

微漸縮流道壓力梯度理論分析

王金燦* 呂宗行** 賴蔡明**

* 國立宜蘭大學機械系

** 國立成功大學航空太空工程研究所

摘要

因液體表面張力在微觀尺度下，對液體流動存在明顯影響，所以在微管道幾何設計時，對表面張力理論之分析，是有其必要性與必須性。本研究將建立微漸縮流道表面自由能與壓力梯度之三維理論關係式，並對溼潤體積、表面自由能、壓力梯度等相關問題，進行系統性分析。經理論分析發現，微漸縮管道壓力差值，會因流體在微漸縮流道內，因表面張力影響，對流體之流動產生一助力，此推論結果已由實驗觀察得到證實。

關鍵詞：漸縮微流道、表面自由能、壓力梯度

Theoretical Analysis of Pressure Gradient of Tapered Micro-Channel

Chin-Tsan Wang*, Tzong-Shyng Leu**, and Tsai-Ming Lai**

* *Department of Mechanical Engineering, National I-Lan University*

** *Institute of Aeronautics and Astronautics, National Cheng-Kung University*

ABSTRACT

Analysis of surface tension was necessary and important because of dominating in the micro-channel. In this paper, a 3-D theoretical analysis model of pressure gradient has been built. The issues of wetted volume associated with surface free energy and pressure gradient would have been analyzed. When the fluid in the convergent channel, it will be driven by the surface tension force. This finding also has been confirmed by the flow visualization.

Keywords: tapered micro-channel, surface free energy, pressure gradient

文稿收件日期 94.4.12; 文稿修正後接受日期 95.2.7

Manuscript received Apr.12, 2005; revised February 7, 2006

一、前言

近幾年來，由於微機電製造技術成熟，使得微機電系統技術，廣被運用在不同領域，而微流體系統為其中重要一環。但目前，微流體系統之整合技術及其微觀行為，仍存在許多值得探討及分析的地方。

在微尺寸尺度下，許多巨觀物理特性與機械性質，已無法適用於微觀世界，例如：傳統之流體動力來源，一般以幫浦作為驅動流體之動力源，但在微米尺度下的流體，因表面張力及黏滯力的重要性遠大於重力效應，因此表面張力及黏滯力等參數之影響，將是不容忽視的控制參數。

當元件尺寸縮小時，表面積與體積比例隨尺寸縮小而變大，相形之下，表面力(如摩擦力、表面張力)就越加顯著，因此表面力所產生之物理現象，在微型元件上非常明顯，因此尺寸縮小時，將產生尺寸效應，許多微觀物理性質，也將與巨觀材質相異，甚至隨尺寸大小而改變，所以在巨觀條件下，所使用的統御方程式及分析方法也應重新審視。

對於應用表面張力於微流道系統之研究報告已非常多，王訓忠教授對於微型迴路式熱管(Micro Loop Heat Pipes)之研究，則著重於蒸發端與冷凝端之分離設計[1]。陳炳輝教授主要研製低成本、高性能之微型熱管(Miniature Heat Pipes)，以研究微溝槽之毛細性能為開端，分析微溝槽之毛細性能(潤濕軸長)所造成的影響[2]。毛細幫浦吸環路(CPL, Capillary Pumped Loop)於西元 1960 年代中期，由 Stenger[3]首先提出應用理論，它是一個高效率的雙相移熱工具。CPL 利用工作流體之相變化，將熱由蒸發器傳遞至冷卻器，並利用毛細力作為驅動力，完成管路循環。西元 1998 年，I. Muraoka 等人試著將 CPL 微小化，並將多孔性結構裝置於冷卻器中，目

