

輸入估測法則應用於戰車火炮射擊準確度提昇之研究

陳聰堅* 鄭中信* 段伴虬** 張鴻源**

*國防大學中正理工學院兵器工程學系

**南開技術學院資訊工程學系

摘 要

傳統戰車對戰術運動目標之追蹤及預測射擊前置點之位置時，均假設目標為等速運動，並未考慮加速度之估測，但隨著機動目標加速性能之提昇，對等速運動模式之假設，往往造成追蹤系統之誤差，使戰車射擊命中率降低，為此，本文旨在建構符合真實狀況的機動目標運動模型，並應用卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法，來估測機動目標的運動狀態及預測射擊前置點的位置，同時對三維之機動目標進行模擬驗證。結果顯示，運用卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法可準確估測機動目標之運動狀態，並大幅提昇戰車之射擊準確度。

關鍵字：卡爾曼濾波雙環計算法、輸入估測法

Kalman Filter Dual Cycle Calculation with Input Estimation to Improve the Tank Shooting Accuracy

Tsung-Chien Chen*, Chung-Hsin Cheng*, Pan-Chio Tuan**, and Horng-Yuan Jang**

**Department of System Engineering, Chung Cheng Institute of Technology,
National Defense University*

*** Department of Electronic Engineering, Nan Kai College*

ABSTRACT

In the past, the traditional tank fire control system merely estimated the range and velocity of a moving target. These methods were fraught with error and reduced accuracy while target maneuvers with acceleration. The purpose of this paper is to construct an estimator that combines the Kalman filter dual cycle calculation and recursive input estimation algorithm to estimate the target motion status including the acceleration and then to accurately calculate the firing position. A 3-D target model is used to verify the proposed algorithm. Results show this method greatly improves the shooting accuracy compared to the traditional method.

Keywords: Kalman filter dual cycle calculation, input estimation

文稿收件日期 94.10.11.；文稿修正後接受日期 95.6.29.
Manuscript received October 11, 2005；revised June 29, 2006.

一、前言

戰車為陸軍同時具有火力、機動力和防護力等三大性能之武器系統，自西元1915年問世以來，已成為主宰陸地戰場的主要武器之一，而其主要任務乃在第一線摧毀敵之戰車、甲車及砲車等機動性裝備，但當敵我雙方對峙時，若同時發現多個目標，就必須選定對我威脅最大的目標進行攻擊，以往傳統評估目標威脅程度的方法是以敵我雙方之距離遠近為依據，忽略了目標的相對速度大小，運動方向及目標種類等因素，而造成攻擊之對象並不是對我威脅最大的目標，增加了本身被敵摧毀的機率，因此就有人以層次分析法[1]，及最近鄰優化算法[2]，來評估多個目標中對我威脅最大的目標進行攻擊，但當鎖定目標之後，誰能制敵機先，誰能準確命中對方，誰就能存活戰場，因此世界各國無不絞盡腦汁從事戰車性能提昇之研發工作，而要制敵機先，準確命中目標的首要條件就要提昇戰車之火力控制系統。傳統戰車對機動目標之運動模型及狀態估測，均假設其於運動方向作等速運動，並忽略其軸向運動之距離，但隨著機動目標加速性能之提昇，對此運動模式之假設，往往造成追蹤系統之誤差，使戰車射擊命中率降低，因此許多國家皆朝向目標自動跟蹤系統之研發，如中共MBT2000主力戰車就是一例，以目前之先進國家技術而言，在戰車火控系統中可作為目標自動跟蹤的技術方案有電視和熱像儀傳感器的視頻跟蹤、毫米波雷達跟蹤及雷射雷達跟蹤等技術，而要實現目標自動跟蹤系統之關鍵核心技術在於能否對機動目標之運動狀態如距離、速度及加速度等數據作準確的估測。因此，尋找全新的估測方法來改進戰車對機動目標運動狀態之估測，以提昇我戰車之火力射擊準確度，實乃重要，亦

是未來趨勢。

在實際的動態系統中，目標戰術運動的加速度與時間的關係，無法直接由儀器組量測，須藉由各種方法加以估算，以達到即時最優射控的目的。辛氏(Singer)於1970年提出了瞬變目標的加速度模型[3]，其為一白色噪音驅動，指數時間相關輸入之隨機過程。由於該模型簡單，適用於卡爾曼濾波器，作位置、速度及加速度的估計；缺點是當機動目標使用逃逸策略之戰術運動時[4]，會迫使追蹤濾波器之狀態估算發散，導致追蹤系統脫鎖失效。為了克服追蹤系統的脫鎖失效，目前所提出的戰術運動目標之追蹤演算法較具代表性的有適應性狀態估算器(Adaptive State Estimator, ASE)[5-8]，或稱為多模式估算器(Multiple Model Estimator, MME)，輸入估算器(Input Estimator, IE)[9-12]，交互式多模式估算法(Interaction Multiple Model Estimator Algorithm, IMME)等[13-17]；適應性狀態估算器(ASE)之精確度與卡爾曼濾波器的數量多寡有關，此計算方式雖為平行處理，但計算負荷量大，即時估算之能力較差。輸入估算器(IE)為一整批式(Batch Form)估算方法，不依賴瞬變特性的驗前知識(Prior Information)，而將瞬變目標加速度視為未知的確定性輸入，該法對於目標戰術運動的偵測，由於無法識別出正確的瞬間加速度起始時間，因此會有時間遲滯牽涉其中，遲滯現象會使濾波器由常速運動切換至加速運動狀態期間，引起大的狀態估算誤差。具馬可夫切換係數的交互式多模式演算器(IMME)，目標狀態估計是多個濾波器交互作用之結果，雖然IMME演算器可組合不同的目標動態方程式，唯該法以多個偏差量模式，交互計算系統的偏差量，為比較複雜的計算結構。

鑑於以上各追蹤方法的優缺點，P. C. Tuan等於1996年提出遞迴式輸入估測法則[18]，該理

論主要由兩部分所組成：一是卡爾曼濾波器[19]，另一則是使用最小平方理論。卡爾曼濾波器是用來產生剩餘值之更新序列，因為剩餘值序列隱含有因未知時變之輸入及雜訊所造成之隨機誤差干擾，而最小平方演算法將遞迴式地計算機動目標加速度之大小，同時最小平方理論使用遺忘因子為指數加權架構，以加強最新資料之比重，此法於1998年加入適應性權重函數[20]取代原為常數的遺忘因子，以加強估測器之適應性及估測能力。而要因應戰車之追瞄及射擊，戰車之火控系統必須同時執行二種工作，即目標運動狀態的估測及射擊前置點的預測，為了適應這種運作情況，乃有卡爾曼濾波雙環計算法[21]之提出，然而由於機動目標加速度的性能提昇，故加速度的估測已為追蹤系統的重要輸入參數，必須隨距離與速度同時估測，若仍視目標加速度為雜訊時，將會使射控系統的精度誤差擴大，甚至發散，故須結合適應性權重函數輸入估測法，以獲得加速度之估測值，進而提昇射擊準確度。因此本文之主要目的，乃要對機動目標建構新的運動模型，以卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估算演算法，即時估算機動目標的運動狀態，並預測射擊前置點，以提昇戰車射擊準確度。

二、建立機動目標之運動模式

2.1 機動目標運動模型之建立

建立機動目標運動模型的最大困難是目標的機動性問題，如由於地形影響所造成的無意識機動，戰場上目標的戰術機動，以及駕駛員為避免攻擊而採取的有意識機動等，是不可能預先知道的，使機動目標的建模問題十分複雜，致很難建立一個準確描述目標運動規律的數學模型，但由於目標機動力條件和駕駛員生

