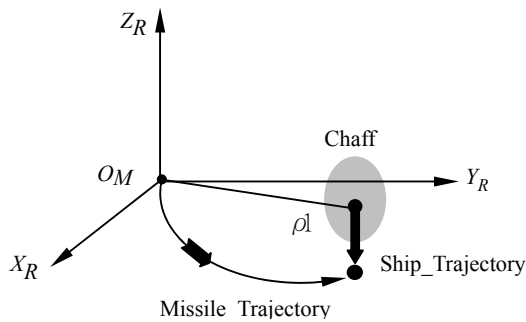


圖 6. 船艦、飛彈及干擾絲相對位。

進一步以圖 7 運動關係圖說明船艦與干擾絲之動態模式， $(0,0,0)$  為尋標器位置， $(x,y,0)$  為艦艇位置， $(x',y',z')$  為干擾絲雲團位置， $\mathbf{v}_s$  及  $\mathbf{v}_c$  則為艦艇與干擾絲雲團之速度向量。反艦飛彈以速度  $V_m(t)$  朝向船艦接近，其領先角  $\beta$  設為一定值，近終端時船艦則作逃逸動作，並以  $\Psi$ 。發射干擾絲作為掩護。其中

$\theta$  : 視線角 (LOS angle)

$\alpha$  : 參考線與飛彈飛行速度線間之飛行路徑角(Flight Path Angle)

$\beta$  : 飛彈飛行速度線與視線角間之領先角

$V_m$  : 飛彈航速  $\rho$  : 飛彈與目標艦之相對距離

本文僅考量對目標艦輻射源之定向定位，故僅以飛彈尋標器對船艦之觀測來做說明。定義  $\alpha = \theta - \beta$ ,  $V_m$  方向與參考  $X$  軸有  $\alpha$  角，故相對應於  $X$  軸與  $Y$  軸的速度分量分別為  $V_x$ ,  $V_y$  :

$$V_x = V_m \cos \alpha = V_m \cos(\theta - \beta) \quad (1)$$

$$V_y = V_m \sin \alpha = V_m \sin(\theta - \beta) \quad (2)$$

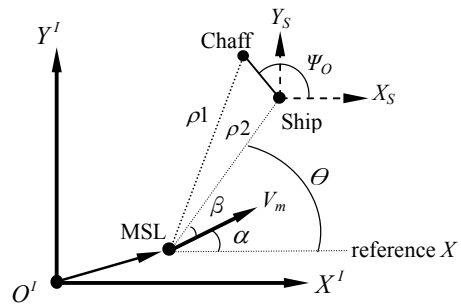


圖 7. 飛彈與目標艦、誘標相對運動關係圖。

兩個座標系統中，一為慣性座標軸( $O'$ ,  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$ )，另一為物體座標軸( $O^b$ ,  $X^b$ ,  $Y^b$ ,  $Z^b$ )，此由尋標器系統所考慮，我們可使用相對速度與加速度去證明此一動態方程式。假設飛彈在  $O^b$  位置，船艦在  $P$  點，均相對於固定  $O'$  點系統，如圖 8.:

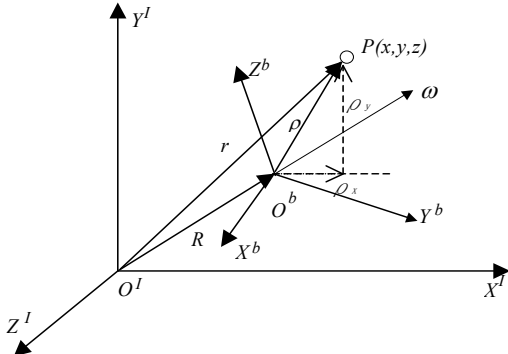


圖 8. P 點相對於固定座標與移動座標之位置。

P 點為船艦所在位置，可由圖 8 幾何關係表示為：(以黑體表向量)

$$\rho = \mathbf{P} + \rho \quad (3)$$

速率則考慮旋轉座標定義，其表示如下

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{R}} + \dot{\rho} + \omega_m \times \rho \quad (4)$$

則目標艦之速度可推導得到

$$\mathbf{V}_s = \dot{\mathbf{R}}_m + V_m \cos \beta + V_m \sin \beta \quad (5)$$