的在使液、氣相接觸面得以穩定[4]。西元 1998 年，對於多孔性結構的熱與質量傳遞的研究，已有實驗與數值分析的報告出現，在數值模擬報告方面，Figus 等人指出，當結構存在多孔性分佈時，應以毛細網格模型建構，而不能以傳統黏體模型來解[5]。在實驗結果方面，Liao 等人則指出因多孔性結構存在相變化行為與熱傳機制，因此存在最大熱通量[6]。關於 EHD 幫浦技術，則由 Mo 等學者提出，利用電場產生電力來驅動流體，以加速環流性能，以減低流體啟動時間[7, 8]。西元 2001 年，Kirshberg 等學者，利用微機電矽製程技術，成功作出微毛細管流道，並發現微毛細管流道具溫度分佈均勻特性，而有較佳之熱散效率，可避免在短程流道內熱點之局部高溫現象產生[9]。由上述相關文獻得知，微流道之應用與相關問題探討，已被廣泛研究與實現，足見表面力在微尺度之重要性。對於表面力之相關研究報告，西元 1998 年 Man 等人對於毛細力驅動止閥(Capillary-Driven Stop Valves)的報告，則提出表面自由能之二維分析模態，並對表面力、濕潤體積等相關問題分析，進行分析[10]，但報告中對微漸縮三維流道之表面自由能理論分析，並未提出，因此將為本研究主要探討重點之一。

二、本文

2.1 理論推導與分析

在微小化過程中，由於液體表面張力效應的影響，會因液體-氣體-固體之接觸面積增加而增加，特別是在小於 100 微米管徑的微管道內，表面張力效應更為明顯，因此表面張力在微流體晶片的特性分析與應用也廣被重視。

本研究將針對微流道壓力梯度作一理論

推導，以提供未來實現流道設計之製程參考。實驗上，主要是將一微小體積的液滴，滴入微管道中，由於液體-氣體-固體的介面自由能改變，產生表面張力效應，造成自發性運動，再藉由管道幾何形狀或結構設計，將可簡單控制流體，達到流控目的。

關於二維理論分析部份，主要針對微觀液體與固體之接觸面，當作理論模型，其中接觸角(contact angle, θ_c)如圖 1 所示並說明如下：圖 1 為液體、氣體與固體間界面之關係，其中 γ_{sl} 、 γ_{sa} 及 γ_{la} 則為固體-液體、固體-氣體、液體-氣體界面間，單位長度之表面張力，利用液體在固體表面上表面張力的平衡，可定義出液體與固體間的夾角為接觸角 θ_c 。因本研究實驗工作流體為水，流道體材為玻璃，因此水與玻璃表面間的接觸角小於 90 度($\theta_c < 90^\circ$)，為親水性。

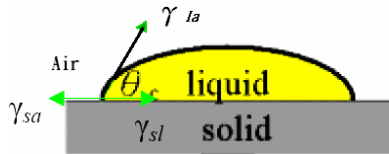


圖 1. 液體、氣體與固體間介面關係及接觸角之定義。

再者，由於本研究最終目的，在於借助理論分析，來探討漸縮流道之表面張力，以提供流道設計參數，使能產生幫助流體向前流動的力，所以本研究僅針對漸縮流道，進行流道壓力梯度之理論推導。

由於力在微管道內所產生的現象，可由液體-固體-氣體界面之能量改變來詮釋，首先假設流道系統之總表面自由能 U_T (total surface free energy) 如式(1)表示[10]：

$$U_T = A_{sl}\gamma_{sl} + A_{sa}\gamma_{sa} + A_{la}\gamma_{la} \quad (1)$$

其中 A_{sl} 、 A_{sa} 、 A_{la} ：分別為固體-液體、固體-

氣體、液體-氣體的界面面積； γ_{sl} 、 γ_{sa} 、 γ_{la} ：分別為固體-液體、固體-氣體、液體-氣體單位長度之表面張力。

從圖 1 可清楚知道，當液體滴在一固體表面時，液滴界面上會形成一個角度 θ_c ，稱為固體與液體間之接觸角。其中固體-氣體、固體-液體及液體-氣體界面表面能量與接觸角之關係式，可利用 Young's equation 表示成式(2)，並整理如式(3)：

$$\gamma_{sa} = \gamma_{sl} + \gamma_{la} \cos \theta_c \quad (2)$$

$$U_T = (A_{sl} + A_{sa})\gamma_{sa} - A_{sl}\gamma_{la} \cos \theta_c + A_{la}\gamma_{la} \quad (3)$$

