

藍徹斯特平方律下斬首策略作戰評估

孟昭宇* 劉達生** 段伴虬*** 鄧世剛****

*開南管理學院資訊管理系

**國防大學中正理工學院國防科學研究所

***南開技術學院資訊工程系

****國防大學中正理工學院兵器工程系

摘 要

藍徹斯特方程式自 1914 年提出以來，廣泛被運用到作戰分析上，目前已具有豐富且完備的內涵。自 2003 年美伊戰爭第一夜開始的“斬首攻擊”也使這種有相當歷史的戰法受到廣泛的報導與重視。透過文獻探討釐清了斬首作戰的實質內涵，以戰力破壞、首都攻奪與正規作戰所構成的斬首策略作為研究主體。經由藍徹斯特方程式的深入探究，以“作戰效益”為核心，提出“斬首策略藍徹斯特模式”，作為描述正規作戰在戰力破壞與首都攻防雙重影響下的解析模式。透過假設條件將複雜的作戰動態模式加以簡化，便於以簡潔快速的藍徹斯特平方律探討各作戰參數與交戰雙方勝負間的關係。所獲得的成果，充分展現斬首策略下的作戰特性，並可應用於諸如勝負判斷、存活兵力規模及交戰時間等戰果評估與兵力分配等軍事議題。

關鍵字：斬首、藍徹斯特、平方律、作戰效益、終戰條件

Square Law for Lanchester Type Decapitation Warfare

Jau-Yeu Menq*, Ta-Sheng Liu**, Pan-Chio Tuan***, and Shi-Gan Deng****

*Dept. of Information Management, Kainan University

**Graduate Institute of Defense Sciences, Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University

***Dept. of Computer Science & Information Engineering, Nan Kai Institute of Technology

****Dept. of Weapon System Engineering, Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University

ABSTRACT

It has been 90 years since the Lanchester model of warfare was presented, and the model is well defined and is considered being able to provide consolidate mathematical foundation for modern warfare analysis. On the other hand, precision strike makes decapitation strategy become reality in real war. By following studies on decapitation-type warfare, the connotation of ‘decapitation’ is refined to be the composite of “undermining the combat potential”, “seizing the capital” and “regular combat”. A new Lanchesterian model is built based on combat effectiveness to describe the effects of the first two military operations on regular combat. Through appropriate assumptions, Lanchester square law and combat termination conditions are applied on the new decapitation model to assist analyzing overall combat outcomes, such as winner determination, surviving force levels of both sides and combat durations.

Keywords: decapitation, Lanchester, square law, termination (break point)

文稿收件日期 94.11.15; 文稿修正後接受日期 95.8.8.

Manuscript received November 15, 2005; revised August 8, 2006.

一、前言

從過去的歷史可以發現斬首作戰朝向多類型作戰行動、多戰場（非線性）與非對稱的方向發展。從戰史的觀察發現，地面部隊的作戰效益會受到其他作戰行動或戰場的影響。而過去針對單一作戰行動、單一戰場的藍徹斯特模式無法妥適描述這樣的作戰樣態。爲了探討斬首策略中戰力破壞與首都攻奪對正規部隊作戰效益的影響，提出了「斬首效益乘子」修正在斬首策略下的正規部隊殺傷係數。最後在假設條件下與藍徹斯特平方律結合，提供快速評估戰果的方法。

1.1 斬首作戰

從美國總統布希在 2003 年 3 月 19 日對伊拉克宣戰的談話：“... 聯軍已經對選定的重要軍事目標進行攻擊，以消除海珊發動戰爭的能力。” (... , coalition forces have begun striking selected targets of military importance to undermine Saddam Hussein's ability to wage war.) 可以看出美軍首波的的攻擊目的在消除或破壞伊拉克的作戰能力，而目標包含了政軍領導人海珊；此一階段的作戰在本文中後續的討論中稱爲「戰力破壞」(Undermining Stage)。

事實上在美伊戰爭中，這種破壞作戰能力的行動並非宣戰時才開始。由美國空軍協會(Air Force Association)2003 年 9 月發表的報告[1]指出，從 1998 年 12 月到 2003 年 3 月美伊正式宣戰前，美國空軍已對伊拉克共和衛隊、防空系統、指揮管制節點及光纖、通訊設施等目標實施轟炸，尤其 2002 年 6 月到 2003 年 3 月間，更投下 606 枚精準炸彈(JDAM, Joint Direct Attack Munition)攻擊 391 個目標，先期瓦解了伊軍的指管與防空設施，爲 2003 年 3 月開始的

戰事做好準備。

依美國海軍中校 Hyder 的整理[2]，美軍自 1901 年至 1993 年共執行五次斬首作戰，包含了暗殺菲律賓獨立英雄，也是第一任總統伊利米歐將軍(General Emilio Aguinaldo)、墨西哥反對領袖 Francisco Pancho Villa（對目標獵殺失敗，但所領導的游擊隊已無力對美墨邊境造成威脅）、二戰期間日本的山本五十六(Admiral Isoroku Yamamoto)、巴拿馬強人諾瑞加(Manuel A. Noriega)及哥倫比亞毒梟裴洛(Pablo Escobar)（雖然獵殺成功，但毒品走私反而日趨嚴重）。而戰史學者 Serge Walder [3]更指出自 1956 年以來國際上的斬首作戰除了 911 攻擊、美國阿富汗戰爭、美伊戰爭及前述對巴拿馬諾瑞加的正義行動(Operation Justice)外，尚有 1956 年法國與阿爾及利亞戰爭中綁架阿國反對領袖 Ben Bella、1973 年美國利用智利反抗勢力發動流血政變，殺害智利總統 Allende 及 1979 年前蘇聯入侵阿富汗時，由特種部隊在總統官邸殺害總統阿敏(Amin)並佔領喀布爾機場（此一行動被稱爲最成功的斬首作戰）。

一般認爲斬首作戰的目標置於政治或軍事領導人，然而從美國騎兵隊獵殺 Pancho、前蘇聯入侵阿富汗及最近的美伊戰爭來看，斬首作戰的內涵不僅於此。除了政府及軍事要員的獵殺外，削弱對手作戰能力及首都的佔領也是「斬首」的目標之一，如阿富汗首都喀布爾及伊拉克首都巴格達的佔領，均有其政治及戰略意義。如中共國防大學科研部[4]對美伊戰爭的認知，說明了對領導中心與首都直擊的作戰效益：

美軍運用「空中直擊薩達姆（海珊），地面直逼巴格達」的戰法，作戰重心始終環繞著領導中心與首都巴格達展開，...，導致伊軍城防體系迅速土崩瓦解，迅速達成作戰企圖。

從過去戰史的觀察，斬首作戰的內涵日趨豐富，從過去的綁架、暗殺、政變，到現今對重要目標（軍政首長與關鍵設施）的精準打擊與首都佔領，都顯示其目標選擇與手段變化的多樣性。詹氏駐台特派員 Wendell Minnick [5] 更針對台海局勢大膽提出，中共在戰略上可能採「斬首策略」(Decapitation Strategy)綜合多種手段犯台：