又目標艦於移動座標中，根據旋轉角度之定義，其角度變化可由速度與距離之比表示為：

$$\dot{\theta} = \omega = \frac{1}{\rho} V_m \sin \beta \quad (6)$$

$\beta$  設為固定領先角，且飛彈為等速度  $V_m$  航行，則角速度變化為

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= -\frac{V_m \sin \beta (V_m \cos \beta + V_m \sin \beta)}{\rho^2} \\ &= -\frac{V_m^2 (\sin \beta \cos \beta + \sin^2 \beta)}{\rho^2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{又 } \rho = \begin{bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \cos \theta \\ \rho \sin \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$(\dot{\rho})_r = V_m \cos \beta = \begin{bmatrix} V_m \cos \beta \cos \theta \\ V_m \cos \beta \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{\rho})_{rx} \\ (\dot{\rho})_{ry} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$(\ddot{\rho})_r = \frac{d}{dt} (\dot{\rho})_r = \frac{d}{dt} (V_m \cos \beta) = 0 \quad (10)$$

因此加速度方程式為

$$\mathbf{a}_m = \ddot{\mathbf{R}}_I + \omega \times (\omega \times \rho) + 2\omega \times (\dot{\rho})_r + \dot{\omega} \times \rho \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} a_{Ix} \\ a_{Iy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega^2 \rho_x \\ -\omega^2 \rho_y \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} -\omega (\dot{\rho})_{ry} \\ \omega (\dot{\rho})_{rx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\omega} \rho_y \\ \dot{\omega} \rho_x \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{Ix} - \frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho^2} \cdot \rho \cos \theta - 2 \frac{V_m \sin \beta}{\rho} \cdot V_m \cos \beta \sin \theta \\ \quad + \frac{V_m^2 (\sin \beta \cos \beta + \sin^2 \beta)}{\rho^2} \cdot \rho \sin \theta \\ a_{Iy} - \frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho^2} \cdot \rho \sin \theta + 2 \frac{V_m \sin \beta}{\rho} \cdot V_m \cos \beta \cos \theta \\ \quad - \frac{V_m^2 (\sin \beta \cos \beta + \sin^2 \beta)}{\rho^2} \cdot \rho \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{Ix} - \frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\cos \theta - \sin \theta) \\ \quad - \frac{V_m^2 \sin \beta}{\rho} \cos \beta \sin \theta \\ a_{Iy} - \frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\sin \theta + \cos \theta) \\ \quad + \frac{V_m^2 \sin \beta}{\rho} \cos \beta \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

定義狀態變數

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [x \quad y \quad V_x \quad V_y \quad \theta \quad \rho] \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6] \end{aligned}$$

依變數定義及代入(12)式加速度後，各狀態

$$\dot{x}_1 = \dot{x} = V_x \quad (13)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{y} = V_y \quad (14)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{V}_x = a_{Ix} - \frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\cos \theta - \sin \theta) \quad (15)$$

$$- \frac{V_m^2 \sin \beta}{\rho} \cos \beta \sin \theta$$

$$\dot{x}_4 = \dot{V}_y = a_{Iy} - \frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\sin \theta + \cos \theta) \quad (16)$$

$$+ \frac{V_m^2 \sin \beta}{\rho} \cos \beta \cos \theta$$

$$\dot{x}_5 = \dot{\theta} = \frac{1}{\rho} V_m \sin \beta \quad (17)$$

$$\dot{x}_6 = \dot{\rho} = V_m \cos \beta + V_m \sin \beta \quad (18)$$

飛彈速度可由直角參考座標所描述，所以

$$V_m = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{X_3^2 + X_4^2} \quad (19)$$

則運動方程式可表示為非線性狀態方程式

$$\dot{\mathbf{X}} = F(\mathbf{X}, t) \quad (20)$$

其中

$$F(\mathbf{X}, t) = \begin{bmatrix} X_3 \\ X_4 \\ -\frac{(X_3^2 + X_4^2) \sin^2 \beta}{X_6} (\cos X_5 - \sin X_5) \\ -\frac{(X_3^2 + X_4^2) \sin \beta}{X_6} \cos \beta \sin X_5 \\ -\frac{(X_3^2 + X_4^2) \sin^2 \beta}{X_6} (\sin X_5 + \cos X_5) \\ +\frac{(X_3^2 + X_4^2) \sin \beta}{X_6} \cos \beta \cos X_5 \\ \frac{1}{X_6} \sqrt{X_3^2 + X_4^2} \sin \beta \\ \sqrt{X_3^2 + X_4^2} (\cos \beta + \sin \beta) \end{bmatrix} \quad (21)$$