$$= U_0^* - A_{sl}\gamma_{la} \cos \theta_c + A_{la}\gamma_{la}$$

其中 A_{sl} 及 A_{sa} 分別為固體-液體及固體-氣體之界面面積，亦為微管道內濕潤壁面面積及乾燥壁面面積；因 $A_{sl} + A_{sa}$ 之合，代表微管道內全部壁面面積總合，所以 $A_{sl} + A_{sa}$ 為一定值，因此進一步定義 $U_0^* = \gamma_{sa}(A_{sl} + A_{sa})$ ，其中 U_0^* 為一常數，而式(3)中的 $(-A_{sl}\gamma_{la} \cos \theta_c + A_{la}\gamma_{la})$ 為 ΔU ，所以式(3)則可改成式(4)：

$$U_T = U_0^* + \Delta U \quad (4)$$

隨著液體表面張力作用，造成液體流動，液體濕潤管道之體積 V_l 會同時產生變化，由系統總表面自由能(U_T)對濕潤體積(V_l)進行微分後，可得到作用於液體上之毛細管壓力(capillary pressure) ΔP 之關係式如式(5)所示：

$$\Delta P = -\frac{dU_T}{dV_l} = \gamma_{la} \left(\cos \theta_c \frac{dA_{sl}}{dV_l} - \frac{dA_{la}}{dV_l} \right)$$

$$= -\frac{d\Delta U}{dV_l} \quad (5)$$

$$(\Delta U = -A_{sl}\gamma_{la} \cos \theta_c + A_{la}\gamma_{la})$$

由二維理論分析結果可知：驅動液體之壓力 ΔP 與總表面自由能及濕潤體積的變化有關，在固體表面為親水性($\cos\theta_C > 0$, $\therefore \theta_C \leq 90^\circ$)的直微管道中，由於直微管道之截面積不變，液體-氣體界面面積 A_{la} 不隨滲入的距離增加而變化，因此 A_{la} 是固定值，故式(5)中 $dA_{la}/dV_l = 0$ ；而另一方面固體-液體界面面積 A_{sl} 會隨液體濕潤體積 V_l 的增加而成線性增加，所以可知式(5)中 $\cos\theta_C dA_{sl}/dV_l$ 項為一正定值(positive constant value)，所以當流體滲入一親水性直微管道中，表面張力作用所產生的壓力則是一個正定值，因此所產生的壓力是將流體吸入直微管道中，這就是一般所謂的毛細現象。

上述表面張力現象之二維推論，則是在一截面積不變之親水性直微管道中進行理論推導；然微管道的設計是採用製程技術實現，即將進行截面幾何形狀改變，造成 $\cos\theta_C dA_{sl}/dV_l$ 項與 dA_{la}/dV_l ，將隨截面幾何形狀改變而變化。當微管道截面積突然縮小(也就是漸縮管)時，在親水性微管道中($\theta_C < 90^\circ$)，毛細管壓力為正壓力，因此流體會推動液體往前流動的現象。

由於二維理論分析，主要是不考慮側向力的影響或是架構在展弦比值(Aspect ratio)很大之流場條件，但在實際微流元件應用上，三維側向力的影響並不可忽略，因此必須同時考慮水平及垂直方向之管壁影響，所以本研究將建立三維界面模式。

於此，首先定義相關參數，圖 2 及圖 3 為三維微管道幾何形狀及邊界條件之參數定義；其中 β 為漸縮角度， θ_C 接觸角， α_v 為側面液氣介面之半夾角， α_h 為水平面液氣介面之半夾角， W 為流道寬度， h 為流道深度， L 為漸縮流道總長度。假設在微管道內之汽泡兩邊界面，維持在 $10\mu m$ 的固定距離，並假定