1. 政治斬首(political decapitation)：以政治領袖為目標的打擊手段。
2. 特種作戰：以特種部隊滲透對基礎建設及軍事設施為目標的打擊手段。
3. 精準打擊：以精密導引武器，對政治、經濟、軍事等目標進行點攻擊。
4. 飛彈攻擊：發射大量彈道飛彈，意圖癱瘓指揮管制、封閉機場、摧毀偵蒐及通訊設施、削弱防空、制海及後勤支援能力、打擊民心士氣等。
5. 海空權奪取：意圖在獲取制空及制海權，創造地面部隊登陸及鞏固的有利條件。
6. 首都攻奪：以具有斬首特性的地面作戰方式，奪佔首都—台北及機場與港口。企圖一方面為登陸部隊輸運做準備，另一方面則企圖佔領政治中心，以縮短作戰期程。
7. 三棲登陸：以空降、機降及兩棲登陸方式，投射大量地面兵力，在島內建立大規模地面作戰能力，遂行首都奪取及進一步佔領並控制全台。

其中導彈攻擊具有多面向的軍事作用，封閉機場將會大幅降低空軍戰鬥機出勤架次，影響我軍制空作戰甚鉅；癱瘓指揮管制、摧毀偵蒐及通訊設施，會降低作戰狀況研判及部隊調度指揮能力。

綜合前述戰史及軍事觀察，在戰爭初期，甚至宣戰之前，攻擊一方透過暗殺、綁架、收買、特種作戰、精準打擊、飛彈攻擊及轟炸等

手段，破壞目標國的政治結構、指揮管制及抗敵意志，即使目標國地面作戰單位的兵力規模損耗不大，卻已削弱了「作戰效能」。進一步在海空聯合的條件下，採取空機降，甚至登陸方式投射兵力，一方面箝制地面正規部隊，二方面擊潰首都衛戍部隊，完成首都奪取，使地面正規部隊快速瓦解，達到軍事佔領的目的，如圖 1。

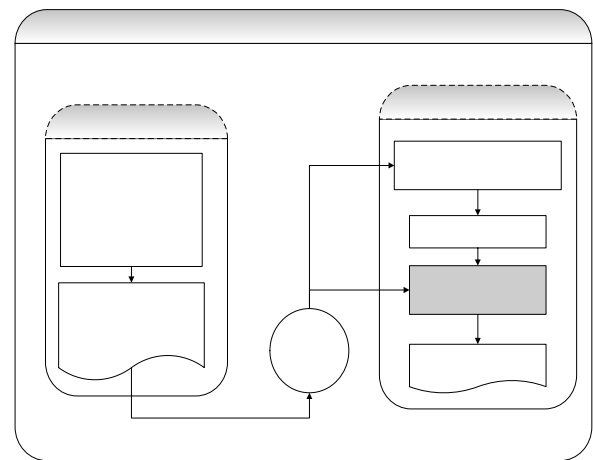


圖 1. 斬首策略運用示意圖。

從對過去斬首作戰的觀察與評論，可以獲致下列特性：

- C1. 戰力破壞對正規作戰具有一定的影響。
- C2. 首都攻防對正規部隊作戰能力具有一定的影響。
- C3. 斬首策略造成守方的不利態勢。
- C4. 實施斬首策略的攻方具有優勢ⁱ。

前述的特性恰可印證 Ullman[6]於 1996 年所提出的震懾：快速宰制的戰爭觀。其基本概念為：造成對手一定程度的震懾，從而使敵人喪失抵抗意志、抵抗能力、知覺能力及反應能力；在敵人做出反應之前即已快速掌握戰場，奪取勝利。美伊戰爭初期的斬首行動 (decapitation operation) 及其後的震懾行動

ⁱ由過去對斬首作戰的描述來看，有能力實施斬首策略的一方具有軍事上的優勢。

(shock and awe)正是此一戰爭觀的具體實踐。而美軍進城不圍城、捨巷戰直取總統府斬首式的首都攻奪則進一步崩解了伊軍的戰志。

1.2 軍事作業研究方法

在軍事安全議題可區分為多個層次，不同層次、不同的議題屬性，發展出不同的軍事模式例如：

1. 在軍事戰略與國家安全議題，可以採用理查森軍備競賽模式對兩國或多國「軍費投資行為」進行探討[7]；或採用藍徹斯特戰略模式進行國家戰略與戰術戰力的最佳化分配[8]，作為國防資源分配的參考。也可以採用防禦幾何學對兵力部署與軍事互信機制提供建議[9]。
2. 在戰役層次上可以採用藍徹斯特交戰模式對多兵種作戰進行評估[10]、或採用定量判定分析法(QJMA, Qualitative Judgment Method Analysis)對空地聯合作戰進行分析[同 10, p.259]。
3. 在戰術、戰鬥層次上，可以考慮採用高解析度系統模擬、隨機過程、排隊理論（防空議題）[11]、搜索論（反潛議題）[12]等。
4. 在武器系統效益評估上，有 OLI (Operational Lethality Index)指數評估（陸空聯戰）[13, 14]、隨機過程、系統模擬、機率模式及其他作業研究方法。

斬首策略議題的核心在於，「戰力破壞」與「首都佔領」對目標國地面作戰單位的作戰效益的影響。要描述此一影響，尤其是要描述兩個不同空間的戰場（首都攻防與正規作戰）間的影響，是本研究所要探討的問題。

但研究重點在於正規部隊如何受到戰力破壞及首都攻防的影響，為在戰力破壞及首都攻防作戰後，正規部隊迅速瓦解的現象建立數學模式。從戰役角度出發，選擇以藍徹斯特方程

為基礎的微分方程組作為探討此一議題的工具，原因有：

1. 藍徹斯特方程式與 QJMA 均適合用於戰役層次多兵種作戰評估。
2. 藍徹斯特方程式以微分方程形式呈現交戰部隊的作戰過程，即使在缺乏相關參數的情況下，仍可建立數學關係，描述交戰特性。
3. QJMA 需要兵力規模、兵力部署、地形天候，甚至戰術行動等作為輸入資料，方能逐步運算；且其數學經驗式層次較繁複，不易看出輸入與輸出之間的關係。因此，QJMA 雖然詳盡可靠，但藍徹斯特方程式運用彈性較高。

1.3 藍徹斯特方程式

在本節中，將簡要說明藍徹斯特方程式，列舉歷來探討「作戰效益」的藍徹斯特模式；並說明這些模式由於無法探討不同作戰行動與不同戰場間的關連性，因此並不足以描述斬首策略下的作戰型態。

1.3.1 藍徹斯特方程式與作戰效益

1914 年英國人藍徹斯特(Frederick William Lanchester)建立的微分方程組，描述作戰中敵對雙方數量、殺傷能力與戰損之間的現象，如(1)式[15]。其後被廣泛運用在軍事領域。當多兵種協同作戰時，可以矩陣解得單位時間內各種目標類型被擊殺的數量為一指數函數[16]。此簡易函數可應用於大小規模的戰鬥，如(2)式ⁱⁱ。在非軍事領域中，藍徹斯特方程被應用在商業與選舉等競爭情境中[同 8]。

ⁱⁱ Analysis of Alternatives Examples, Donald Stevens, RAND, 2005年6月15日國防部整合評估室「系統分析研討會」簡報資料。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -by, & \text{with } x(0) &= x_0 \\ \frac{dy}{dt} &= -ax, & \text{with } y(0) &= y_0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$N_{\text{Killed}} = N_{\text{Target}} \times \left[1 - \exp\left(\frac{-K_p}{N_{\text{Target}}}\right) \right] \quad (2)$$