#### 四、適應性輸入估測法

輸入估測首先自 Chan 等發展之估測方法，而後有許多論文直指其對系統修正有其幫助，首先是整批式輸入估測法推導，可參考 Huang 論文之發表[10]，而後遞迴式輸入估測亦應用於熱傳領域上[11,12]，兩者所使用最小平方估測方式所得結果均可以有效改變傳導的狀態估測，然近年來為求能即時(On Line)化，運用上就以改良遞迴式輸入方式來解決現今控制理論上的問題，此處我們將衰退因子(Fading Memory Factor,  $\gamma$ )及統計方法的檢定方法，以作為修正之輸入估測法，我們稱之為適應性輸入估測器，此法將對量測環境無法掌握之情形，加以篩檢，結果將較傳統卡曼估測器為佳[13~18]。

以基本的卡曼濾波器的方程式來說明

$$\bar{\mathbf{X}}(k/k-1) = \Phi \bar{\mathbf{X}}(k-1/k-1) \quad (22)$$

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \Phi \mathbf{P}(k-1/k-1) \Phi^T + \mathbf{I} \mathbf{Q} \mathbf{I}^T \quad (23)$$

$$\mathbf{S}(k) = \mathbf{H} \mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{H}^T + \mathbf{R} \quad (24)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{H}^T \mathbf{S}^{-1}(k) \quad (25)$$

$$\mathbf{P}(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}] \mathbf{P}(k/k-1) \quad (26)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}(k) = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{H} \bar{\mathbf{X}}(k/k-1) \quad (27)$$

$$\bar{\mathbf{X}}(k/k) = \bar{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{K}(k) \bar{\mathbf{Z}}(k) \quad (28)$$

經過推導演進形成遞迴式最小平方方法估測器，係利用整批式輸入估測計數及加入一衰退記憶因子，直接推導出如下修正量

$$\mathbf{B}(k) = \mathbf{H} [\Phi \mathbf{M}(k-1) + \mathbf{I}] \Gamma \quad (29)$$

$$\mathbf{M}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}] [\Phi \mathbf{M}(k-1) + \mathbf{I}] \quad (30)$$

$$\mathbf{K}_b(k) = \gamma^{-1} \mathbf{P}_b(k-1) \mathbf{B}^T(k) [\mathbf{B}(k) \gamma^{-1} \mathbf{P}_b(k-1) \mathbf{B}^T(k) + \mathbf{S}(k)]^{-1} \quad (31)$$

$$\mathbf{P}_b(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_b(k) \mathbf{B}(k)] \gamma^{-1} \mathbf{P}_b(k-1) \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \hat{\mathbf{u}}(k-1) + \mathbf{K}_b(k) [\bar{\mathbf{Z}}(k) - \mathbf{B}(k) \hat{\mathbf{q}}(k-1)] \quad (33)$$

此處  $\hat{\mathbf{u}}(k)$  表示估測之輸入向量， $\mathbf{P}_b(k)$  表示估測輸入向量的誤差變異量， $\mathbf{B}(k)$  與  $\mathbf{M}(k)$  是敏感矩陣，而  $\mathbf{K}(k)$ 、 $\mathbf{S}(k)$  與  $\bar{\mathbf{Z}}(k)$  則自卡曼濾波器產生分別代表增益、與量測值， $\gamma$  是遺忘因子。當  $\gamma = 1$  時，修正之向量為原來之加權矩陣；當  $0 < \gamma < 1$  時，代表最近的量測資料加權會比過去量測資料加權為重，亦即比較相信最新的量測數據。

#### 五、卡曼濾波器及輸入估測的應用

對於彈道之估測，具有模式誤差的影響[19]，主要來自於本身所受相關力(Correlated Force)外，尚有額外且無法預測之力作用於彈體，例如：運動方程式之參數變異、飛彈逃逸時所產生之戰術運動、建立數學模式時之假設、自然界於飛彈上不確定外力等。所以將所有未能納入運動方程式之各項未知力視為另一輸入項，所以原式(20)式可改為

$$\dot{\mathbf{X}} = F(\mathbf{X}, t) + \Psi \mathbf{u} \quad (34)$$



$$\text{其中 } \Psi = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\mathbf{u} = [0 \ 0 \ u_3 \ u_4 \ 0 \ 0] \quad (36)$$