理條件的限制，目標的機動強度仍然有一個限度；因此，一個合理的目標隨機運動模型可採用辛氏(Singer)之瞬變目標運動模型[3]，與確定性加速度戰術運動模型之組合。

在三維直角座標系中，可描述目標戰術運動之動態如下

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{a}(t) + \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{x}(t) &= [x''(t) \quad y''(t) \quad z''(t)]^T \\ \mathbf{u}(t) &= [u_x(t) \quad u_y(t) \quad u_z(t)]^T \\ \mathbf{a}(t) &= [a_x(t) \quad a_y(t) \quad a_z(t)]^T \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{a}(t)$ 為目標在 x 、 y 和 z 軸方向上隨機加速度， $\mathbf{u}(t)$ 為目標戰術運動下所產生之確定性加速度，為任意可微分函數， $\mathbf{x}(t)$ 為目標在 x 、 y 和 z 軸方向上的加速度。

隨機加速度 $\mathbf{a}(t)$ 為反映目標機動特性的隨機過程，假設其為均值等於零的平穩隨機過程，因 $\mathbf{a}(t)$ 與時間是相關的，且假設其沿著三個軸向的自相關值均相同，根據零均值平穩隨機過程的特性，其自相關函數可描述為

$$r(\tau) = E[a_x(t)a_x(t+\tau)] = \sigma_m^2 \exp(-\beta|\tau|) \quad (2)$$

σ_m^2 為目標隨機加速度之變異量 (Maneuver Variance)， β 為機動相關時間常數， σ_m^2 與 β 是描述目標機動情況的重要參數，不同的機動情況有不同的取值，如機動目標怠速時， $\beta \cong 60$ ，有高速機動時 $\beta \cong 20$ ，自然環境之擾動時 $\beta \cong 1$ 。 σ_m^2 [3] 可由下式計算

$$\sigma_m^2 = A_{\max}^2 [1 + 4P_{\max} - P_o] / 3 \quad (3)$$

σ_m 範圍在正負最大加速度 $-A_{\max}$ 和 A_{\max} 之間且 P_o 表示目標無瞬變的機率與 P_{\max} 表示目標瞬變的最大機率。

將隨機加速度 $\mathbf{a}(t)$ 表為馬爾科夫(Markov)過程

[3]，可得：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = -\beta \mathbf{a}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\omega}(t) = [\omega_x(t) \quad \omega_y(t) \quad \omega_z(t)]^T$$

$\boldsymbol{\omega}(t)$ 為均值零之白色噪音

由(1)和(4)式可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{a}(t) + \dot{\mathbf{u}}(t) \\ &= -\beta \mathbf{a}(t) + \beta[\mathbf{u}(t) + \dot{\mathbf{u}}(t)/\beta] + \boldsymbol{\omega}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

因此，目標之動態可由下列連續時間狀態方程式表示

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{F}[\beta\mathbf{u}(t) + \dot{\mathbf{u}}(t)] + \mathbf{F}\boldsymbol{\omega}(t) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{F}\beta[\mathbf{u}(t) + \dot{\mathbf{u}}(t)/\beta] + \mathbf{F}\boldsymbol{\omega}(t) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{F}\beta\mathbf{U}_T(t) + \mathbf{F}\boldsymbol{\omega}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{X}(t) = [x(t)y(t)z(t)x'(t)y'(t)z'(t)x''(t)y''(t)z''(t)]$$

$$\mathbf{U}_T(t) = \mathbf{u}(t) + \dot{\mathbf{u}}(t)/\beta$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} O & \mathbf{I} & O \\ O & O & \mathbf{I} \\ O & O & -\beta\mathbf{I} \end{bmatrix}^{9 \times 9}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} O \\ O \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}^{9 \times 3}$$

\mathbf{I} 是3乘3單位矩陣，而 O 是3乘3零矩陣， $\mathbf{X}(t)$ 為目標在 x 、 y 和 z 軸向之位置、速度和加速度狀態向量。

2.2 模型之離散化

連續時間狀態方程式(6)，以取樣時間 Δt 離散化，可得下式：

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi\mathbf{X}(k) + \Gamma\mathbf{U}_T(k) + \mathbf{W}(k) \quad (7)$$

$$\mathbf{X}(k) = [x(k)y(k)z(k)x'(k)y'(k)z'(k)x''(k)y''(k)z''(k)]$$

$$\dot{\mathbf{x}}_T(k) = \begin{bmatrix} u_x(t) + \dot{u}_x(t)/\beta \\ u_y(t) + \dot{u}_y(t)/\beta \\ u_z(t) + \dot{u}_z(t)/\beta \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{W}(k) = [\omega_x(k) \quad \omega_y(k) \quad \omega_z(k)]^T$$

$$\Phi = \Phi(\Delta t) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \Delta t \mathbf{I} & \alpha_1(\beta\Delta t)\mathbf{I} \\ O & \mathbf{I} & \alpha_2(\beta\Delta t)\mathbf{I} \\ O & O & \alpha_3(\beta\Delta t)\mathbf{I} \end{bmatrix}^{9 \times 9}$$

$$\Gamma = \Gamma(\Delta t) = \begin{bmatrix} (\Delta t^2/2 - \alpha_1(\beta\Delta t))\mathbf{I} \\ (\Delta t - \alpha_2(\beta\Delta t))\mathbf{I} \\ (1 - \alpha_3(\beta\Delta t))\mathbf{I} \end{bmatrix}^{9 \times 3}$$

$$\alpha_1(\beta\Delta t) = (-1 + \beta\Delta t + e^{-\beta\Delta t})/\beta^2$$

$$\alpha_2(\beta\Delta t) = (1 - e^{-\beta\Delta t})/\beta$$

$$\alpha_3(\beta\Delta t) = e^{-\beta\Delta t}$$

其中 O 為3乘3之零矩陣， \mathbf{I} 為3乘3之單位矩陣，當 $\mathbf{u}(k)$ 為常數時，則 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{U}_T(k)$ ，當 $\mathbf{u}(k)$ 為其它可微分函數時，則 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{U}_T(k) - \dot{\mathbf{u}}(k)/\beta$ ，本文將假設 $\mathbf{u}(k)$ 為常數，並以輸入估測法來估測未知加速度 $\mathbf{u}(k)$ 之大小。

$\mathbf{W}(k)$ 是程序雜訊輸入向量係假設均值為零的白色噪音，且滿足下式

$$\mathbf{W}(k) = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \Phi((k+1)-\tau)\mathbf{F}\boldsymbol{\omega}(\tau)d\tau \quad (9)$$

$\mathbf{W}(k)$ 的共變異量矩陣 $\mathbf{Q}(k)$ ，其矩陣維度為9乘9，可由下式計算[3]

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(k) &= E[\mathbf{W}(k)\mathbf{W}^T(k)] \\ &= 2\beta\sigma_m^2 \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \Phi((k+1)-\tau)\mathbf{F}\mathbf{F}^T\Phi^T((k+1)-\tau)d\tau \end{aligned}$$

$$= 2\beta\sigma_m^2 \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & O & O \\ O & \mathbf{Q}_2 & O \\ O & O & \mathbf{Q}_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中 O 為3乘3之零矩陣