(1)式被稱為 Lanchester's Equation for Modern Warfare；其中 x 及 y 為交戰雙方的兵力規模。一般大規模作戰之兵力規模以賦予權重或指數的方式加以聚合(aggregate)成一個具代表性的數值，Bracken[17]曾以 20, 5, 40 及 1 的數值分別為戰車、裝甲運兵車、火炮及作戰士兵賦予權重，以便進行藍徹斯特模型的參數估計。 a 為 x 方對 y 方的殺傷係數(Lanchester Attrition-Rate Coefficient)，代表 x 對 y 的殺傷能力；而 b 為 y 方對 x 方的殺傷係數。

(2)式中， N_{Killed} 是某類型目標在單位時間內被對方某類型武器所擊殺的數量、 N_{Target} 是該類型目標的總數量、 K_p 為對方某類型武器對該類型目標的單位時間的擊殺潛力(kill potential)。

此外，Helmbold [18]、S.L.A. Marshall [同 15, p.69]及晚近的 D. S. Hartley III [19] 則以作戰效益對藍徹斯特方程式做了修正，如(3)、(4)及(5)式。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -a(t) \times y \times g\left(\frac{x}{y}\right) \\ \frac{dy}{dt} &= -b(t) \times x \times h\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式中雙方殺傷係數的關係以時間函數 $a(t)$ 及 $b(t)$ 表示，並以雙方兵力規模比的函數 g 、 h 表示因雙方兵力規模差異造成的作戰效益變化。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -b \times (1 - f_{l,y}) \times \left[1 - \left(\frac{y_0 - y}{y_0 - y_{BP}} \right)^v \right] \times y \\ \frac{dy}{dt} &= -a \times (1 - f_{l,x}) \times \left[1 - \left(\frac{x_0 - x}{x_0 - x_{BP}} \right)^u \right] \times x \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式中 x 、 y 雙方各有一部份為無效兵力 ($f_{l,x}$ 及 $f_{l,y}$)，作戰全程未造成對方任何兵力損失；且作戰效益為初始兵力(x_0 , y_0)及終戰條件 (x_{BP} , y_{BP} ，放棄作戰的剩餘兵力水準)的函數。意指當剩餘兵力 x 、 y 越接近終戰條件，其作戰效益越低，當有一方的剩餘兵力等於終戰條件時，即 $x=x_{BP}$ 或 $y=y_{BP}$ ，其作戰效益為「零」。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -e^E x^H y^G \\ \frac{dy}{dt} &= -e^F x^G y^H \end{aligned} \quad (5)$$

(5)式中 E 、 F 是兩個與雙方兵力規模無關的參數，受到兵力規模以外的因素影響，如士氣、天候、地形及指揮等。而 G (與對方兵力規模相關)、 H (與我方兵力規模相關)兩個參數則與兵力規模相關，Hartley[同 19]以史上 857 場戰役數據進行迴歸後，提出 $G=0.4$ 、 $H=0.75$ ，為合理參數值。

由(3)~(5)式可以看出，學者們在既有的藍徹斯特模式的兵力規模(x , y)與殺傷係數(a , b)之外，試圖以不同型態的函數來描述單一戰場兩軍交戰時的「作戰效益」。如 1.1 節所討論的，斬首策略中正規戰場受到戰力破壞與另一個戰場 (首都攻防戰) 的影響，而(2)~(5)式無法描述不同作戰行動與不同戰場之間的影响與關連性。

1.3.2 平方律與終戰條件

基於第(1)式可得狀態方程式如(6)式，稱為

平方律。該式說明了在任一時間交戰雙方的存活兵力 x, y 與殺傷係數及初始兵力規模之間的關係。

$$b(y_0^2 - y^2) = a(x_0^2 - x^2) \quad (6)$$

當交戰雙方之一的兵力規模因作戰損失到達某一個程度時會終止作戰，此一終止作戰的條件稱為終戰條件(break point)。一般終戰條件有兩種基本表示方式：

A-rule (absolute rule, 絕對規則)[20, 21]：是指交戰的一方兵力規模損失到一定程度時終止作戰，與對方的存活兵力規模無關。即

$$f_x = \frac{x}{x_0} \leq A_x = \frac{x_{BP}}{x_0} \quad (\text{或 } f_y = \frac{y}{y_0} \leq A_y = \frac{y_{BP}}{y_0}) \quad \text{時, } x$$

(或 y) 方存活兵力滿足終戰條件 A_x (或 A_y) 終止作戰。

P-rule (proportional rule, 比例規則)[22]：是指交戰雙方存活兵力規模比的比值滿足某一數值時終止作戰，此類型的終戰條件為雙方存活兵力的比值。即

$$\frac{f_y}{f_x} \leq P_y \quad \text{時 } y \text{ 方終止作戰 (} x$$

方獲勝)；或 $\frac{f_y}{f_x} \geq P_x$ 時 x 方終止作戰 (y 方獲勝)，其中 P_y 及 P_x 為存活兵力比的比值。在運用上，需注意 **P-rule** 的兩個特性：

1. **P-rule** 的終戰條件與戰力比 C (C 之定義如表 1 之符號說明) 必須滿足條件：

$$(1-C)(1-P_x) > 0 \quad \text{且} \quad (1-C)(1-P_y) > 0$$

亦即，當 $C > 1$ ($C < 1$) 時

$$P_x, P_y > 1 \quad (P_x, P_y < 1)$$

如此方能使終戰時間存在且有意義。

2. 勝負結果由終戰條件 P_x 及 P_y 的關係決定，兵力規模與殺傷係數只對交戰時間與存活兵力有影響。依據平方律，在 **P-rule**

下雙方到達終戰條件的時間分別為：

$$t_{P,X} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \left[\frac{(1+\sqrt{C})(1-\sqrt{C}P_x)}{(1-\sqrt{C})(1+\sqrt{C}P_x)} \right]$$

$$t_{P,Y} = \frac{1}{2\sqrt{ab}} \ln \left[\frac{(1+\sqrt{C})(1-\sqrt{C}P_y)}{(1-\sqrt{C})(1+\sqrt{C}P_y)} \right]$$

令

$$Z = \frac{\delta_y}{\delta_x} = \frac{\frac{(1+\sqrt{C})(1-\sqrt{C}P_y)}{(1-\sqrt{C})(1+\sqrt{C}P_y)}}{\frac{(1+\sqrt{C})(1-\sqrt{C}P_x)}{(1-\sqrt{C})(1+\sqrt{C}P_x)}} = \frac{(1+\sqrt{C}P_x)(1-\sqrt{C}P_y)}{(1-\sqrt{C}P_x)(1+\sqrt{C}P_y)}$$

$C < 1$ 時，由特性 1， $P_x, P_y < 1$ 方有意義，並使 $\delta_x, \delta_y > 0$

當 $P_x > P_y$ 時， $\delta_x < \delta_y$ ，即 $Z > 1$ ，

Y 方獲勝 (X 方先終戰)。

當 $P_x < P_y$ 時， $\delta_x > \delta_y$ ，即 $Z < 1$ ，

X 方獲勝 (Y 方先終戰)。

當 $C > 1$ 時，由特性 1， $P_x, P_y > 1$ 方有意義，並使 $\delta_x, \delta_y < 0$

當 $P_x > P_y$ 時， $\delta_x < \delta_y$ ，即 $Z < 1$ ，

X 方獲勝。

當 $P_x < P_y$ 時， $\delta_x > \delta_y$ ，即 $Z > 1$ ，

Y 方獲勝。

1.4 小結

作戰勝負、存活的兵力規模甚至交戰時間的長短受到初始兵力規模、殺傷係數與終戰條件的影響，以(1)及(6)式及終戰條件為基礎，可解得不同終戰條件下勝負判斷基準、終戰時的存活兵力與交戰時間如表 1。