$\mathbf{0}_{2 \times 2}$  為  $2 \times 2$  零矩陣，將其帶入擴展卡曼濾波器中進行估測，其狀態更新與預估值分別為：

$$\hat{\mathbf{X}}_{n+1/n} = \phi_n \hat{\mathbf{X}}_{n/n} + \Psi \mathbf{u}_n \quad (37)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{n+1/n+1} = \hat{\mathbf{X}}_{n+1/n} + \mathbf{K}_{n+1} (\mathbf{Z}_{n+1} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_{n+1/n}) \quad (38)$$

其中

$\mathbf{K}_{n+1}$  : 卡曼增益

$\mathbf{Z}_{n+1}$  :  $t = (n+1)\Delta t$  時之量測值向量

$$\phi_n = \mathbf{I} + \frac{\partial F(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_n} \cdot \Delta t$$

由上式(13)-(18)方程式中，應用卡曼濾波器將其離散化，即

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n}{\Delta t} \quad (39)$$

其中  $\Delta t$  為取樣週期， $\mathbf{X}_n$  為於  $t = n\Delta t$  時之狀態，則線性化之狀態方程式為

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{n+1} &= \mathbf{X}_n + \frac{\partial F(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_n} \cdot \mathbf{X}_n \cdot \Delta t \\ &= \left[ \mathbf{I} + \frac{\partial F(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_n} \cdot \Delta t \right] \cdot \mathbf{X}_n \\ &= \phi_n \cdot \mathbf{X}_n \end{aligned} \quad (40)$$

$$\text{其中 } \phi_n = \mathbf{I} + \frac{\partial F(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_n} \cdot \Delta t \quad (41)$$

而  $F(\mathbf{X}, t)$  之線性化推導可表示為：(請參考附錄)

$$\frac{\partial F(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C3 & C4 & C5 & C6 \\ 0 & 0 & D3 & D4 & D5 & D6 \\ 0 & 0 & E3 & E4 & 0 & E6 \\ 0 & 0 & F3 & F4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

而  $\mathbf{K}_{n+1}$  亦可得

$$\mathbf{K}_{n+1} = \mathbf{P}_{n+1/n} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{n+1/n} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (43)$$

$$\mathbf{P}_{n+1/n} = \phi_n \mathbf{P}_{n/n} \phi_n^T + \Gamma \mathbf{Q} \Gamma^T \quad (44)$$

$$\mathbf{P}_{n+1/n+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{n+1} \mathbf{H}) \mathbf{P}_{n+1/n} \quad (45)$$

其中  $\Gamma = \mathbf{I}_{6 \times 6} \Delta t$ 。

當估測之輸入通過檢定，即送入擴展卡曼濾波器中估測各狀態值，此構成適應性卡曼濾波器，如圖 9。一旦飛彈之彈道估測獲得，則可將估測結果，作為預估飛彈彈道之初始值，即可預估以後各時間之彈道資料[20]。飛彈之位置與速度均可藉由彈體中的慣性元件獲得，量測資料表示為，藉由被動定位所獲得對目標艦之距離與角度資訊( $\rho, \theta$ )，其目標艦運動與海面雜波(Clutter)所造成之量測雜訊均以  $\gamma$  表示，則量測值方程式可表為

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H} \mathbf{X} + \gamma \quad (46)$$

其中  $\mathbf{H}$  為  $6 \times 6$  之單位矩陣， $\gamma$  為均值為零且變異量為  $R$  之量測雜訊，其中

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1} \left( \frac{y_s - y_m}{x_s - x_m} \right), \\ \rho &= \sqrt{(x_s - x_m)^2 + (y_s - y_m)^2} \end{aligned} \quad (48)$$

若能以適應性輸入估測法求取  $\mathbf{u}_n$ ，應可大幅改善與修正擴展卡曼濾波器，降低因模式誤差所產生之誤差。

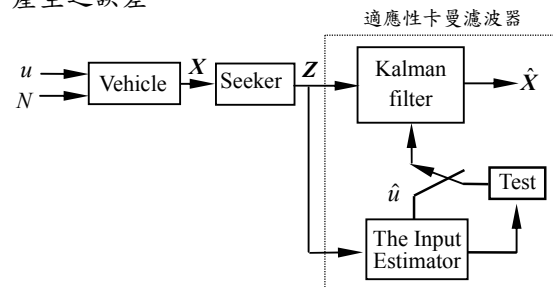


圖 9. 適應性卡曼濾波器架構示意圖。

## 六、模擬

考慮路徑為一非線性系統，應用推展卡曼濾波技術，先將(20)式線性化，附錄為詳細線性化後各式情形，再應用濾波器法則及適應性濾波器，予以計算。假設飛彈初速為  $300m/sec$