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q}_3 = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix}$$

$$q_{11} = \frac{1}{2\beta^5} [1 - e^{-2\beta\Delta t} + 2\beta\Delta t + \frac{2\beta^3\Delta t^3}{3} - 2\beta^2\Delta t^2 - 4\beta\Delta te^{-\beta\Delta t}]$$

$$q_{12} = \frac{1}{2\beta^4} [e^{-2\beta\Delta t} + 1 - 2e^{-\beta\Delta t} + 2\beta\Delta te^{-\beta\Delta t} - 2\beta\Delta t + \beta^2\Delta t^2]$$

$$q_{13} = \frac{1}{2\beta^3} [1 - e^{-2\beta\Delta t} - 2\beta\Delta te^{-\beta\Delta t}]$$

$$q_{22} = \frac{1}{2\beta^3} [4e^{-\beta\Delta t} - 3 - e^{-2\beta\Delta t} + 2\beta\Delta t]$$

$$q_{23} = \frac{1}{2\beta^2} [e^{-2\beta\Delta t} + 1 - 2e^{-\beta\Delta t}]$$

$$q_{33} = \frac{1}{2\beta} [1 - e^{-2\beta\Delta t}]$$

2.3 量測方程式

戰車火控系統只能在球面坐標系中對目標的運動參數進行量測，因此須將球面坐標轉換為直角坐標系，轉換公式如下：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \cos \varepsilon \cos \theta \\ D \cos \varepsilon \sin \theta \\ D \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中 D 為距離， ε 為高低角， θ 為方向角。在取樣時間 Δt 時之量測方程式為：

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}\mathbf{X}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (12)$$

$$\mathbf{z}(k) = \begin{bmatrix} z_x \\ z_y \\ z_z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}(k) = [v_x(k) \quad v_y(k) \quad v_z(k)]^T$$

$\mathbf{z}(k)$ 是在時間 k 時之觀測向量(Observation

Vector)， \mathbf{H} 是量測矩陣(Measurement Matrix)， $\mathbf{v}(k)$ 為 x 、 y 和 z 軸量測雜訊向量，係假設均值為零的白色噪音，而變異量

$$E\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(k)\} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_x & 0 & 0 \\ 0 & R_y & 0 \\ 0 & 0 & R_z \end{bmatrix} = \mathbf{R}\delta_{kj}$$

三、卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法

卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法由無輸入項卡爾曼濾波器、適應式權重函數輸入估測法及卡爾曼濾波雙環計算法所組成，其方法分述如下：

3.1 無輸入項卡爾曼濾波器

卡爾曼濾波器[19]由卡爾曼於1960年推導出來，是一種遞迴式線性最小方差估計，其方程式可以下列式子表示：

$$\bar{\mathbf{X}}(k/k-1) = \Phi\bar{\mathbf{X}}(k-1/k-1) \quad (13)$$

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \Phi\mathbf{P}(k-1/k-1)\Phi^T + \mathbf{Q} \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{z}(k) - \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}}(k/k-1) \quad (15)$$

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{H}\mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{H}^T + \mathbf{R} \quad (16)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{H}^T\mathbf{s}^{-1}(k) \quad (17)$$

$$\mathbf{P}(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}^T(k)]\mathbf{P}(k/k-1) \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{X}}(k/k) = \bar{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{K}(k)\bar{\mathbf{z}}(k) \quad (19)$$

其中 $\bar{\mathbf{X}}(k/k-1)$ 是狀態 $\mathbf{X}(k)$ 之預估值(Predicted Estimate)， $\mathbf{P}(k/k-1)$ 是誤差共變異矩陣(Error Covariance Matrix)， $\mathbf{s}(k)$ 是更新共變異矩陣

(Innovation Covariance Matrix)· $\mathbf{K}(k)$ 是卡爾曼濾波器增益(Gain)， $\bar{\mathbf{X}}(k/k)$ 是狀態 $\mathbf{X}(k)$ 之估算值， $\mathbf{P}(k/k)$ 是誤差共變異矩陣， $\bar{\mathbf{z}}(k)$ 是剩餘值更新序列。

3.2 適應式權重函數輸入估測法

即時最小平方法理論可用來辨識未知之時變輸入所造成之系統偏移量，以準確地估算未知之加速度，在白色噪音或低噪音條件下，遞迴式最小平方法是一種簡便而又有效的算法。當目標機動之加速度無法獲得時，可結合無輸入項卡爾曼濾波器及遞迴式最小平方法以估算機動目標之加速度，方法概述如下：

定義 $\hat{\mathbf{X}}(k/k)$ 與 $\bar{\mathbf{X}}(k/k)$ 分別表示對真實狀態 $\mathbf{X}(k)$ 含與不含加速度 $\mathbf{u}(k-1)$ 之估計狀態。將(13)、(15)式代入(19)式可得：

$$\bar{\mathbf{X}}(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}]\Phi\bar{\mathbf{X}}(k-1/k-1) + \mathbf{K}(k)\mathbf{z}(k) \quad (20)$$

真實狀態 $\mathbf{X}(k)$ 含加速度 $\mathbf{u}(k-1)$ 之預估值時：

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) = \Phi\hat{\mathbf{X}}(k-1/k-1) + \Gamma\mathbf{u}(k-1) \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k) = \hat{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{z}(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k/k-1)] \quad (22)$$

將(21)式代入(22)式可得

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}][\Phi\hat{\mathbf{X}}(k-1/k-1) + \Gamma\mathbf{u}(k-1)] + \mathbf{K}(k)\mathbf{z}(k) \quad (23)$$

假設 $\mathbf{u}(k-1)$ 在某個時間範圍內 $k=n, n+1, \dots, n+l$ 為常數，即：

$$\mathbf{u}(k-1) = \begin{cases} 0, & k < n \\ \mathbf{u}, & n \leq k \leq n+l \end{cases} \quad (24)$$

n 是未知參數 $\mathbf{u}(k-1)$ 開始發生的時間。

令 $\Delta\mathbf{X}(k) = \hat{\mathbf{X}}(k/k) - \bar{\mathbf{X}}(k/k)$ ，將(23)式減去(20)式，並代入(24)式，可得

$$\Delta\mathbf{X}(k) = \begin{cases} 0, & k < n \\ [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}][\Phi\Delta\mathbf{X}(k-1) + \Gamma\mathbf{u}], & n \leq k \leq n+l \end{cases} \quad (25)$$

令 $\Delta\mathbf{X}(k) = \mathbf{M}(k)\Gamma\mathbf{u}$ ，由(25)式可得

$$\mathbf{M}(k) = \begin{cases} 0, & k < n \\ [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}][\Phi\mathbf{M}(k-1) + \mathbf{I}], & n \leq k \leq n+l \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}(k/k) = \bar{\mathbf{X}}(k/k), & k < n \\ \hat{\mathbf{X}}(k/k) = \bar{\mathbf{X}}(k/k) + \mathbf{M}(k)\Gamma\mathbf{u}, & n \leq k \leq n+l \end{cases} \quad (27)$$

$\mathbf{M}(k)$ 可由(26)式加以計算。

定義 $\bar{\mathbf{z}}(k)$ 和 $\hat{\mathbf{z}}(k)$ 為含及不含未知加速度剩餘值序列，即：

$$\bar{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{z}(k) - \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}}(k/k-1) \quad (28)$$

$$= \mathbf{z}(k) - \mathbf{H}\Phi\bar{\mathbf{X}}(k-1/k-1)$$

$$\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{z}(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) \quad (29)$$

$$= \mathbf{z}(k) - \mathbf{H}\Phi\hat{\mathbf{X}}(k-1/k-1) - \mathbf{H}\Gamma\mathbf{u}(k-1)$$

將(28)減去(29)式，並運用(27)式加以整理，可得二者間重要之遞迴關係式如下：

$$\bar{\mathbf{z}}(k) = \begin{cases} \hat{\mathbf{z}}(k), & k < n \\ \hat{\mathbf{z}}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}, & n \leq k \leq n+l \end{cases} \quad (30)$$

$$\mathbf{B}(k) = \mathbf{H}(\Phi\mathbf{M}(k-1) + \mathbf{I})\Gamma \quad (31)$$