(3)至(5)式雖然已考慮「作戰效益」，但係

針對單一戰場描述所獲得藍徹斯特模式，並無法適切描述斬首策略中，分別來自戰力破壞與首都攻防對正規部隊作戰效益的影響（包含兩個戰場與一項作戰行動—戰力破壞）。在下一節中將設法將戰力破壞與首都攻防戰對正規部隊作戰的影響納入數學模式中加以探討，以便對採取斬首策略的作戰方式建立數學模式。

二、研究內容與方法

這個部分將說明下列兩個重點：

1. 斬首策略下藍徹斯特方程式的建立。
2. 透過假設將 1.3 節單一戰場的藍徹斯特平方律結果運用到斬首策略下作戰結果的評估。

2.1 討論範圍與假設條件

由 1.1 節對過去戰例及評論的整理，得出斬首策略的下列特性(C1, C2)：戰力破壞（美伊戰爭）及首都攻奪（前蘇聯入侵阿富汗及美伊戰爭）對地面正規部隊作戰具有一定程度的影響。而圖 2 表示出斬首策略中三項軍事行動（戰力破壞、首都攻防戰與正規作戰）的作用關係；其中正規部隊作戰受到「戰力破壞」與「首都攻防」的雙重影響。更具體的來看，在斬首策略的作戰想定中，「戰力破壞」同時削弱首都衛戍部隊及正規部隊的作戰效能；而首都攻防的戰況也對正規部隊的作戰效能產生影響，其中影響正規部隊的效果 2 及效果 3 為研究重點。

透過以下假設條件便於運用 1.3 節平方律的結果：

1. 以「正規部隊」為研究主體，因此假設「效果 2」已包含了「效果 1」的作用，亦即戰力破壞對首都攻防戰的影響並不在探討的範圍內。
2. 假設雙方正規部隊的正面交戰開始時戰力破壞與首都攻防戰均已結束。紅軍

正規部隊初期目的在於箝制藍軍的正規部隊，以利紅軍的首都攻擊部隊能奪取藍方首都（如圖 1）。

3. 假設圖 2 中的各個效果是作用在殺傷係數上，雙方正規部隊的兵力規模未受影響。
4. 兩個戰場之間沒有部隊調動或增援。

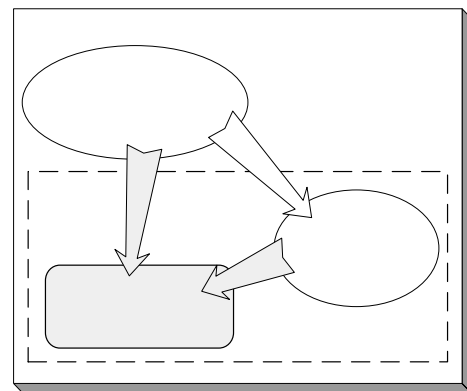


圖 2. 斬首策略對正規部隊作戰之影響。

2.2 斬首策略的藍徹斯特方程式

針對圖 2 所示的討論範圍，將藍徹斯特斬首策略模式表示如圖 3。相關符號定義如下：

假設紅(R)方為實施斬首策略的攻擊一方，藍(B)方為防禦方。

A_r 、 A_b ：分別為紅、藍軍正規部隊兵力規模。

D_r 、 D_b ：分別為紅、藍軍首都攻防戰中的兵力規模。

K_{Ar} 、 K_{Ab} ：分別為紅、藍軍正規部隊的固有殺傷係數。

K_{Dr} 、 K_{Db} ：分別為紅、藍軍首都攻防戰中受到戰力破壞效果影響後的殺傷係數（假設條件 1）。

M_r 、 M_b ：分別為紅、藍軍正規部隊作戰效益乘子。

表 1. 單一戰場平方律之戰果判斷表

終戰條件 \ 勝方		藍軍	紅軍	平手
A-rule	勝負條件	$C < \frac{1-A_x^2}{1-A_y^2}$	$C > \frac{1-A_x^2}{1-A_y^2}$	$C = \frac{1-A_x^2}{1-A_y^2}$
	存活比	$f_{x,e} = \sqrt{1-C(1-A_y^2)}$ $f_{y,e} = A_y$	$f_{x,e} = A_x$ $f_{y,e} = \sqrt{1-\frac{1-A_x^2}{C}}$	$f_{x,e} = A_x$ $f_{y,e} = A_y$
	交戰時間	$\frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \left[\frac{\sqrt{A_y^2 + \frac{1}{C}} - 1 - A_y}{\sqrt{\frac{1}{C}} - 1} \right]$ 或 $\frac{-1}{\sqrt{ab}} \ln(A_y)$, 當 $C = 1$	$\frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \left[\frac{\sqrt{A_x^2 + C} - 1 - A_x}{\sqrt{C} - 1} \right]$ 或 $\frac{-1}{\sqrt{ab}} \ln(A_x)$, 當 $C = 1$	$\frac{1}{\sqrt{ab}} \ln \left[\frac{\sqrt{A_x^2 + C} - 1 - A_x}{\sqrt{C} - 1} \right]$ 或 ∞ , 當 $C = 1$ 且 $A_x = A_y = 0$
P-rule	勝負條件	$P_x < P_y$, 當 $C < 1$ $P_x > P_y$, 當 $C > 1$	$P_x > P_y$, 當 $C < 1$ $P_x < P_y$, 當 $C > 1$	$P_x = P_y$
	存活比	$f_{x,e} = \sqrt{\frac{1-C}{1-CP_y^2}}$ $f_{y,e} = \sqrt{\frac{(1-C)P_y^2}{1-CP_y^2}}$	$f_{x,e} = \sqrt{\frac{1-C}{1-CP_x^2}}$ $f_{y,e} = \sqrt{\frac{(1-C)P_x^2}{1-CP_x^2}}$	$f_{x,e} = \sqrt{\frac{1-C}{1-CP_y^2}}$ $f_{y,e} = \sqrt{\frac{(1-C)P_x^2}{1-CP_x^2}}$
	交戰時間	$\frac{1}{2\sqrt{ab}} \times \ln \left[\frac{(1+\sqrt{C})(1-\sqrt{C}P_y)}{(1-\sqrt{C})(1+\sqrt{C}P_y)} \right]$ 或 ∞ , $C = 1$ 時	$\frac{1}{2\sqrt{ab}} \times \ln \left[\frac{(1+\sqrt{C})(1-\sqrt{C}P_x)}{(1-\sqrt{C})(1+\sqrt{C}P_x)} \right]$ 或 ∞ , $C = 1$ 時	$\frac{1}{2\sqrt{ab}} \times \ln \left[\frac{(1+\sqrt{C})(1-\sqrt{C}P_x)}{(1-\sqrt{C})(1+\sqrt{C}P_x)} \right]$ 或 ∞ , $C = 1$ 時
符號說明： $r = y_0/x_0$ 、 $k = b/a$ 、 $C = r^2k$ ； $f_x = x/x_0$ 、 $f_y = y/y_0$ 、 $u = x/y$ $A_x = x_{BP}/x_0$ 、 $A_y = y_{BP}/y_0$ ，為雙方 A-rule 之終戰條件，其中 $0 \leq A_x \leq 1$ ， $0 \leq A_y \leq 1$ P_x 及 P_y 為雙方 P-rule 之終戰條件； P_x 及 P_y 定義相同，但不一定等值，如下： $P_x, P_y = \frac{f_y}{f_x} = \frac{y/y_0}{x/x_0} = \frac{y}{x} \frac{x_0}{y_0} = \frac{1}{u} \frac{1}{r}$				