在(0,500)位置上，使用領先角  $\beta = 10^0$ ，而船艦位於(12000,3000)以速度  $5m/sec$  朝 X 軸前進，取樣時間為 0.05 秒， $R=I$ ， $Q=I$ ， $P=0.0001 \times I_{6 \times 6}$ ，衰減因子為 0.85。我們將式(13)~(19)使用 Runge-Kutta 方式求得飛彈與船艦軌跡，為便於觀察，以立體圖表之如圖 10，而圖 11、圖 12 為飛彈之位置及速度變化，圖 18 為飛彈與船艦相對應之夾角  $\theta$ 。在設計此被動式測距軌跡時，我們發現夾角在終端階段會急速變化至  $90$  度，因此在設計上應注意其相對應之位置，並於  $\tan 90^0$  採取補救措施，以免產生計算上之奇異點(Singular point) 現象。而本系統於 44.9 秒鐘結束，飛彈位於(1222.3,2991)與船艦最短距離為 8.60 公尺(此處設與目標艦終端距離 25m 以下為命中)。

飛彈軌跡代表被動定位法則之應用，其係以領先角  $\beta$  引導飛彈朝向目標艦飛行，本模擬亦驗證此飛彈軌跡之正確性，若將其領先角  $\beta = 0^0$  代入(21) 式後，因無領先角因素則飛彈直接朝向目標艦攻擊，其軌跡將直線命中目標艦。另假設其領先角  $\beta = 90^0$  代入(21) 式後，因飛彈領先角過大，反而使軌跡以目標艦為中心，呈現一圓形弧度前進。因此當領先角在  $-\pi/2 < \beta < \pi/2$  且  $\beta \neq 0^0$  之條件下，飛彈航行軌跡為對數螺旋，此說明亦證明(21)式被動定位法則之推導合乎物理意義的。

另對系統作推展卡曼濾波器及適應性輸入估測器比較，其中適應性輸入估測器在 0.5 秒後啟動運算機制，其結果如圖 13 所示飛彈位置誤差量，上圖為卡曼濾波器在 41.4 秒中斷，誤差值在 850 m 及 380 m 左右；而下圖為適應性輸入估測器在 42.9 秒中斷，誤差值在 380 m 及 100 m 左右，顯見使用卡曼濾波器與加入適應性輸入估測後均有逐步發散真實值狀況，而適應性輸入估測則有減少飛彈位移偏差，並與真實值相近。在此二種狀態其飛彈軌跡狀態圖

如圖 14 及圖 15，說明了適應性輸入估測比較吻合真實軌跡的估測。圖 16 為飛彈速度誤差量，同樣的上圖為卡曼濾波器在 41.4 秒中斷，起始誤差在 20 秒以前變化不大，最後於 41 秒時其誤差值在 21 m/sec 與-18 m/sec 左右；而下圖為適應性輸入估測器在 42 秒中斷， $V_y$  能保持甚小的誤差量，而  $V_x$  修正結果大致在 20 m/sec 誤差值內，顯見適應性輸入估測器有較佳之修正能力，並收斂至預期結果。圖 17 為量測角之變化情形，可知加入適應性輸入估測後有朝向真實值之情形，間接縮短估測時間。所以應用適應性輸入估測對傳統推展卡曼濾波器比較後，可提供飛彈系統較佳之追蹤與分別辨識能力，使飛彈能對準目標前進，因此將有效改善飛彈系統之穩定性及收斂性，進而應用(47)與(48)式之幾何關係( $\rho$ ,  $\theta$ )推導出目標艦之量測位置，進而能鎖定目標軌跡進行攔截。

系統中量測出飛彈軌跡及推導出目標艦觀測值後，可產生目標艦之運動資料庫，而量測出飛彈軌跡會隨著不同的目標艦運動軌跡而改變，再運用蒙地卡羅方式產生對誘標施放位置及時機，將可分析其對目標艦信號造成遮蔽、替鎖之效應，此研究將有助整合評估模擬之建立，以利於未來能處理誘標與目標艦信號之分析，提供尋標器更精準的估測方式。

