

形狀記憶合金應用在厚殼複材圓管結構自緊之探討

陳弘文¹ 孫懷谷² 劉天志²

¹ 中山科學研究院系統發展中心

² 國防大學理工學院國防科學研究所

摘要

以複合材料結合形狀記憶合金的先進材料結構設計概念，利用形狀記憶合金具有的形狀記憶效應及產生大的回復力的特性，取代傳統施以預應力的自緊方式，作為改善圓管結構應力集中及結構效率不佳的新設計方式。基於這樣的材料結構設計概念，本文之目的即藉由調整形狀記憶合金疊層對壁厚的比例，探討結合形狀記憶合金之複材圓管結構承載能力的改善狀況。本文採用類層(layer-wise)的三維線彈性模式，分析結合形狀記憶合金的複合材料圓管結構之位移及應力狀態，在分析的過程中，形狀記憶合金驅動後之材料勁度及所誘發之回復力等材料行為，均整合至圓管疊層之結構力學模型中，重新計算整體的材料本構關係，進而探討合金受熱驅動後之圓管結構的反應。結果顯示，對於承受內壓的圓管結構，當形狀記憶合金疊層對管壁厚度達到一適當的比例時，結構的最大應力可有效的降低、應力分佈會獲得均勻化並鬆弛，進而強化了圓管結構的承載能力。

關鍵詞：形狀記憶合金、複合材料、自緊。

Autofrettage Analysis of Thick-wall Composite Tubes by SMA

Hung-Wen Chen¹ Huai-Ku Sun² Tien-Chih Liu²

¹Center of System Development, Chung San Institute of Sciences and Technology

²National Defense University, Chung Cheng Institute of Technology, School of Defense Sciences

ABSTRACT

By adopting the advanced material design concept that combines the composite with the shape memory alloy (SMA), the structure not only has the characteristics, such as specific strength and adjustable design, which the composite has, but also has the shape memory effect and the production of higher recovery stress owned by the SMA to replace the traditional autofrettage method done by pre-stressing and to create another design method, which improves the concentration of stress and the structure deficiency of the cylinder pressure vessel. Based on the advanced materials structure design concept, the purpose of this paper is to investigate the improvement of load-bearing capability of the composite tube structure combined SMA by adjusting the thickness ratio of SMA laminates to the wall. The layer-wise linear 3D elastic analysis model is adopted to explore the displacement and stress conditions of the composite tube combined with the SMA. In the analysis process, the material behaviors, such as change in stiffness after the activation of the SMA and the activated recovery stress, are integrated into the structure mechanical model of the laminated tube. By further re-computing the overall stress-strain relationship, the reaction of the tube with adequate SMA laminates caused by activating the alloy with heat can be analyzed. The result shows that as the adequate thickness ratio of SMA laminates to the wall, for the internal pressure bearing tube structure, is achieved, maximum stress of the structure can be reduced, the distribution state of stress is uniformized and relaxed, and the load-bearing capability of the tube structure is enhanced.