圖 3 左圖顯示了處理三個軍事行動關連性的基本概念，尤其對兩個戰場之間關連性的描述，有別於過去對單一戰場的模型（右圖）。左圖 B 方衛戍部隊 D_b 的殺傷係數受到戰力破壞的影響後以 K_{D_b} 表示；同樣的，R 方首都斬首部隊 D_r 的殺傷係數受戰力破壞的影響以 K_{D_r} 表示。B 方正規部隊 A_b 的殺傷係數 K_{A_b} 受到戰力破壞與首都攻防戰的影響，以斬首效益乘子 M_b 修正後，以 $K_{A_b} \times M_b$ 作用在紅軍正規部隊 A_r 上。

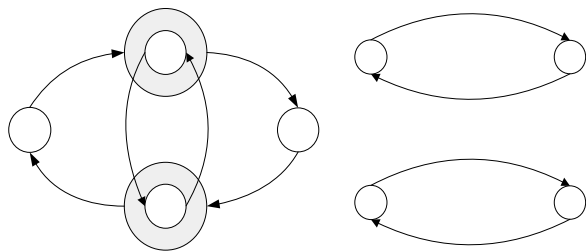


圖 3. 斬首策略模式與獨立戰場模式比較。

在首都攻防戰中，描述藍軍衛戍部隊與紅軍斬首部隊的藍徹斯特方程式如(7)式。

$$\begin{aligned} \frac{dD_b}{dt} &= -K_{D_r} \times D_r, & D_b(0) &= D_{b0} \\ \frac{dD_r}{dt} &= -K_{D_b} \times D_b, & D_r(0) &= D_{r0} \end{aligned} \quad (7)$$

在正規作戰中，描述雙方正規部隊作戰之藍徹斯特方程式則表示如(8)及(9)式。

$$\begin{aligned} \frac{dA_b}{dt} &= -K_{A_r} \times M_r \times A_r, & A_b(0) &= A_{b0} \\ \frac{dA_r}{dt} &= -K_{A_b} \times M_b \times A_b, & A_r(0) &= A_{r0} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} M_b &= 1 - m \left[1 - \exp \left(1 - \frac{p}{f_{D_b}} \right) \right] \\ M_r &= 1 - n \left[1 - \exp \left(\frac{f_{D_r}}{q} - f_{D_b} \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

(9)式以圖形表示如圖 4 及圖 5。各參數含意如下：

$m(n)$ ： $0 \leq m(n) \leq 1$ ，代表藍（紅）軍正規部隊的強健性，當 $m(n)$ 值越大，受到戰力破壞及首都攻防戰的影響程度越高；反之，前述兩項軍事行動對正規部隊影響較小。 m, n 代表的是藍方及紅方正規部隊對斬首策略的耐受程度。戰力破壞打擊的目標並不包含地面正規部隊本身（其兵力或武器系統），而以指管通情監視系統、政治或軍事領導人或其他軍事基礎建設（機場、港口等）為主。但是，戰力破壞卻對部隊的作戰能力具有影響。而不同的正規部隊在遭受相同的戰力破壞，對其作戰效益的影響程度不同；原因可能是因為軍隊組織的彈性、作戰準則、部隊訓練、求勝意志，甚至民族性與國內輿情。而 m, n 即是用以表示這種差異程度。 m, n 值介於 0 與 1 之間。0 代表該正規部隊完全不受斬首策略的影響，能夠充分發揮其固有的作戰效益；而 1 則表示其作戰效益的變化完全取決於斬首策略的結果。

$p(q)$ ： $1 \leq p(q)$ ，為藍（紅）軍對紅（藍）軍戰力破壞的效果，戰力破壞的效果越大，該值越大；無戰力破壞時值為 1，圖 4 及 5 呈現了參數值對殺傷係數的影響程度。戰力破壞效果 p, q 的評估依據可以是有效的出擊飛機的架次、投放炸彈的噸數、精準炸彈或彈道飛彈或巡弋飛彈的發數等，或者將這些數據轉換為當量，則特種部隊敵後破壞的效果也可以一併納入。當 p, q 值為 1 時，表示沒有實施戰力破壞，或沒有造成任何戰力破壞效果；當戰力破壞效

果越大，則 p, q 值越大。

$f_{Db}(f_{Dr})$: $f_{Db} = D_b/D_{b0}$ ($f_{Dr} = D_r/D_{r0}$)，為藍（紅）軍首都攻防戰場上部隊存活比，用以描述首都攻防戰的結果。本文選擇以雙方在首都攻防戰的存活兵力比 f_{Db}, f_{Dr} 來表示。一般描述作戰結果時，可區分三個部分：任務達成度、空間爭奪與戰損。在藍徹斯特模式中最完整的是有關戰損的數理描述，對空間爭奪少有探討，而任務達成度由於涉及主觀判斷，並未發現以藍徹斯特模式描述任務達成度。因此取戰損的餘數—兵力存活比來表達首都攻防戰的結果。

(9)式可以滿足前述四個斬首作戰的基本特性(1.1 節)：

1. 可以描述戰力破壞對正規作戰的影響。
2. 可以描述首都攻防對正規部隊的影響。
3. 可以表現斬首策略中對守方的不利態勢；當 $m=1$ 且 f_{Db} 趨近於 0 時， M_b 趨近於 0，即藍軍正規部隊戰力可能完全喪失。
4. 可以展現攻方實施斬首策略的優勢；即使攻方遭受守方戰力破壞，且首都攻奪失利，攻方正規部隊仍能保持一定的戰力ⁱⁱⁱ。

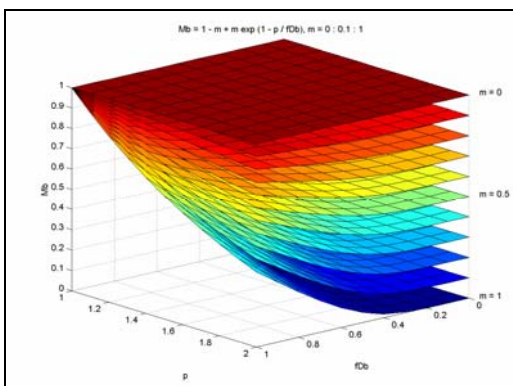


圖 4. B 方斬首效益乘子(M_b)函數圖， $1 \leq p \leq 2$ 。

ⁱⁱⁱ 由第(9)式，當R方正規部隊強健性 $n=1, f_{Dr}=0, f_{Db}=1$ 且 $q \rightarrow \infty$ 時， M_r 下限值= e^{-1} 約為0.368。