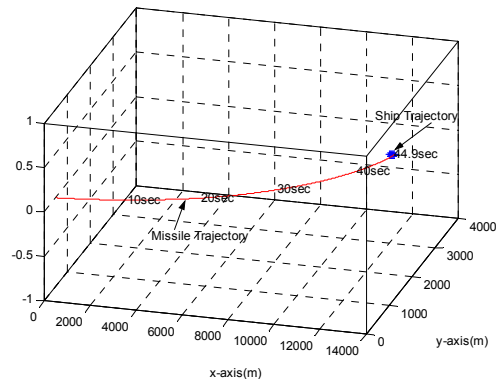


圖 10.  $\beta = 10^0$  飛彈與船艦軌跡。

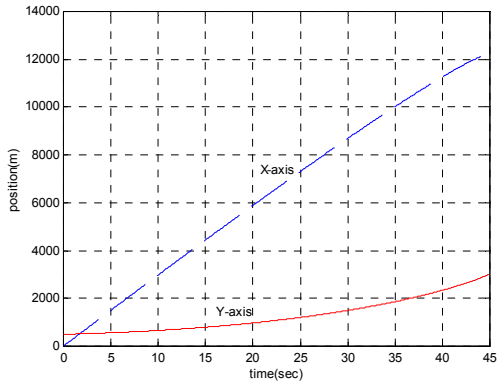


圖 11.  $\beta = 10^0$  飛彈之位置變化。

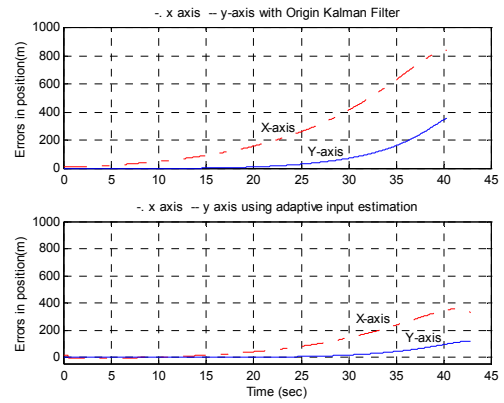


圖 14. 估測誤差位置之比較。

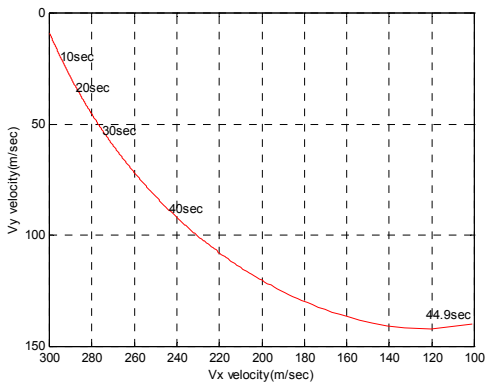


圖 12.  $\beta = 10^0$  飛彈之速度變化。

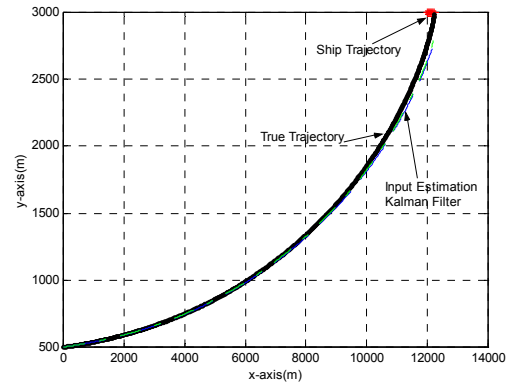


圖 15. 飛彈軌跡運動之比較。

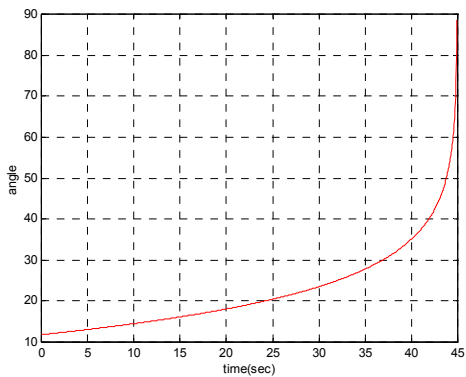


圖 13.  $\beta = 10^0$  飛彈與船艦相對應之夾角  $\theta$ 。

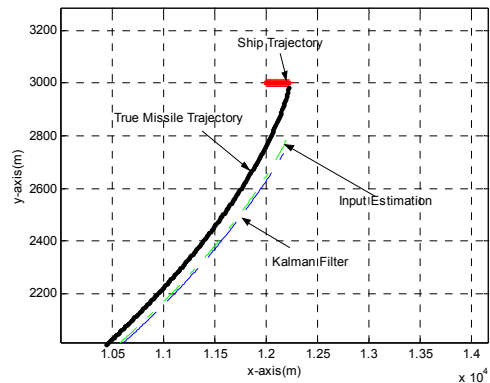


圖 16. 飛彈軌跡運動之比較(放大圖)。

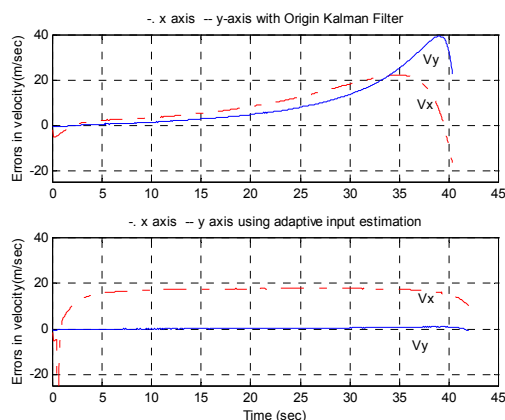


圖 17.估測誤差速度之比較。

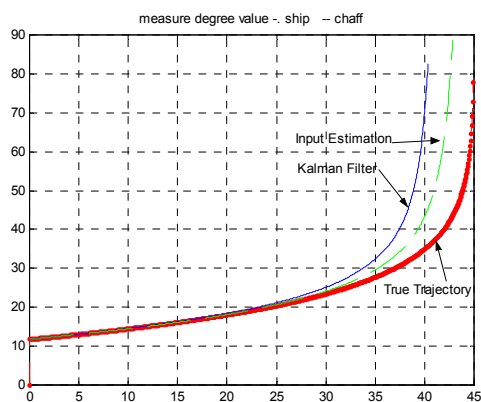


圖 18.估測量測角之比較。

## 七、結論

雷達目標辨識及信號處理技術，為飛彈尋標器對於目標獲得極其重要之關鍵技術，本文首先建構目標對飛彈尋標器產生影響的數學模式，繼而應用輸入估測法則估測出目標與飛彈之運動狀態分析，並能以模擬驗證出其運動相對幾何關係，透過分析提供尋標器更精準的估測方式。藉此能瞭解掠海式攻艦飛彈之終端歸向階段，受誘標之電戰環境下之尋標器性能改進，發展輸入估測法則，此將有助於目標辨識法則之建立，本研究可提供研究單位後續尋標

器規格訂定及研究之基礎，並尋求歸向導引系統設計之方向。應用適應性輸入估測器，能有效對於飛彈軌跡的調整掌握，進而推導出目標艦真實位置，此亦證明適應性輸入估測其卓越的估測能力。

## 誌謝

感謝國科會計畫(NSC 90-2212-E-014-017)研究經費之支持。另感謝測繪系張嘉強、電機系施家頤、胡大湘等三位教授於被動定位技術背景與應用方向無私與專業之提供使本論文得以完成，特此誌謝。

## 參考文獻

- [1] Vaccaro, D. D., Electronic Warfare Receiving System, Artech House, 1993.
- [2] Lpsky, S. E., Microwave Passive Direction Finding, John Wiley & Sons, 1987.
- [3] Baron, A. R., Davis, K. P., and Hofman, C. P., "Passive direction finding and signal location," *Microwave Journal*, September 1982.
- [4] Nardone, S. C., Lindgren, A. G., and Gong, K. F., "Fundamental properties and performance of conventional bearing-only target motion analysis," *IEEE*, Vol. AC-29 No.9, 1984.
- [5] Torrieri, D. T., "Statistical theory of passive location system," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-20, pp.183, 1984.
- [6] Nardone, S. C. and Aidela, V. J., "Observability criteria for bearing-only target motion analysis," *IEEE Transactions*