汽泡在移動過程中，保持管道內較寬處，一直順流至漸縮管最窄處；兩邊界面模式可利用下列公式拆解成兩邊，並用運算程式計算得出。

本研究發展出三維界面模式之分析系統，是同時考慮水平與垂直方向上之管道截面積效應之影響，雖在分析上較為複雜，但對於漸縮微管道之設計與分析，則可以提供更精確的準度。

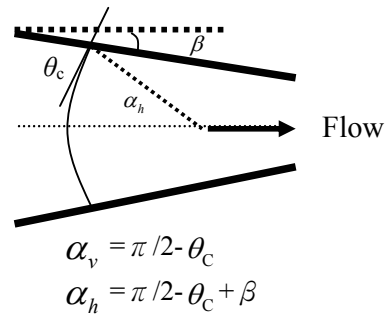


圖 2. 漸縮流道相關角度參數定義。

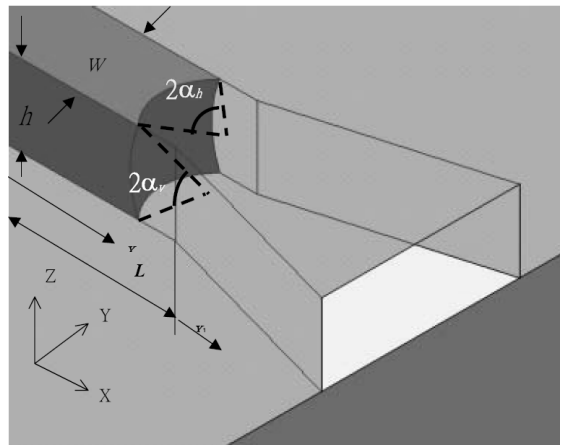


圖 3. 微流道幾何尺寸參數定義。

下面推導如公式(6)、(7)與(8)所示，為三維界面模式之推導過程，理論說明與二維一樣，於此即不再重覆說明。

3-D model:

$$\begin{aligned}
 U_T &= U_0^* - A_{sl}\gamma_{la} \cos \theta_c + A_{la}\gamma_{la} \\
 &\left(U_0^* = \gamma_{sa} (A_{sl} + A_{sa}), \because A_{sa} + A_{sl} \text{ 為定值} \right) \\
 &\left(\therefore U_0^* \text{ is a constant} \right) \\
 &= U_0^* - \gamma_{la} \cos \theta_c \left[2 \left(\frac{x_l}{\cos \beta} \right) h + 2x_l (w - x_l \tan \beta) + \right. \\
 &\left. \frac{(w - 2x_l \tan \beta)^2}{2 \sin \alpha_h} \left(\frac{\alpha_h}{\sin \alpha_h} - \cos \alpha_h \right) \right] \\
 &+ \gamma_{la} \left(\frac{\alpha_v \alpha_h h (w - 2x_l \tan \beta)}{\sin \alpha_v \sin \alpha_h} \right) \\
 \Delta U &= (-A_{sl}\gamma_{la} \cos \theta_c + A_{la}\gamma_{la})
 \end{aligned} \quad (6)$$

而 capillary pressure ΔP

$$\begin{aligned}
 \Delta P &= -\frac{dU_T}{dV_l} \\
 &= \gamma_{la} \left(\cos \theta_c \frac{dA_{sl}}{dV_l} - \frac{dA_{la}}{dV_l} \right) \\
 &= -\frac{d\Delta U}{dV_l}
 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 V_l &= (w - x_l \tan \beta) x_l h - \frac{h(w - 2x_l \tan \beta)^2}{4 \sin \alpha_h} \\
 &\left[\frac{\alpha_h}{\sin \alpha_h} - \cos \alpha_h \right] - \frac{h^2 (w - 2x_l \tan \beta) \alpha_h}{4 \sin \alpha_h \sin \alpha_v} \\
 &\times \left[\frac{\alpha_v}{\sin \alpha_v} - \cos \alpha_v \right]
 \end{aligned} \quad (8)$$

三、結果與討論

3.1 理論推導結果分析

將所推導出的三維理論公式，代入如圖 4 之邊界條件，模擬微型漸縮管 30° 的狀況，分別對溼潤體積與表面自由能關係及溼潤體積與壓力差關係進行計算，所得結果，如下說明：