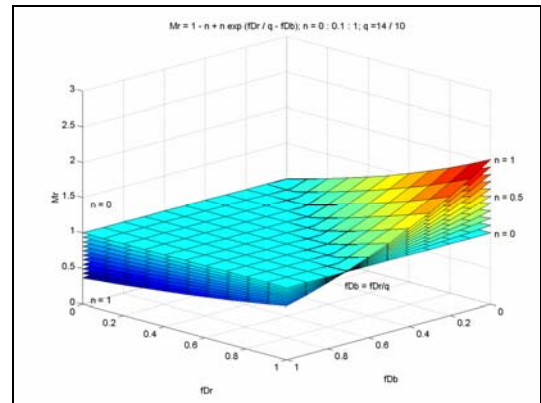


圖 5. R 方斬首效益乘子(M_r)函數圖， $q=1.4$ 。

在斬首策略中，描述首都攻防戰的平方律如(10)式。基於假設條件 2，戰力破壞與首都攻防戰均結束後，正規作戰才開始，此時 M_b 及 M_r 均為常數，如(11)式；而描述正規作戰的平方律則如(12)式。

$$K_{Dr} (D_{r0}^2 - D_r^2) = K_{Db} (D_{b0}^2 - D_b^2) \quad (10)$$

$$\begin{cases} M_b = 1 - m \left[1 - \exp \left(1 - \frac{p}{f_{Db,e}} \right) \right] \\ M_r = 1 - n \left[1 - \exp \left(\frac{f_{Dr,e} - f_{Db,e}}{q} \right) \right] \end{cases} \quad (11)$$

(11)式中 $f_{Db,e}$ 及 $f_{Dr,e}$ 分別為首都攻防戰結束時，雙方的剩餘兵力比。

$$K_{Ar} \times M_r \times (A_{r0}^2 - A_r^2) = K_{Ab} \times M_b \times (A_{b0}^2 - A_b^2) \quad (12)$$

2.3 戰果計算

作戰戰果基本包含三個部分：勝負、存活兵力、作戰時間，至於空間爭奪（推進距離）並未包含在討論的範圍內。定義下列終戰條件：

$A_{Db}(A_{Dr})$ ：為藍（紅）軍首都衛戍部隊（首都攻擊部隊）的 A-rule 終戰條件。

$P_{Db}(P_{Dr})$ ：為藍（紅）軍首都衛戍部隊（首

都攻擊部隊)的 P-rule 終戰條件。

$A_{Ab}(A_{Ar})$ ：為藍(紅)軍正規部隊的 A-rule 終戰條件。

$P_{Ab}(P_{Ar})$ ：為藍(紅)軍正規部隊的 P-rule 終戰條件。

基於假設條件 2，區分兩個階段進行計算，首先將首都攻防的作戰結果依據表 1 計算雙方終戰後的存活兵力，再依據戰力破壞效果及首都戰場存活兵力計算正規作戰雙方斬首效益乘子(M_b, M_r)修正正規部隊殺傷係數；最後再依據表 1 判斷正規作戰的戰果，相關變數符號對照如表 2。

表 2. 變數符號對照

變數符號			備考
表 1 符號	首都 攻防	正規 作戰	
x, y	D_b, D_r	A_b, A_r	兵力規模
a, b	K_{Db}, K_{Dr}	K_{Ab}, K_{Ar}	殺傷係數
r	r_D	r_A	兵力規模比
k	k_D	k_A	殺傷係數比
C	C_D	C_A	戰力比
f_x, f_y	f_{Db}, f_{Dr}	f_{Ab}, f_{Ar}	存活比
A_x, A_y	A_{Db}, A_{Dr}	A_{Ab}, A_{Ar}	A-rule 終戰條件
P_x, P_y	P_{Db}, P_{Dr}	P_{Ab}, P_{Ar}	P-rule 終戰條件

例如，先開始的首都攻防戰中，雙方的戰力比為

$$C_D = r_D^2 k_D = \frac{D_{r0}^2 K_{Dr}}{D_{b0}^2 K_{Db}}, \text{ 且 } C_D > 1 \quad (13)$$

若首都戰場之終戰條件為 P-rule， $P_{Db} > P_{Dr}$ ，則紅軍先終止作戰，由藍軍衛戍部隊獲勝。終戰時，雙方的存活兵力比分別為

$$f_{Db,e} = \sqrt{\frac{1-C_D}{1-C_D P_{Dr}^2}}, \quad (14)$$

$$f_{Dr,e} = \sqrt{\frac{(1-C_D)P_{Dr}^2}{1-C_D P_{Dr}^2}} \quad (15)$$

作戰時間為

$$\frac{1}{2\sqrt{K_{Db}K_{Dr}}} \ln \left[\frac{(1+\sqrt{C_D})(1-\sqrt{C_D}P_{Dr})}{(1-\sqrt{C_D})(1+\sqrt{C_D}P_{Dr})} \right] \quad (16)$$

首都攻防戰結束後，正規部隊作戰開始，雙方正規部隊的戰力比受到斬首策略影響表示如下：

$$C_A = r_A^2 k_A \frac{M_r}{M_b} = \frac{A_{r0}^2 K_{Ar} M_r}{A_{b0}^2 K_{Ab} M_b} \quad (17)$$

若正規戰場之終戰條件為 A-rule，分別為 A_{Ab} 及 A_{Ar} ；當雙方正規部隊之存活兵力滿足下列條件時，紅軍終止作戰，由藍軍正規部隊獲勝。

$$C_A < \frac{1-A_{Ab}^2}{1-A_{Ar}^2}, \text{ 且 } C_A \neq 1 \quad (18)$$

終戰時，雙方存活兵力比分別為

$$f_{Ab,e} = \sqrt{1-C_A(1-A_{Ar}^2)}, \quad (19)$$

$$f_{Ar} = A_{Ar} \quad (20)$$

經由表 1 及表 2，可得正規部隊作戰時間為

$$\frac{1}{\sqrt{K_{Ab}K_{Ar}}} \ln \left[\frac{\sqrt{A_{Ar}^2 + \frac{1}{C_A} - 1} - A_{Ar}}{\sqrt{\frac{1}{C_A} - 1}} \right] \quad (21)$$

在四個假設條件下，經由表 1 藍徹斯特平方律的結果與(10)-(12)式斬首策略模式的結合，可以對包含三種作戰行動的斬首策略進行戰果的概算，在後續的範例中，將說明如何應用本模式進行兵力分配以達成總體的作戰目標。

三、結果與討論

以兩組範例分別說明 A-rule 及 P-rule 終戰條件下平方律與斬首策略模式的結合，及模式運用的結果。作戰包含兩個戰場，因此在範例

中以正規戰場為決勝的戰場，也就是不論首都攻防戰的結果如何，正規戰場獲勝的一方贏得戰爭。一般情況下，防禦方由於地形與防禦態勢較有利，殺傷係數高於攻擊一方；且防禦方對作戰的損失的耐受程度也略高於攻擊方，也就是防禦方的終戰條件較具優勢。除了爭奪正規戰場上的勝負之外，藍方的另一作戰目標為：即使無法贏得戰爭，仍必須使作戰時間持續 35 個時間單位以上。所列舉範例僅為說明模式的運用，所採用的數據不具有任何實質上的軍事意義。

3.1 A-rule

表 3 上方區塊為交戰雙方的初始狀態，包含初始兵力、殺傷係數及斬首效應相關參數；中間區塊則為計算過程中的重要常數，包含戰力比、勝負判斷標準與斬首效益乘子；下方區塊則為作戰結果，包含勝負、存活比、存活兵力規模與作戰時間。

例子 1-1 的數據為比較基準，在沒有斬首效益的情況下，兩個戰場互為獨立時所獲得的結果。例子 1-2 則在所有條件相同下，將斬首效益納入考慮的結果。例子 1-3 則為如何調整兵力規模與分配，使藍方（防守方）能獲勝。