為估算未知加速度 \mathbf{u} 的大小，以遞迴式最小平方法(RLSE)求出加速度[18]，其方程式如下：

$$\mathbf{K}_b(k) = \gamma^{-1}\mathbf{P}_b(k-1)\mathbf{B}^T(k) \quad (32)$$

$$[\mathbf{B}(k)\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(k-1)\mathbf{B}^T(k) + \mathbf{s}(k)]^{-1}$$

$$\mathbf{P}_b(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_b(k)\mathbf{B}(k)]\gamma^{-1}\mathbf{P}_b(k-1) \quad (33)$$

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \hat{\mathbf{u}}(k-1) + \mathbf{K}_b(k)[\bar{\mathbf{z}}(k) - \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k-1)] \quad (34)$$

其中 $\hat{\mathbf{u}}(k)$ 是未知加速度之估測值， $\mathbf{P}_b(k)$ 表示未知加速度之估測誤差變異量， $\mathbf{K}_b(k)$ 是校正增益， $\mathbf{B}(k)$ 與 $\mathbf{M}(k)$ 為靈敏矩陣， γ 為衰減記憶因子，且假設為 $0 < \gamma \leq 1$ 範圍的固定常數。為使遞迴式輸入估測法具有更好的適應性及估測能力，P.C.Tuan等[18]乃提出適應性權重函數以增強估測能力，應用於本文時，其公式如下：

$$\gamma(k) = \begin{cases} 1, & |\bar{z}_x(k)| \leq \sigma_x \\ \frac{\sigma_x}{|\bar{z}_x(k)|}, & |\bar{z}_x(k)| > \sigma_x \end{cases} \quad (35)$$

其中 σ_x 為x軸上量測誤差值之標準差， $\bar{z}_x(k)$ 為x軸上有輸入項偏差量之剩餘值序列， $|\bar{z}_x(k)|$ 為第k個取樣時間之偏差量絕對值，利用(35)式結合遞迴式輸入估測法則，即可建構適應式權重函數的遞迴式輸入估測法，方程式如下：

$$\mathbf{K}_b(k) = \gamma^{-1} \mathbf{P}_b(k-1) \mathbf{B}^T(k) \left[\mathbf{B}(k) \gamma^{-1} \mathbf{P}_b(k-1) \mathbf{B}^T(k) + \mathbf{s}(k) \right]^{-1} \quad (36)$$

$$\mathbf{P}_b(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_b(k) \mathbf{B}(k)] \gamma(k)^{-1} \mathbf{P}_b(k-1) \quad (37)$$

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \hat{\mathbf{u}}(k-1) + \mathbf{K}_b(k) [\bar{z}(k) - \mathbf{B}(k) \hat{\mathbf{u}}(k-1)] \quad (38)$$

3.3 卡爾曼濾波雙環計算法

戰車在追瞄及射擊目標時，其火控系統必須同時執行二種工作，即目標運動狀態的估測與射擊前置點的預測，因此就必須應用卡爾曼濾波雙環計算法[21]；即卡爾曼濾波要同時在兩種不同的工作方式運行。此兩種工作方式，既有一定的聯繫，又有明顯的區別，為適應上述工作特性，其有以下幾個特點：

- 1.在跟蹤目標的過程中，配合取樣時間 Δt ，以量測數據即時估測機動目標的運動狀態，並據此控制跟蹤線跟蹤目標，此遞迴循環計算過程，其週期一般情況為0.1sec-0.3sec之範圍，若為電視訊號，這一週期更將縮短為20毫秒或40毫秒。
- 2.以彈丸飛行時間 t_f 為週期，遞迴計算射擊前置點之位置，彈丸飛行時間一般在1sec-2.5sec之間，它顯然大於上述跟蹤濾波週期，是並行於Kalman濾波器的第二個工作週期。

戰車對機動目標的跟蹤過程中，為了作好發射準備，預測射擊前置點的工作是隨時進行

的。也就是說，在跟蹤濾波計算的過程中，每取得一個新的運動狀態估測值，都要及時地進行一次射擊前置點的預測計算，而這正是這兩種工作方式的聯繫。以下介紹二種不同的雙環計算法：

1.卡爾曼濾波雙環計算法

其在追蹤過程時，以無輸入項之卡爾曼濾波器估測機動目標之運動狀態，如方程式(13-19)所示。預測目標射擊前置點位置之算法如下：

$$\bar{\mathbf{X}}(k_f+1/k_f) = \Phi_f \bar{\mathbf{X}}(k_f/k_f) \quad (39)$$

其中 $\bar{\mathbf{X}}(k_f/k_f) = \bar{\mathbf{X}}(k/k)$

$$\Phi_f = \Phi(t_f)$$

2.卡爾曼濾波雙環計算法結合輸入估測法

當以適應式權重函數輸入估算法，估測出機動目標之加速度後，如方程式(38)，即以有輸入項之卡爾曼濾波器對機動目標進行運動狀態估測，方程式如下：

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) = \Phi \hat{\mathbf{X}}(k-1/k-1) + \Gamma \hat{\mathbf{u}}(k-1) \quad (40)$$

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \Phi \mathbf{P}(k-1/k-1) \Phi^T + \mathbf{Q} \quad (41)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{H}^T [\mathbf{H} \mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1} \quad (42)$$

$$\mathbf{P}(k/k) = \mathbf{P}(k/k-1) - \mathbf{K}(k) \mathbf{H} \mathbf{P}(k/k-1) \quad (43)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k) = \hat{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{K}(k) [\mathbf{z}(k) - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}(k/k-1)] \quad (44)$$

預估目標前置點位置之算法如下：

$$\hat{\mathbf{X}}(k_f+1/k_f) = \Phi_f \hat{\mathbf{X}}(k_f/k_f) + \Gamma_f \hat{\mathbf{u}}(k) \quad (45)$$

其中 $\hat{\mathbf{X}}(k_f/k_f) = \hat{\mathbf{X}}(k/k)$

$$\Phi_f = \Phi(t_f)$$

$$\Gamma_f = \Gamma(t_f)$$

下標 f 表示以彈丸飛行時間 t_f 為週期之計算法， $\hat{\mathbf{u}}(k)$ 是由遞迴式輸入估測法所估測到的目標加速度；在預測射擊前置點之遞迴計算中，由於彈丸飛行時間 t_f 為目標距離函數， t_f 會隨距離之不同而變化，所以 Φ_f 與 Γ_f 亦會隨著變動。卡爾曼濾波雙環計算法結合輸入估測法之演算流程如圖 1 所示。