圖 5 所得結果，說明液體於圖 4 之幾何條件下，流體往漸縮 30° 之流道方向行進時，濕潤體積對表面自由能變化關係圖；由

圖 5 可清楚得知，當濕潤體積越大時，表面自由能則越小，兩者關係呈線性反向。當流道之濕潤體積約為 2×10^{-13} (L) 時，表面自由能恰為正負分水嶺，雖然溼潤體積小於 2×10^{-13} (L) 時，其相對表面自由能存在負值，但由於此區域所佔範圍極小，且表面自由能很小，所以對流體流動不致造成影響。反之，當溼潤體積越大時，表面自由能則會存在較大負值，表示流體存在流動狀態；此時其相對壓力梯度則相對越大，兩者關係則以指數型式呈現，且壓力梯度為正值，表示對流體流動是一助力，如圖 6 所示。

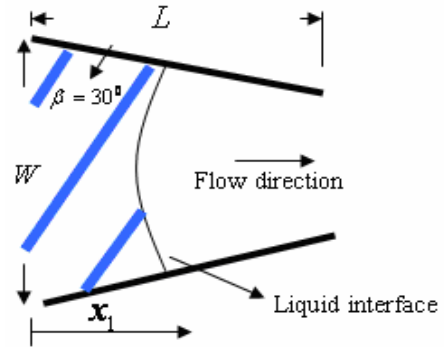


圖 4. 流道漸縮 30 度及相對邊界條件(斜線為液體區)。

Tapered Tunnel:

$$L = 86.6 \mu\text{m}, h = 30 \mu\text{m}, \beta = 30^\circ$$

$$W = 200 \mu\text{m}, ah = \pi/2 - \theta_c + \beta, \alpha_v = \pi/2 - \theta_c$$

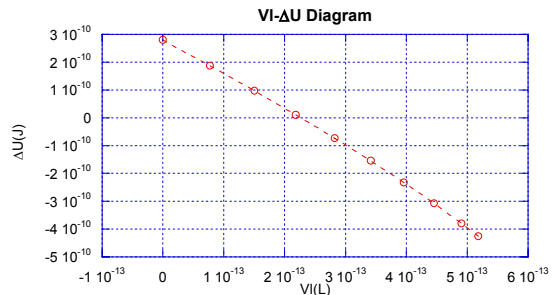


圖 5. 液體向漸縮 30 度方向行進時濕潤體積對表面自由能變化關係圖。

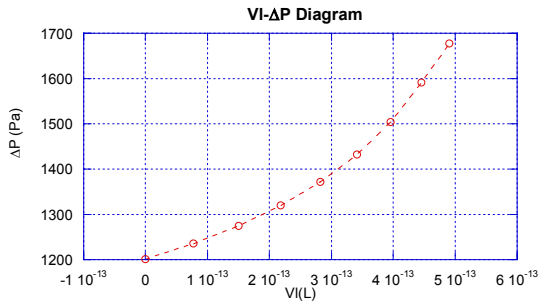


圖 6. 液體於 30 度漸縮流道內溼潤體積與壓力差之關係圖。

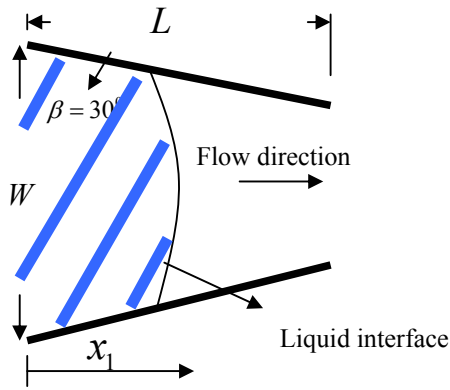


圖 7. 流道漸縮 30° 及相對邊界條件(斜線為液體區)