在範例 1-1 中，在不考慮斬首效應的情況下，雖然藍方首都衛戍的兵力低於紅方的首都攻擊部隊，但在殺傷係數較高（戰力較紅方強， $C_D < 1$ ）且終戰條件較有利的情況下，藍方首都衛戍成功。雖然在正規戰場上，藍方的戰力較低（ $C_A > 1$ ），但終戰條件對藍軍有利，因此正規戰亦由藍軍取勝；綜合而言，在沒有斬首效應的情況下，藍軍獲勝。

在範例 1-2 中，將斬首效益納入考慮時，兵力分配與範例 1-1 相同，在首都戰場上仍由藍方獲勝。但由於戰力破壞與首都衛戍部隊的戰損也相當大，在斬首效益的影響下，使藍方

正規部隊戰力僅剩 62.86%，而紅方正規部隊則仍有 98.63%；使得戰力比 C_A 由原來的 1.02 提高到 1.6，同時抵銷了終戰條件對藍方的有利情況，使得藍方在正規戰場上失敗；也就是由紅方贏得戰爭。但另一方面整個作戰時間為 34.97 個時間單位，雖然藍軍沒有贏得戰爭，但總作戰時程與目標值（35 個時間單位）非常接近。

在範例 1-3 中，考慮斬首效益，藍方若要在不增加首都衛戍部隊的兵力的情況下，以增加正規部隊的兵力規模來克服斬首效益的影響，則需將總兵力提高到 15100（正規部隊提高到 12600），方能克服斬首效益的作用，使藍方在正規戰場仍能獲勝。

3.2 P-rule

在表 4 範例 2-1 中，不考慮斬首效益，雙方在兩個戰場的戰力接近，由於終戰條件對藍方有利（ $C_D < 1$ 且 $P_{Db} < P_{Dr}$ ； $C_A > 1$ 且 $P_{Ab} > P_{Ar}$ ），因此兩個戰場均由藍方得勝。而作戰時間長達 73.29 個時間單位，雙方存活兵力規模均低。

在範例 2-2 中，雖然將斬首效益納入，致使正規戰場戰力差距較範例 2-1 懸殊，仍由藍方在兩個戰場獲勝。作戰時間縮短為 44.92 時間單位，在正規戰場的兵力存活比明顯提高。

範例 2-3 中將紅方總兵力規模由 19000 大幅提高至 50000，亦增加首都戰場兵力規模至 10000。兩個戰場的戰力比非常懸殊，分別為 6 及 10.34；但仍然由藍方在兩個戰場獲勝。作戰時間僅 6.1 時間單位，雙方的戰損極低。

表 3. A-rule 範例數據列表

範例別		1-1		1-2		1-3	
		藍方	紅方	藍方	紅方	藍方	紅方
初始兵力	總兵力	13000	19000	13000	19000	15100	19000
	首都戰場	2500	4000	2500	4000	2500	4000
	正規戰場	10500	15000	10500	15000	12600	15000
殺傷係數	首都戰場	0.08	0.03	0.08	0.03	0.08	0.03
	正規戰場	0.06	0.03	0.06	0.03	0.06	0.03
終戰條件	首都戰場	0.3	0.4	0.3	0.4	0.3	0.4
	正規戰場	0.4	0.5	0.4	0.5	0.4	0.5
戰力破壞效果		無斬首效應		1.6	1	1.6	1
正規部隊強健性				0.4	0.35	0.4	0.35
戰力比·C	C_D	0.96		0.96		0.96	
	C_A	1.02		1.6		1.11	
勝負判斷	$\frac{1-A_{Db}^2}{1-A_{Dr}^2}$	$1.0833 > C_D$		$1.0833 > CD$		$1.0833 > CD$	
	$\frac{1-A_{Ab}^2}{1-A_{Ar}^2}$	$1.12 > C_A$		$1.12 < C_A$		$1.12 > C_A$	
斬首效益乘子		1	1	0.6286	0.9863	0.6286	0.9863
勝負	首都戰場	B		B		B	
	正規戰場	B		R		B	
存活比	首都戰場	0.44	0.4	0.44	0.4	0.44	0.4
	正規戰場	0.48	0.5	0.4	0.6894	0.4077	0.5
存活兵力	首都戰場	1100	1600	1100	1600	1100	1600
	正規戰場	5086.75	7500	4200	10341.25	5136.68	7500
	合計	6186.75	9100	5300	11941.25	6236.68	9100
作戰時間	首都戰場	17.70		17.70		17.70	
	正規戰場	16.71		17.27		23.57	
	合計	34.41		34.97		41.25	

表 4. P-rule 範例數據列表

範例別		2-1		2-2		2-3	
		藍方	紅方	藍方	紅方	藍方	紅方
初始兵力	總兵力	13000	19000	13000	19000	13000	50000
	首都戰場	2500	4000	2500	4000	2500	10000
	正規戰場	10500	15000	10500	15000	10500	40000
殺傷係數	首都戰場	0.08	0.03	0.08	0.03	0.08	0.03
	正規戰場	0.06	0.03	0.06	0.03	0.06	0.03
終戰條件	首都戰場	0.6	0.7	0.6	0.7	1.6	1.5
	正規戰場	1.6	1.5	1.6	1.5	1.6	1.5
戰力破壞效果		無斬首效應		1.6	1	1.6	1
正規部隊強健性				0.4	0.35	0.4	0.35
戰力比·C	C_D	0.96		0.96		6	
	C_A	1.02		1.58		10.34	
勝負判斷	首都戰場	$P_{Db} < P_{Dr}, C_D < 1$		$P_{Db} < P_{Dr}, C_D < 1$		$P_{Db} > P_{Dr}, C_D > 1$	
	正規戰場	$P_{Ab} > P_{Ar}, C_A > 1$		$P_{Ab} > P_{Ar}, C_A > 1$		$P_{Ab} > P_{Ar}, C_A > 1$	
斬首效益乘子		1	1	0.6111	0.9492	0.7464	1.06
勝負	首都戰場	B		B		B	
	正規戰場	B		B		B	
存活比	首都戰場	0.35	0.19	0.35	0.19	0.7906	0.9487
	正規戰場	0.20	0.19	0.6517	0.7161	0.8023	0.9715
存活兵力	首都戰場	1396.86	769.51	1396.86	769.51	7905.7	9486.8
	正規戰場	2059.22	2823.55	6842.34	10742.08	8424.2	38861.2
	合計	3456.08	3593.06	8239.20	11511.59	16329.9	48348
作戰時間	首都戰場	29.65		29.65		3.15	
	正規戰場	43.64		15.27		2.95	
	合計	73.29		44.92		6.10	

3.3 討論

基於圖 1 及 2 對斬首策略作戰的描述，在第二節中說明以「作戰效益」為基礎，建立了藍徹斯特方程式，(8)式，用以描述具有斬首效益的作戰類型。與過去的藍徹斯特模式的主要差異在於：具有描述兩個戰場關連性的能力與彈性。除了描述「首都攻防戰」對「正規作戰」的影響之外，也包含了「戰力破壞」的影響。

(8)式藍徹斯特模型的正規作戰的斬首效益因子包含了戰力破壞效果(p, q)、部隊強健性(m, n)與首都戰場的兵力存活比($f_{D_b, e}, f_{D_r, e}$)等六個參數，並以(9)式表示作戰效益變化與前述參數的函數關係；而此函數關係符合斬首作戰的四個基本特性。

在四個假設條件的限制下，簡化了雙方交戰狀況的動態複雜性，也使得藍徹斯特平方律得以貫穿整作戰分析的過程。結合斬首策略模式與表 1 藍徹斯特方程式平方律的結果，以兩個範例分別說明如何在 A-rule 與 P-rule 的終戰條件下評估作戰結果與兵力分配。