Keywords: SMA, composite, autofrettage

一、前言

圓管結構在各種工程領域上的應用已相當廣泛，舉凡發電廠熱交換器、石油天然氣等物資輸送管、各式壓力容器、船艦及航太載具之各種管線及火砲砲管等結構。過去，這些結構大多採用傳統金屬材料或是鋼筋混凝土材料，這些傳統材料除了重量重、施工不易外，對抗腐蝕也較差，尤其，應用於水下的輸送管上，其維護更加困難，造成維護成本上的增加。最近，纖維強化複合材料被大量應用於圓管結構的設計上，以取代傳統材料，除了強化結構的強、勁度外，在重量、製造及抗環境耐久能力上也都大幅改善，進而降低維護頻率及成本。另外，在實際的應用上，有些圓管結構的操作必須承受較高的內壓力，因而必須製作成厚殼結構，以承受較大的操作負荷。較厚的圓管結構及高的內壓負荷下，導致厚度方向上產生極大的應力梯度變化，使得應力在越靠近殼內壁的區域，其應力越大，而越外緣的殼壁，應力越小，如圖 1 所示，這種承載不均勻的狀態，使結構的效率大打折扣，即使採用複合材料，仍然無法避免此一結果。在過去傳統的設計上，採用圓管結構自緊 (autofrettage) 技術，藉以改善圓管結構承載效率的問題，其方式係在圓管內壁預先施以應力，並超過彈性限度，使圓管內層產生塑性變形，移除內壓後，在圓管內部產生殘留應力 (residual stress)，可以抵銷一部分內壓所造成之應力，藉以提高結構承受內壓的能力。另外，有採用層成式圓管 (jacketed tube) 的設計方式，此方法係將兩個或更多的同心圓柱，經緊縮配合而成，藉由層與層之間的緊縮應力 (shrinkage stress)，補償圓管壁內外的不均勻應力，以提昇圓管結構的承載能力，如圖 2。然而，纖維強化複合材料的圓管結構在這方面的加強，僅能以增加疊層厚度的方式來因應，對上述兩種傳統的自緊設計方法，均不適合。1992 年，Rogers[1] 提出以複合材料結合形狀記憶合金的先進材料設計概念，作為壓力容器的應力集中改善之研究，此一設計概念兼具複合材料的高比強度及材料具有方向性的特點外，並結合了形狀記憶合金具有的形狀記憶效應及產生大的回復力等的特點，可改善圓管結構的應力狀態，而此一設計概念也獲得初步的證實[2]。本文之目的即針對此一先進材料結構概念應用於圓管設計進行結構分析，藉以了解此一設計對圓管結構反應的改善效果，作為未來取代傳統金屬材料的圓管結構自緊技術之參考。

纖維強化複合材料係由纖維及樹脂材料所

結合而成，整體的材料性質在強度、勁度、抗腐蝕、抗磨耗、誘發力 (attractiveness)、重量、疲勞週期、絕熱、熱傳導或隔音上，均能優於傳統材料[3]。而形狀記憶合金 (Shape Memory Alloy, 縮寫為 SMA) 為具有形狀記憶效應 (Shape Memory Effect, 縮寫為 SME) 的合金，是一種可被驅動的材料。這種形狀記憶效應的特性係當形狀記憶合金在特定溫度下受到有限度的塑性變形後，可由加熱的方式恢復到變形前的形狀，若形狀記憶合金受到約束，則形狀的恢復受阻，材料內部將產生甚大的回復力。再者，當溫度由常溫進入到高溫時，形狀記憶合金受到驅動，其勁度增大約