Tapered Tunnel:

$$L=86.6\mu\text{m}, h=30\mu\text{m}, \beta=30^\circ$$

$$W=200\mu\text{m}, ah=\pi/2-\theta_c-\beta$$

$$\alpha v=\pi/2-\theta_c$$

另一方面，當流體於流道內往漸縮 30° 方向行進時，濕潤體積於圖 7 之幾何邊界條件下，與表面自由能之關係，顯示結果如圖 8 所示，同樣呈現線性反向關係。但另一方面，由圖 9 所得結果發現，濕潤體積增加亦可造成壓力梯度的增加。但值得一提的是，雖然流體在漸縮或漸擴之相同角度下，皆可得到濕潤體積與表面自由能線性反向關係，但濕

潤體積對壓力梯度造成遞增之型態明顯不同，此結果與邊界條件不同有關。

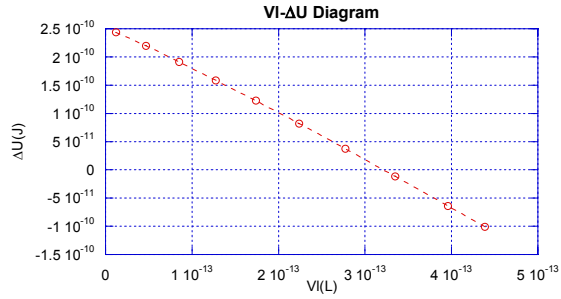


圖 8. 液體往漸縮 30 度方向行進時，濕潤體積對表面自由能變化關係圖。

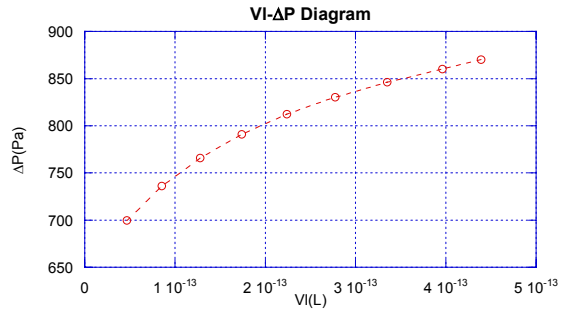


圖 9. 液體於 30 度之漸縮幾何流道下，溼潤體積對壓力差關係圖。

最後將兩個液氣界面合併為一個系統，模擬汽泡在充滿液體之漸縮流道內之情形，如圖 10 所示，為流道漸縮角 30° 條件下，液、氣界面於一個系統下，濕潤體積對表面自由能變化關係圖及濕潤體積對壓力差之關係進形探討；當流道漸縮 30°，流道內前、後兩液氣介面於合併成一個系統後，由圖 11 所顯示之結果，可清楚知道，濕潤體積與表面自由能之關係，確實存在線性反向關係，而濕潤體積與壓力梯度之關係，則由圖 12 可清楚得知，兩者關係改以線性遞增關係存在。

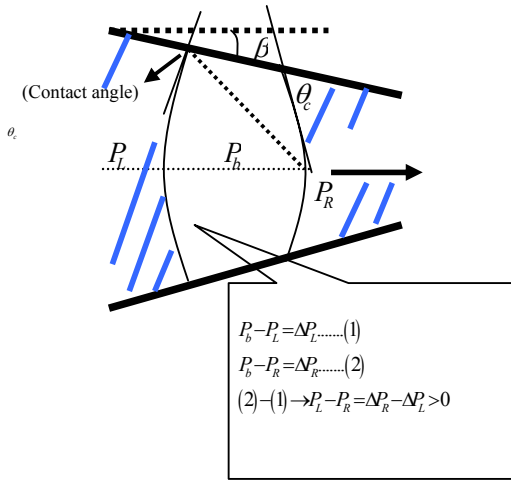


圖 10. 前後兩液、氣介面合併成一系統(斜線部份為液體區)