- on *Aerospace and Electronic Systems*, AES-17(2), pp.162, 1981.
- [7] Hammel, S. E. and Aidela, V. J., "Observability requirements for three dimensional tracking via angle measurements," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-21(2), pp.200, 1985.
- [8] Tuan, P. C., Moh, T. C., Lee, S. C. and Fong, L. W., "Emitter location using an angle-only tracking filter with own-ship trajectory estimation," *International Journal of System Science*, No. 28(3), pp.283-295, 1997.
- [9] 馮立威, 卡爾曼濾波結合輸入估算法則研究, 國防大學中正理工學院博士論文, 民國八十五年六月。
- [10] Huang, Y. C., The Use of Input Estimation to Initial Leveling of Strapdown Inertial System, MS Thesis of Chung Cheng Institute of Technology, 1995.
- [11] Tuan, P. C., Ji, C. C., Fong, L. W., and Huang, W. T., "An Input Estimation Approach to On-Line Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem," *Numerical Heat Transfer, Part B*, No. 29, pp.345-363, 1996.
- [12] Tuan, P. C. and Fong, L. W., "An IMM Tracking Algorithm with Input Estimation," *International Journal of System Science*, No. 27(7), pp.629-639, 1996.
- [13] Lee, S. C., Liu, C. Y., and Hou, W. T., "Initial Leveling with Input Estimation," *JSME International Journal, Series C*, Vol. 41, No. 4, pp.774-780, 1998.
- [14] Lee, S. C. and Liu, C. Y., "Initial Leveling of Strapdown Inertial Navigation System with an On-Line Robust Input Estimator," *IEICE Transaction on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, Vol. E81-A, No. 11, pp.2383-2390, 1998.
- [15] Lee, S. C. and Liu, C. Y., "Trajectory Estimation of Reentry Vehicle Using On-Line Input Estimator," *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 24 No. 12, pp. 89-99, 1999.
- [16] Lee, S. C. and Liu, C. Y., "Fast Automatic Leveling Subject to Abrupt Deterministic Input," *IEEE Transaction on AES*, Vol. 35, No. 3, 1999.
- [17] Lee, S. C., Huang, Y. C., and Liu, C. Y., "Trajectory Estimation for tactical Ballistic Missile in Terminal Phase Using On-Line Input Estimator," *National Science Council*, Vol. 23, No. 5, 1999.
- [18] Lee, S. C. and Liu, C. Y., "Improved Trajectory Estimation of Reentry Vehicles From Radar Measurement Using On-Line Adaptive Input Estimator," *IEICE Transaction on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, Vol. E81-A, No. 9, pp.1867-1876, 1998.
- [19] Lindgren, A. G., Irza, J., and Nardone, S. C., "Trajectory Estimation with Uncertain and Nonassociated Data," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-22, No. 1, pp.71-78, 1986.
- [20] Goodwin, G. C. and Sin, K. S., Adaptive Filtering Prediction and Control, Prentice Hall, 1984.

## 附錄

$F(\mathbf{X}, t)$  之線性化推導可表示為

$$\frac{\partial F(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{X=X_n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C3 & C4 & C5 & C6 \\ 0 & 0 & D3 & D4 & D5 & D6 \\ 0 & 0 & E3 & E4 & 0 & E6 \\ 0 & 0 & F3 & F4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中

$$C_3 = -\frac{\sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\cos \theta - \sin \theta) \cdot 2X_3 - \frac{\sin \beta}{\rho} \cos \beta \sin \theta \cdot 2X_3$$

$$C_4 = -\frac{\sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\cos \theta - \sin \theta) \cdot 2X_4 - \frac{\sin \beta}{\rho} \cos \beta \sin \theta \cdot 2X_4$$

$$C_5 = -\frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho} \cdot (-\sin \theta - \cos \theta) - \frac{V_m^2 \sin \beta}{\rho} \cos \beta \cos \theta$$

$$C_6 = \frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho^2} \cdot (\cos \theta - \sin \theta) + \frac{V_m^2 \sin \beta}{\rho^2} \cos \beta \sin \theta$$

$$D_3 = -\frac{\sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\sin \theta + \cos \theta) \cdot 2X_3 + \frac{\sin \beta}{\rho} \cos \beta \cos \theta \cdot 2X_3$$

$$D_4 = -\frac{\sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\sin \theta + \cos \theta) \cdot 2X_4 + \frac{\sin \beta}{\rho} \cos \beta \cos \theta \cdot 2X_4$$

$$D_5 = -\frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho} \cdot (\cos \theta - \sin \theta) - \frac{V_m^2 \sin \beta}{\rho} \cos \beta \sin \theta$$

$$D_6 = \frac{V_m^2 \sin^2 \beta}{\rho^2} \cdot (\sin \theta + \cos \theta) - \frac{V_m^2 \sin \beta}{\rho^2} \cos \beta \cos \theta$$

$$E_3 = \frac{\sin \beta}{\rho} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}} \cdot X_3 \quad ,$$

$$E_4 = \frac{\sin \beta}{\rho} \cdot \frac{1}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}} \cdot X_4$$

$$E_6 = -\frac{V_m \sin \beta}{\rho^2}$$

$$F_3 = \frac{1}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}} \cdot X_3 \cdot (\cos \beta + \sin \beta)$$

$$F_4 = \frac{1}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}} \cdot X_4 \cdot (\cos \beta + \sin \beta)$$