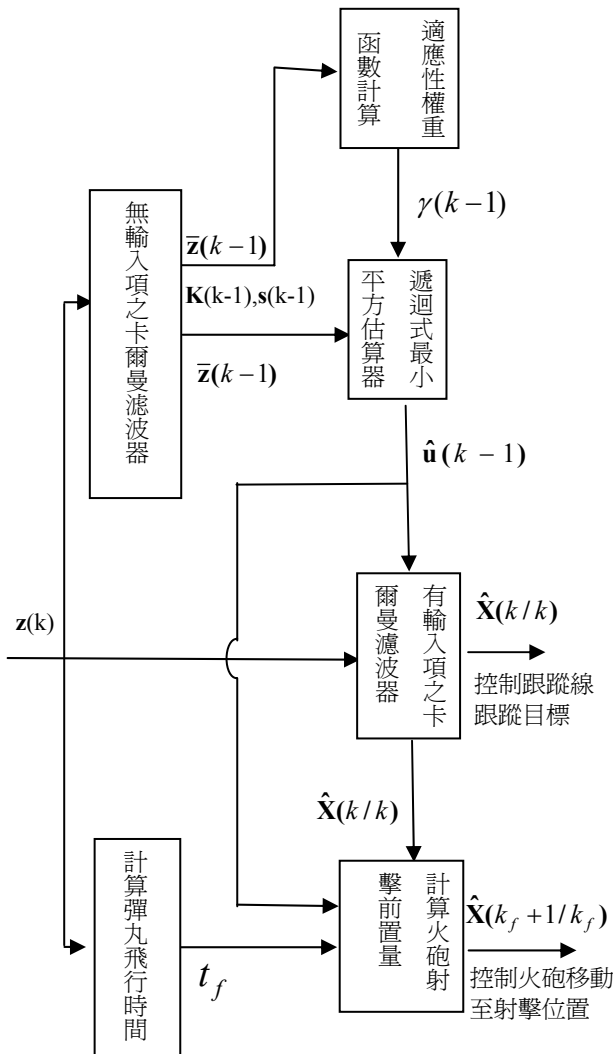


圖1. 卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法演算流程圖。

四、結果與討論

設定一固定坐標系，由發現機動目標時之位置決定，即以戰車駕駛正前方為 x 軸，逆時針旋轉 90° 為 y 軸，通過砲塔座圈圓心並垂直 x y 平面之向上射線為 z 軸，此坐標系固定不動；假設戰車本身位於水平位置，並於水平面上運動，即側傾角為 0° ，取樣時間 $\Delta t = 0.1 \text{ sec}$ ，隨機加速度時間常數 $\beta = 20 \text{ sec}^{-1}$ ，量測雜訊變異量 $\sigma_x = 3.16 \times 10^{-4} \text{ m}$ ， $\sigma_y = \sigma_z = 3.16 \times 10^{-5} \text{ m}$ ； $P_o = 0.5$ ， $P_{\max} = 0.1$ ，則依據(3)式，可求得目標擾動瞬變變異量 $\sigma_m^2 = 1.2 \text{ m}^2 / \text{sec}^4$ ，共變異量矩陣 $\mathbf{Q}(k)$ 由(10)式得到。彈丸飛行時間 t_f 可視為目標距離 D 的函數，即 $t_f = f(D)$ ，如某 100 mm 線膛炮穿甲彈所屬的彈道函數[22]中，其飛行時間之計算可為距離之三次多項式，即：

$$\begin{aligned}
 t_f &= f(D) = \sum_{i=0}^3 a_i D^i \\
 a_0 &= 0.0041719107 \\
 a_1 &= 0.0010727464 \\
 a_2 &= 0.00000010115306 \\
 a_3 &= -0.000000000064372146
 \end{aligned} \tag{46}$$

假設模擬時間 10 秒，因量測誤差隨機產生，為求取較正常合理的結果，採用 Monte Carlo 電腦模擬驗證法，每次模擬執行 100 次，取平均值來估測目標之運動狀態。卡爾曼濾波器狀態方程式與共變異量方程式之初始條件，則由 Singer 的方法[3]決定，即卡爾曼濾波器狀態方程式之初始值為：

$$\hat{\mathbf{X}}(0/0) = [x_0 \quad \frac{x_1 - x_0}{\Delta t} \quad 0 \quad y_0 \quad \frac{y_1 - y_0}{\Delta t} \quad z_0 \quad \frac{z_1 - z_0}{\Delta t}] \tag{47}$$

其中 $(x_0 \ y_0 \ z_0)$ 為第一次之觀測值， $(x_1 \ y_1 \ z_1)$ 為第二次之觀測值。

卡爾曼濾波器共變異量方程式之初始值為：

$$\mathbf{P}(0/0) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_x & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{P}_y & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{P}_z \end{bmatrix} \quad (48)$$

其中 \mathbf{O} 為3乘3之零矩陣。

$$\mathbf{P}_x = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}_x$$

$$P_{11} = R_x$$

$$P_{12} = P_{21} = R_x / \Delta t$$

$$P_{13} = P_{31} = 0$$

$$P_{22} = 2R_x / \Delta t^2 + \frac{\sigma_m^2}{\beta^4 \Delta t} [2 - \beta^2 \Delta t^2 + 2\beta^3 \Delta t^3 / 3 - 2e^{-\beta \Delta t} - 2\beta \Delta t e^{-\beta \Delta t}]$$

$$P_{23} = P_{32} = \frac{\sigma_m^2}{\beta^2 \Delta t} [e^{-\beta \Delta t} + \beta \Delta t - 1]$$

$$P_{33} = \sigma_m^2$$

$$\mathbf{P}_y = \mathbf{P}_z = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} & \bar{P}_{13} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} & \bar{P}_{23} \\ \bar{P}_{31} & \bar{P}_{32} & \bar{P}_{33} \end{bmatrix}_{y,z}$$

$$\bar{P}_{11} = R_y$$

$$\bar{P}_{12} = \bar{P}_{21} = R_y / \Delta t$$

$$\bar{P}_{13} = \bar{P}_{31} = 0$$

$$\bar{P}_{22} = 2R_y / \Delta t^2 + \sigma_m^2 / (\beta^4 \Delta t) \times [2 - \beta^2 \Delta t^2 + 2\beta^3 \Delta t^3 / 3 - 2e^{-\beta \Delta t} - 2\beta \Delta t e^{-\beta \Delta t}]$$

$$\bar{P}_{23} = \bar{P}_{32} = \frac{\sigma_m^2}{\beta^2 \Delta t} [e^{-\beta \Delta t} + \beta \Delta t - 1]$$

$$\bar{P}_{33} = \sigma_m^2$$

即時最小平方方法之初始值設定：

$$\hat{\mathbf{u}}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\mathbf{P}_b(0) = 3 \text{乘} 3 \text{之單位矩陣}$$

$$\mathbf{M}(0) = 9 \text{乘} 9 \text{之零矩陣}$$

4.1 模擬場景之建立

為了驗證本文所建立的機動目標運動模型及卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法之可行性，以下將建立三個模擬場景。

1. 場景1-戰車本身靜止而目標進行三維之機動運動

假設發現目標之起始位置為距離y軸1500公尺處，以球面座標表示即為 $D=1500\text{m}$ ， $\varepsilon = 0^\circ$ ， $\theta = \pi/2$ ，其中 D 為量測到的戰車與目標之距離， θ 為量測到的方位角， ε 為量測到的高低角，且目標朝x軸逆時針旋轉 $\lambda_x = 0.1 \text{ rad}$ 及由xy平面逆時針旋轉 $\lambda_z = 0.1 \text{ rad}$ 之方向前進，目標之初速為 $\mathbf{V}_T = 5\text{m/sec}$ ，於2.5-5秒時以等加速度 $\mathbf{a}_T = 2\text{m/sec}^2$ 加速前進，之後維持等速直線運動，戰車本身靜止不動，如圖2所示。

2. 場景2-戰車本身等速運動而目標進行三維之機動運動

目標之運動狀態如前一狀況，但戰車本身有朝正x軸方向之等速運動，假設其速度為 $\mathbf{V}_L = 3\text{m/sec}$ ，如圖3所示。

3. 場景3-戰車本身等加速度運動而目標進行三維之機動運動

目標之運動狀態如前一狀況，但戰車本身有朝正x軸方向之等加速度運動，假設初速為 $\mathbf{V}_L = 3\text{m/sec}$ ，等加速度為 $\mathbf{a}_L = 1\text{m/sec}^2$ ，如圖4所示。