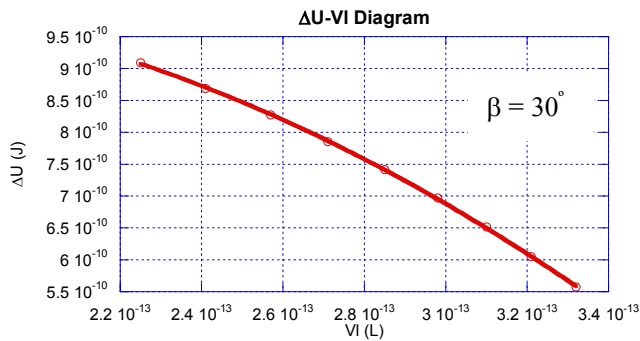


圖 11. 流道漸縮 30°，濕潤體積對表面自由能變化關係圖。

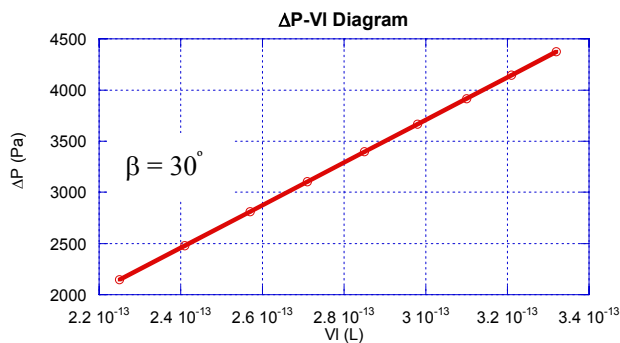


圖 12. 流道漸縮 30°，濕潤體積對壓力差變化關係圖。

四、結論

由上述討論結果，可以推論得知，在微漸縮管道內，所產生的壓力差 ΔP 為正值，顯示在 3-D 微流管道模型理論分析下，流體在通過漸縮管道時，因表面張力影響下對流體流動所產生的力確實為一助力而非阻力；此推論已經由實驗觀察而得到驗證。

致謝

感謝國科會計畫支持：編號 NSC 93-2212-E-244-002。

參考文獻

- [1] 高政群，微型迴路式熱管之研製，國立清華大學動力機械工程研究所，碩士論文，103 頁，2001。
- [2] 許綜升，以 LIGA 製程製作熱管之微溝槽及其毛細性能分析，國立臺灣大學機械工程研究所，博士論文，135 頁，2000。
- [3] Stenger, F. J., NASA TM X-1310, 1966。
- [4] Murapka, I., Ramos, F. M., and Vlassov, V.V., “Experimental and Theoretical Investigation of a Capillary Pumped Loop with a Porous Element in the Condenser”, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol.25 No.8, pp.1085-1094,1998.
- [5] Figus, C., Le Bray, Y., Boris, S., and Part, M., “Heat and Mass Transfer with Phase Change in a Porous Structure Partially Heated: Continuum Model and Pore Network Simulation”, *Int. J. of Heat and Mass Transfer* 42, pp. 4207-4224, 1999.
- [6] Liao, Q. and Zhao, T.S., “Evaporative Heat Transfer in a Capillary Structure Heated by a Grooved Block”, *J. of Thermophysics*

- and Heat Transfer, Vol. 13 No. 1, pp. 126-133, 1999.
- [7] Mo, B., Ohadi, M.M., Dessiatoun, S.V., and Cheung, K. H., "Startup Time Reduction in an Electrohydrodynamics Enhanced Capillary Pumped Loop", J. of Thermophysics and Heat Transfer, Vol.13 No. 1, pp.1-6, 1999.
- [8] Mo, B., Ohadi, M.M., Dessiatoun, S.V., and Wrenn, K. R., "Capillary Pumped-Loop Thermal Performance Improvement with Electrohydrodynamic Technique", J. of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 14 No. 1, pp. 103-108, 2000.
- [9] Kirshberg, J., Yerkes, K., Trebotich, D., and Liepmann, D., "Cooling Effect of MEMS Based Micro Capillary Pumped Loop for Chip-Level Temperature Control," Proceedings from The 2000 International Mechanical Engineering Congress & Exposition [C] . Orlando Florida, 2000.
- [10] Man, P.F., Mastrangelo, C. H., Burns, M.A., and Burke, D. T., "Microfaceted Capillary-Driven Stop Valves and Sample Injector", Proceedings of The 1998 MEMS Conference, Heidelberg, Germany, pp.25-29, 1998.