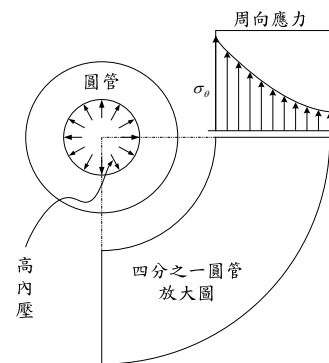


圖 1. 承受內壓之圓管結構應力示意圖

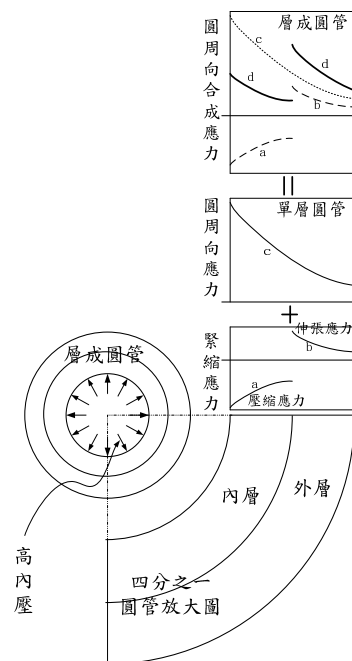


圖 2. 承受內壓層成圓管結構應力示意圖

三至四倍。因此，將形狀記憶合金埋入複合材料結構中，經由形狀記憶效應的作用，整體結構的性質及反應，都可以獲得良好的改善。這種先進材料結構的應用自 1988 年開始，即成為國際間重要的研究課題之一[4]，用以改善傳統材料結構工程所遭遇的相關課題，諸如結構噪音、振動抑制；複合材料結構的抗低速衝擊設計；裂紋的診斷及其裂紋的擴展控制；板殼結構開孔應力鬆弛；或結構因溫度升高產生的強度弱化等問題[5]。此等材料結構的應用，主要係利用形狀記憶合金的主動性能調整(Active Properties Tuning, 簡稱 APT)和主動應變能調整(Active Strain Energy Tuning, 簡稱 ASET)的方式[6]來達成。主動性能調整的基本原理是通過加熱材料中的形狀記憶合金，使得結構的整體勁度或局部勁度得到調整，其關鍵在於形狀記憶合金的彈性模數會隨溫度的變化而發生明顯的改變。主動應變能調整的原理是當結構受到形狀記憶合金驅動作用時，結構進入殘餘應變狀態，與之相應的應變能會改變結構的能量平衡狀態，在靜態方面，可造成應力的鬆弛；在穩態振動控制方面，可以抑制結構瞬態的振動。本文即採用複合材料結合形狀記憶合金的主動應變能調整功能，既利用材料彈性模數的變化特性，也同時利用其產生的回復應力(Recovery stress)和應變的特性，應用於圓管的自緊設計，藉以改善圓管結構承受應力的能力。此方法係將預先拉伸塑性變形的形狀記憶合金絲埋入複合材料疊層中，利用加熱激勵形狀記憶合金絲後，塑性變形消失，並且對結構產生作用力，利用整體材料的勁度、形狀改變及回復力的產生，改變整體複材結構疊層受力的應力分佈狀態，其結構強化機制如圖 3 所示。

1988 年，Hyer[7]針對厚的纖維強化複合材料疊層圓筒殼結構受靜水壓負荷時，同時考量複合材料結構製作時之熱負荷情況下，探討三維疊層應力、應變與位移的關係，其以廣義平面應變彈性理論、疊層間之應力、位移關係及圓管所承受之應力，以逐層的方式對疊層殼進行位移、應變及應力的解析。2001 年，Xia 等人[8]亦使用 3D 線彈性理論，探討不同疊層排列及疊層纖維角度時，沿厚度方向之應力與位移的反應。雖然 Hyer 及 Xia 等人的研究企圖藉由材料疊層順序及纖維方向的设计來改變結構的反應，但不如施以預應力或緊縮應力等傳統自緊技術。自 1932 年，形狀記憶效應被發現後，到 1970 年代後被廣泛應用[5]，而自 1990 年以後，更由 Roger[1]提出將形狀記憶合金埋入複合材料疊板的應用，採用了古典疊板理論，建立內含形狀記憶合

金疊層複合

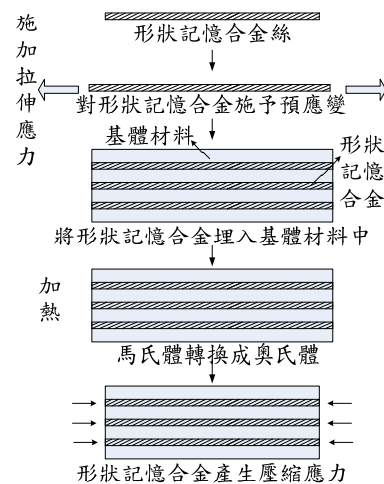


圖 3. 形狀記憶合金埋入環氧樹脂之疊層強化作用機制示意圖

材料的力學模型，包括本構方程式及平面應力問題上的探討。1995 年，Jeffrey[2]等人將複合材料結合形狀記憶合金應用於圓筒壓力殼結構的研究，證明了此等整合型材料的壓力容器結構，在承受外在負荷時，可藉致動合金材料的特性來改善結構的應力承載。本文即針對纖維強化複合材料結合形狀記憶合金之圓管結構，利用其形狀記憶效應對結構產生緊縮的預應力，達成圓管結構自緊的目的，以提升圓管結構的承載效益。