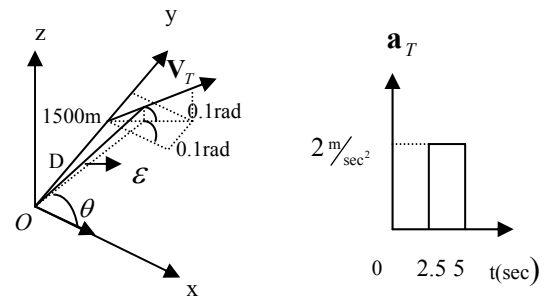


圖 2. 測試場景 1。

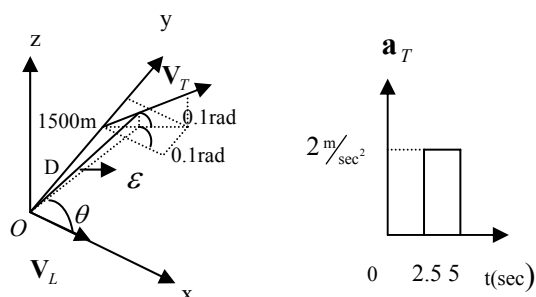


圖 3. 測試場景 2。

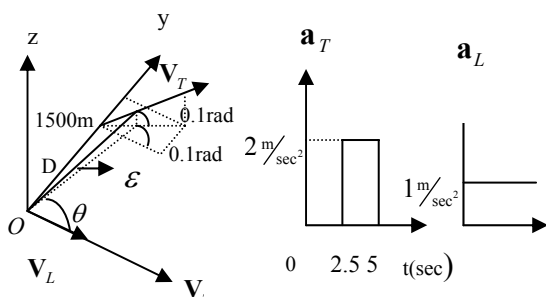


圖 4. 測試場景 3。

4.2 對機動目標運動狀態之估測比較

圖5-14為各個測試場景之運動狀態估測比較圖，圖中之方法1(method 1)為傳統戰車之狀態估測法，其速度為戰車追瞄機動目標三秒之平均速度，因傳統戰車之射擊要領為追蹤目標約1-3秒鐘，方法2(method 2)為卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法。從各圖之比較中，我們可以得到以下幾點結果：

1.在x和z方向的速度估測比較：從圖5、圖7、圖9和圖13，可知卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法在x和z方向的速度估測，幾乎接近真實速度；而以傳統估測法估測x和z方向的速度時，在目標沒有加速之前，其估測的結果亦接近真實速度，但在目標加速後，其估測值就有很大的誤差。

2.在x和z方向的加速度估測比較：從圖6、圖8、圖10和圖14，可知卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法亦可準確地估測目標之加速度，雖與真實的加速度有些微的延遲(Delay)，但傳統估測法並無法估測目標的加速度，因此其估測值皆為零。

3.在y方向的速度及加速度估測比較：從圖11及圖12中，可知卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法，可以準確地估測目標在y方向的速度及加速度，但傳統估測法忽略y方向(即軸向距離)之運動，因此無法估測y方向之速度及加速度，估測值皆為零。