由範例的說明可以看出，A-rule 終戰條件較為直觀，其勝負的判斷與兵力規模、殺傷係數及終戰條件均有關；若在正規戰場上，則還包含了斬首效益的相關因子。亦即，在 A-rule 下兵力規模、殺傷係數與斬首效益因子的調整同時對兵力存活比、作戰時間及勝負產生影響。

當將 P-rule 運用在斬首策略的作戰中，斬首效益會影響雙方正規部隊的存活比與作戰時間，但卻沒有改變勝負結果。即使大幅增加紅方的總兵力與首都戰場之兵力，使紅方在兩個戰場的戰力比均大幅高於藍方，雖可縮短交戰時間同時提高終戰時的兵力規模，但其勝負結果仍由藍方獲勝。

上述的結果係受限於 P-rule 數學模式上的特性，其終戰條件的取值必須參考雙方戰力比

(C_D 或 C_A)。此外，作戰勝負完全取決於終戰條件，亦即在終戰條件已確定的情況下，任何兵力規模與兵力分配的調整，只對終戰的存活兵力及交戰時間有影響，而無法改變作戰勝負結果。而 Jaiswal[同 22]將 A-rule 與 P-rule 結合後，以 AOP-rule (A 或 P-rule) 及 AAP-rule (A 且 P-rule) 對作戰結果進行探討，並指出其結果可用於歷史數據驗證、決策輔助與指揮官終戰決策的訓練。

四、結論

藍徹斯特方程式豐富的內涵與嚴密的數理基礎提供了探討作戰模式的良好架構。研究中簡要說明幾個針對單一戰場探討作戰效益的藍徹斯特基本模式，並在斬首策略的模式構建中，以作戰效益為核心建構出新的、描述斬首策略的藍徹斯特模式，新模式跨越兩個戰場的邊界，描述不同戰場間存在的影響。

適用於當代戰爭(Modern Warfare)的平方律提供了評估作戰結果的平台，並透過作戰行動明確的時間分割等四個假設，簡化斬首策略作戰的複雜性，使平方律的解析結果能簡單地運用到此類型作戰型態的分析。

終戰條件是兵力規模與殺傷係數及斬首策略參數之外，另一個對作戰結果具有決定性影響的條件，研究中概要說明了基本的 A-rule 與 P-rule 的特性與限制。尤其單純 P-rule 更具有較強的條件限制，是運用上必須注意的。

所列舉的範例明確表述平方律如何貫穿以藍徹斯特斬首策略模式評估作戰結果的過程，並如何運用到兵力分配的問題上。

必須要提出的是，當放寬假設條件，使斬首策略中的戰力破壞與兩個戰場間的戰鬥在時間上重疊時，模式的複雜程度將大幅提高，現有平方律的解析結果將無法直接套用。此外，在此情況下，除了作戰結果外，戰力破壞持續

時間的長短、首都奪取與正規作戰的發動時機，都將成爲重要的決策變因。

最後，藍徹斯特模式對作戰的描述有兩個要點：其一是模式本身。經過多年的發展藍徹斯特模式除了最基礎的直線律與平方律外，還有對數律、混和律及直線對數律等若干種模式。其二是終戰條件，即本文所提到的 A-rule、P-rule 及 AAP、AOP-rule。後兩者均構成複雜的決策空間，需要以 A-rule 及 P-rule 兩種終戰條件爲基礎進行探討。本文目的即在提出平方律下 A-rule 及 P-rule 的斬首策略作戰評估，未來希望以此爲基礎作爲將來結合其他類型的模式（如直線對數律）與較複雜的 AAP 及 AOP-rule 進行探討。

參考文獻

- [1] Grant, R., Gulf War II—Air and Space Power Led the Way, an Air Force Association Special Report, Aerospace Education Foundation, Arlington Virginia, pp. 3-4, 2003.
- [2] LCDR Hyder, V. D., “Decapitation Operations: Criteria for Targeting Enemy Leadership”, School of Advanced Military Studies, U.S. Army Command and General Staff College, Fort Leavenworth, Kansas, Ch3, pp.19-46, 2004.
- [3] Walder, S., “Political Decapitation”, *Military Review*, May-June, 2003, http://www.findarticles.com/p/articles/mi_m0PBZ/is_3_83/ai_109268902.
- [4] 常巧章，中共國防大學科研部，軍事變革中的新概念，解放軍出版社，中國北京，第二章，p.95，2004。
- [5] Minnick, W., “The Year to Fear for Taiwan: 2006”, *Asia Times On Line*, Apr 10, 2004, <http://www.atimes.com/atimes/China/FD10Ad02.html>.
- [6] Ullman, H. K. and Wade, J. P., Shock and Awe: Achieving Rapid Dominance, The National Defense University, p. x, 1996.
- [7] 張最良等，軍事運籌學，軍事科學出版社，中國北京，第十二章，p. 624，1993。
- [8] Onoda, T., Lanchester Theory — Science to Win the Competition, Translated by Tabrizi, Jay, Sunnyvale, Lanchester Press, Inc., California, Ch. 3, p. 196, 1999.
- [9] Gupta, R., Defense Positioning and Geometry—Rules for a World with Low Force Levels, Brookings Institution, Washington, D. C., Ch. 3, pp. 217-228, 1993.
- [10] 徐學文，王壽雲，現代作戰模擬，科學出版社，中國北京，第四章，p. 85，2001。
- [11] 韓松辰，導彈武器系統效能分析的隨機理論方法，國防工業出版社，中國北京，第四章，pp. 58-60，2001。
- [12] Stone, L. D., Theory of Optimal Search, 2nd Ed., ORSA Books, Arlington, Virginia, p. 1, 1989.
- [13] 張野鵬，作戰模擬基礎，高等教育出版社，中國北京，第九章，pp. 334-339，2004。
- [14] Dupuy, T. N., Numbers, Prediction and War: Using History to evaluate Combat Factors and Predict the Outcome of Battles, HERO Books, Fairfax, Virginia, pp. 185-199, 1985.
- [15] Taylor, J. G., Force-on-Force Attrition Modelling, Naval Postgraduate School, p. 21, 1980.
- [16] 陳建華，艦艇作戰模擬理論與實踐，國防工業出版社，中國北京，第二章，pp. 41-42，

2002。

- [17] Bracken, J., “Lanchester Models of the Ardennes Campaign,” *Naval Research Logistics*, John Wiley & Sons, Inc, Vol. 42, pp. 559-576, 1995.
- [18] Helmbold, R. L., “A Modification of Lanchester’s Equation,” *Oper Res*, Vol. 13, pp. 857-9, 1965.
- [19] Hartley, D. S. III, “A Mathematical Model of Attrition Data,” *Naval Research Logistics*, John Wiley & Sons, Inc, Vol. 42, pp. 585-607, 1995.
- [20] Taylor, J. G., Lanchester Models of Warfare, ORSA-Operation Research Society of America, Monterey, California, pp. 262-263, 1983.
- [21] Jaiswal, N. K., Military Operations Research: Quantitative Decision Making, Kluwer Academic Publishers, Norwell, Massachusetts, pp. 243-244, 1997.
- [22] Jaiswal, N. K., “Termination Decision Rules in Combat Attrition Models”, *Naval Research Logistics*, John Wiley & Sons, Inc, Vol. 42, pp. 419-433, 1995.