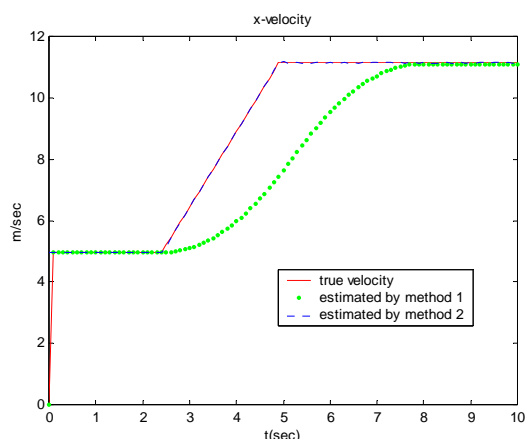


圖 5. 測試場景 1 在 x 方向上之速度估測比較圖。

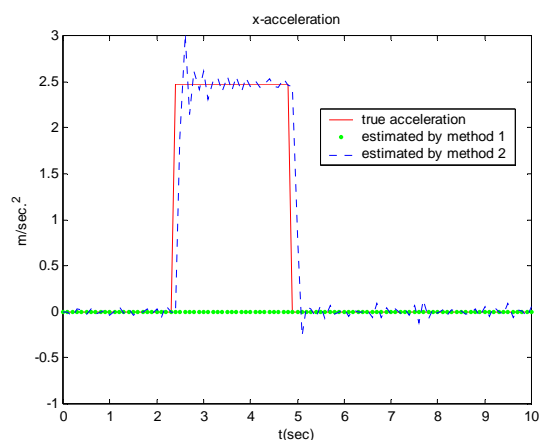


圖 6. 測試場景 1 在 x 方向上之加速度估測比較圖。

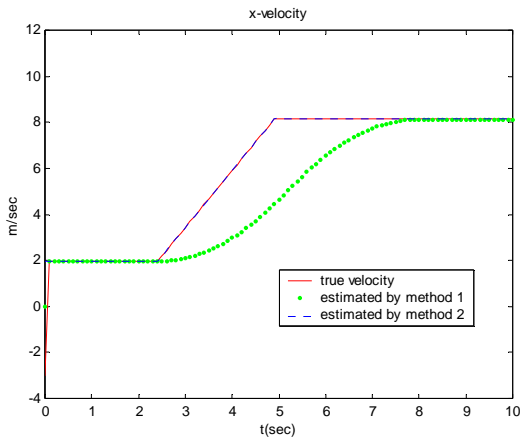


圖 7. 測試場景 2 在 x 方向上之速度估測比較圖。

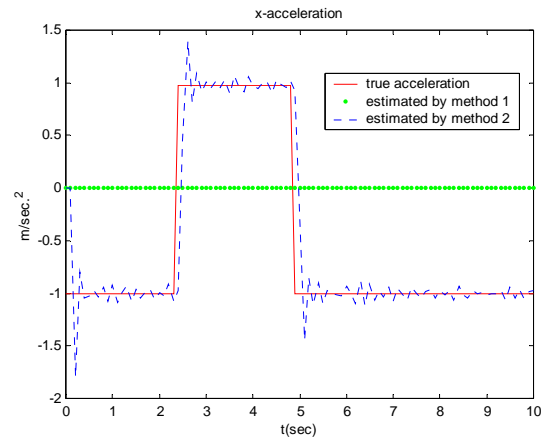


圖 10. 測試場景 3 在 x 方向上之加速度估測比較圖。

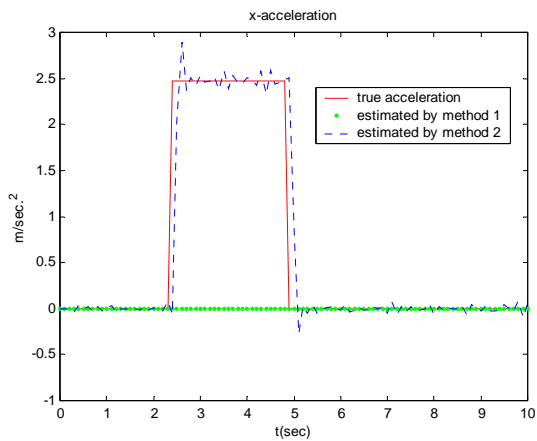


圖 8. 測試場景 2 在 x 方向上之加速度估測比較圖。

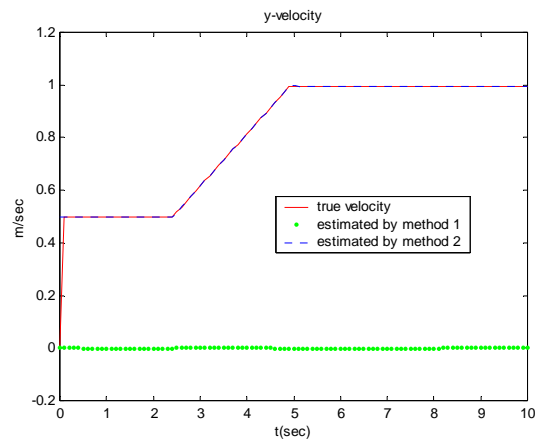


圖 11. 測試場景 3 在 y 方向上之速度估測比較圖。

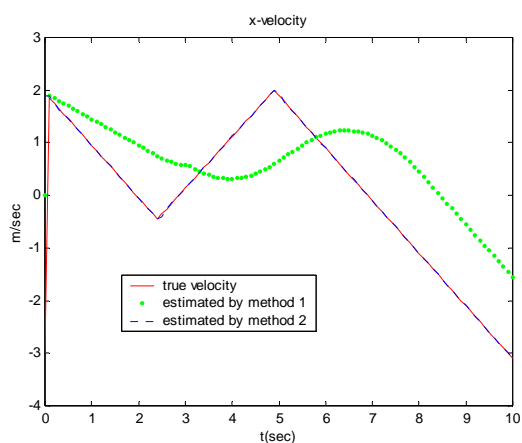


圖 9. 測試場景 3 在 x 方向上之速度估測比較圖。

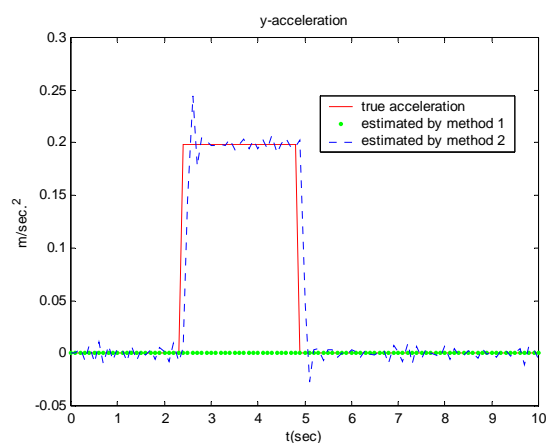


圖 12. 測試場景 3 在 y 方向上之加速度估測比較圖。

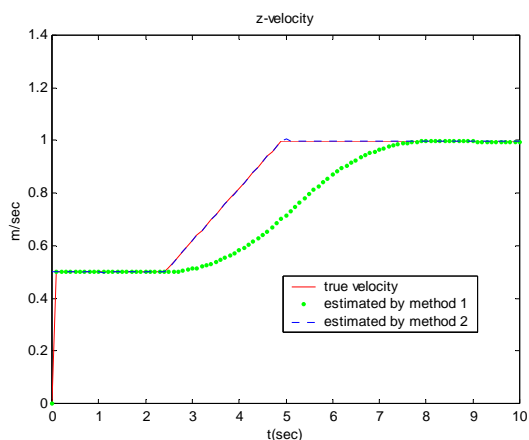


圖 13. 測試場景 3 在 z 方向上之速度估測比較圖。

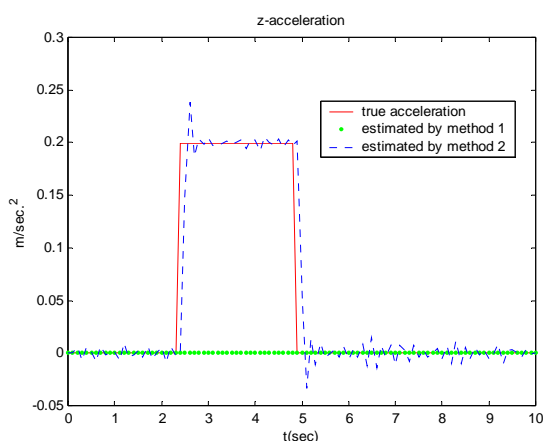


圖 14. 測試場景 3 在 z 方向上之加速度估測比較圖。

4.3 射擊準確度之比較

假設目標之垂直面面積為 $2.3 \times 2.3\text{m}^2$ ，以傳統估測法、卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法及卡爾曼濾波雙環計算法，即未含輸入估算法，亦即無法估測目標之加速度，來比較射擊前置點預測之位置，是否落在目標之垂直面上，若是，則表示命中目標；而射擊前置點位置之獲得，乃是在取得量測數據後，即時估測機動目標之運動參數，並以(37)式計算彈丸飛行時間 t_f ；假設目標於彈丸飛行時間 t_f 內，以即時估測之狀態參數依各自的運動法則來

估測射擊前置點之位置，即傳統估測法與卡爾曼濾波雙環計算法假設目標作等速運動，卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法假設目標作等加速度運動。因戰車砲彈之飛行軌跡較平直低伸，可忽略軸向距離及高度之影響，故只考慮橫向距離是否位於目標靶內，亦即比較機動目標於彈丸飛行時間 t_f 後，其位置與三種估測法之射擊前置點比較，若其橫向誤差小於 2.3m ，則表示其命中目標。模擬結果如圖 15-17，圖中方法1(method 1)為傳統戰車之狀態估測法，方法2(method 2)為卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法，方法3(method 3)為卡爾曼濾波雙環計算法，橫軸為火炮射擊時間點，縱軸為彈丸經飛行時間 t_f 後與目標真實距離之誤差值。

表1是機動目標在不同之加速度(即除加速度不同外其餘與三種測試場景相同)，對目標射擊命中率之統計表。

從圖15~圖17及表1之比較中，可以得到以下幾點結論：

1. 目標沒有加速度時，三種估測法皆能準確地預測射擊前置點的位置，但當目標有加速度後，傳統估測法和卡爾曼濾波雙環計算法無法準確地預測射擊前置點的位置，主因為二者皆無法估測目標之加速度，而卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法，除在目標剛加速及突然等速運動時無法準確預測(主因是加速度估測時之延遲)外，其餘皆可準確命中目標。
2. 當機動目標於戰車追瞄及彈丸飛行時間內，加速度愈大或加速之時間愈久，傳統估測法及卡爾曼濾波雙環計算法之準確度會降低，而卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法則影響不大，由此可知卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法之優越性。

3. 從表1.中，若目標之加速度 $a_T = 0.5m/s^2$ 時，卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法之命中率為99.2%，而卡爾曼濾波雙環計算法之命中率100%，此例外情形乃因卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法在估測目標之加速度時，其於目標開始加速和突然等速時，估測值會高於（或低於）真實值，如圖6和圖8所示，導致在彈丸飛行時間 t_f ，造成較大偏差量，致命中率稍差於卡爾曼濾波雙環計算法，其餘皆優於傳統估測法及卡爾曼濾波雙環計算法。

從以上之分析比較中，不管戰車本身靜止、等速運動或等加速度運動，在射擊準確度比較上，卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法皆優於卡爾曼濾波雙環計算法及傳統估測法。

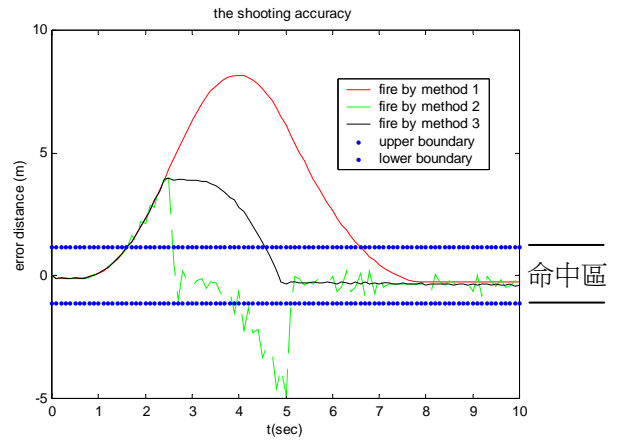


圖 15. 測試場景 1 之射擊準確度比較圖。

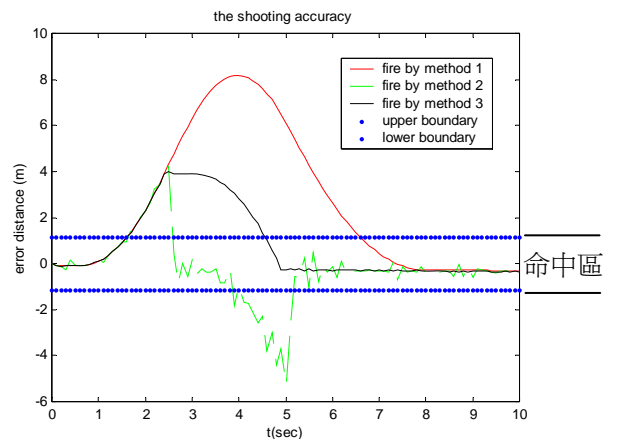


圖 16. 測試場景 2 之射擊準確度比較圖。

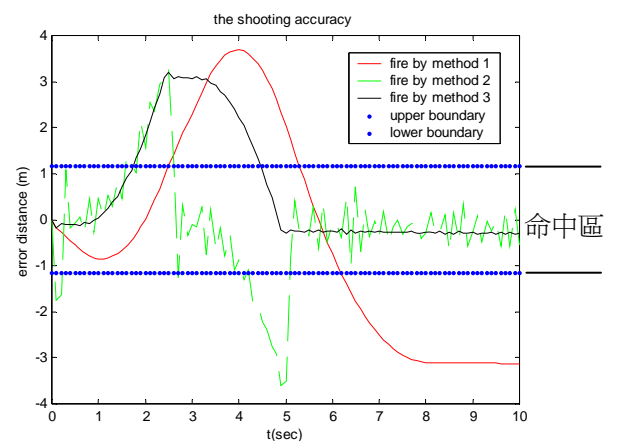


圖 17. 測試場景 3 之射擊準確度比較圖。

表1. 射擊準確度比較表

機動目標之 加速度 a_T	場景	傳統估測 法之命中 率	雙環計算法 結合輸入估 測法之命中 率	雙環計算 法之命中 率
0.5m/sec ²	場景1	80%	99.2%	100%
	場景2	80%	99.2%	100%
	場景3	32%	77.6%	73%
1.0m/sec ²	場景1	63%	89.9%	82.7%
	場景2	63%	90%	82.7%
	場景3	32%	78.1%	73%
1.5m/sec ²	場景1	56%	84.6%	75.4%
	場景2	56%	84.5%	75.4%
	場景3	32%	78.6%	73%
2.0m/s ²	場景1	53%	80.6%	73%
	場景2	53%	80.6%	73%
	場景3	32%	78.4%	73%
2.5m/s ²	場景1	50%	77.8%	70.5%
	場景2	51%	77.6%	70.5%
	場景3	32%	77.9%	73%

五、結論

一般傳統主力戰車，其於運動時對機動目標之射擊要領為追蹤目標約1-3秒鐘，並保持戰車速度為5-7哩／小時；從此操作程序中，我們可以發現運動中的戰車要對機動目標射擊時，不僅本身不能有機動、速度不能太快且需較長的追瞄時間以計算機動目標的平均速度，此於真實作戰情況中，不僅加長系統反應時間及限制了本身的機動能力，更嚴重威脅到戰車在戰場之存活率，但若以本文所提出的機動目標運動模型及卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法，則可完全克服以上的限制，因其可

即時估測機動目標的運動狀態並準確地預測射擊前置點位置，不僅縮短系統反應時間（因每取得量測數據後即預測射擊前置點），且本身亦可高速機動來避開敵人的攻擊，而不影響射擊精確度。卡爾曼濾波雙環計算法結合遞迴式輸入估測法若運用於戰車火控系統中，可見其優越性，未來亦可應用於其它武器的火控系統中，如潛艦、快砲或戰機等，以提昇原有的作戰能力，增強我國防戰力。

參考文獻

- [1] 羅來科、李懷忠、王耀北，“坦克目標威脅程度評估”，火力與指揮控制，第28卷，第1期，頁69-72，2003。
- [2] 刁聯旺、王忠義、楊靜宇，“目標選擇的最近鄰優化算法”，計算機仿真，第28卷，第6期，頁65-67，2005。
- [3] Singer, R. A., “Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-6, No. 4, pp. 473-483, 1970.
- [4] Zarchan, P., “Representation of Realistic Evasive Maneuvers by the Use of Shaping Filters,” Journal of Guidance and Control, Vol. 2, No. 4, pp. 290-295, 1979.
- [5] Moose, R. L. and Wang, P. P., “An Adaptive Estimator with Learning for a Plant Containing Semi-Makov Switching Parameters,” IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics, Vol. SMC-3, No. 3, pp. 277-280, 1973.
- [6] Moose, R. L., “An Adaptive State Estimation

- to the Maneuvering Target Problem,” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-20, No. 3, pp. 359-362, 1975.
- [7] Gholson, N. H. and Moose, R. L., “Maneuvering Target Tracking Using Adaptive State Estimation,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-13, No. 3, pp. 310-317, 1977.
- [8] Sun, H. M. and Chiang, S. M., “Maneuvering Target Tracking Algorithm for a Radar System,” International Journal of System Science, Vol. 20, No. 10, pp. 1801-1810, 1989.
- [9] Chan, Y. T., Hu, G. C., and Plant, J. B., “a Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-15, No. 2, pp. 237-241, 1979.
- [10] Bogler, T. L., “Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-23, No. 3, pp. 298-307, 1987.
- [11] Wang, T. C. and Varshney, P. K., “A Tracking Algorithm for Maneuvering Targets,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-29, No. 3, pp. 910-915, 1993.
- [12] Whang, I. H., Lee, J. G., and Sung, T. K., “Modified Input Estimation Technique Using Pseudoresiduals,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-30, No. 1, pp. 220-228, 1994.
- [13] Blom, H. A. P. and Bar-Shalom, Y., “The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients,” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-33, No. 8, pp. 780-783, 1988.
- [14] Bar-Shalom, Y., Chang, K. C., and Blom, H. A. P., “Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation Versus the Interacting Multiple Model Algorithm,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-25, No. 2, pp. 296-308, 1989.
- [15] Averbuch, A., Itzikowitz, S., and Kapon, T., “Radar Target Tracking-Viterbi Versus IMM,” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-27, No. 3, pp. 550-555, 1991.
- [16] Blair, W. D. and Watson, G. A., “Interacting Multiple Bias Model Algorithm with Application to Tracking Maneuvering Targets,” IEEE Proceedings of The 31st Conference on Decision and Control, Vol. 4, pp. 3790-3795, 1992.
- [17] Munir, A. and Altherton, D. P., “Adaptive Interacting Multiple Model Algorithm,” IEEE Proceedings, Radar, Sonar and Navigation, Vol. 142, No.1, pp. 11-17, 1995.
- [18] Tuan, P. C. and Fong, L. W., “An IMM Tracking Algorithm with Input Estimation,”

International Journal of System Science, Vol. 27, No. 7, pp. 629-639, 1996.

- [19] Kalman R. E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," ASME Journal of Basic Engineering, Series 82D, pp. 35-45, 1960.
- [20] Tuan, P. C. and Hou, W. T., "The Adaptive Robust Weighting Input Estimation for 1-D Inverse Heat Conduction Problem," Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 34, pp. 439-456, 1998.
- [21] 周后煌、單東升，坦克火力控制系統，國防工業出版社，北京，第七章第一節頁 218-219，1997。
- [22] 朱竟夫，坦克火控系統，兵器工業出版社，北京，第45頁，1992。