本文係針對厚的複合材料圓管結構承受較高的內壓作用下，結合形狀記憶合金之特有的形狀記憶效應，以分析結構受力後及形狀記憶合金受激勵後之結構反應，因此，必須更準確的分析厚度方向疊層間的應力與變形變化狀態。很顯然的，基於薄板理論的傳統古典疊層理論並無法精準的模擬出厚殼的結構反應以及應力變化，有鑑於此，本文將採用 Hyer[7]提出受靜水壓之厚圓筒殼結構反應所使用的類層(layer-wise)的三維線彈性分析模式，藉以分析結合形狀記憶合金的複合材料圓管之結構應力變化狀態。在分析的過程中，形狀記憶合金驅動後之材料勁度及所誘發之應力與應變，必須整合至圓管疊層之結構力學模型中，重新計算整體的材料本構關係，進而分析驅動後之圓管結構的反應，藉以探討形狀記憶合金之形狀記憶效應對圓管結構受力之應力分佈改善狀況。

二、纖維強化複合材料結合形狀記憶合金之圓管結構理論

本文針對纖維強化複合材料厚殼圓管結

構，在承受內壓作用下，考量疊層中結合形狀記憶合金，分析此一結構受力後及形狀記憶合金受激勵後之結構反應。為了計算厚殼的徑向應力與位移以及層間的應力狀態，本文採用 Hyer[7]提出的三維廣義平面應變彈性理論，作為分析複合材料結合形狀記憶合金之圓管結構的反應。其中，Hyer 考量了複合材料壓力殼結構製造時之熱膨脹效應，其結構材料受熱負荷所產生之應變量與溫度梯度變化成一定比例(熱膨脹係數)，本文則以形狀記憶合金的形狀記憶效應取代。而合金材料之形狀記憶效應中，回復應變量(recovery strain)係由形狀記憶合金受熱驅動後，因材料勁度改變與回復力所誘發產生。因此，回復應變量必須由形狀記憶合金的材料力學行為模式計算而得，而本文係採用 Roger[9]所提出的形狀記憶合金材料行為模式作為模擬形狀記憶合金受驅動之回復應變量計算，其理論描述如後。

2.1 形狀記憶合金本構關係

形狀記憶合金的材料行為是一個複雜非線性的模式，歷年來的研究學者從彈塑性理論、熱動力學理論，化學自由能、晶相運動動力學及能量耗散原理等方向建立形狀記憶合金的本構模型[10]，概可分為微觀模型與巨觀模型兩類。儘管微觀模型能夠精準的描述各種參數對材料力學行為的影響，但在工程的應用上仍不實用或增加了分析上的複雜度。1986年，Tanaka[11]從熱動力學和相變動力學理論來探討形狀記憶合金的材料力學行為模式，基於能量守恆及 Clausius-Duhem 不等式，推導並證明了應力、應變、溫度及材料晶相比例參數為一組可以完整描述形狀記憶合金材料行為的狀態變數。其後，Liang 及 Rogers[9]將 Tanaka 所推導的本構式改良為與時間無關的關係式，並且以密合材料實驗的結果，提出以餘弦的馬氏體相變動力模型來修正 Tanaka 的指數模型。由於 Liang 及 Rogers 所發展的一維形狀記憶合金之本構關係，其模型係建立在實驗的基礎上，與其它模型相較，對於工程的應用具有實用及簡易的特性。此外，本文所探討之形狀記憶合金疊層，其為形狀記憶合金絲埋入環氧樹脂所形的單層構形。因此，採用 Liang 及 Rogers 所發展的一維本構關係，作為纖維強化複合材料圓管結構中與形狀記憶合金材料相結合之力學模式。

由 Liang 及 Rogers 改良自 Tanaka 之內變數模型，所形成的本構關係式為[9]

$$\sigma - \sigma_0 = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Theta(T - T_0) + \Omega(\xi - \xi_0) \quad (1)$$

式中 σ 、 D 、 ε 、 Θ 、 T 、 Ω 、 ξ 依序為材料之應力、彈性模數、應變、熱彈性係數、溫度、相變係數及馬氏體晶相比例($0 \leq \xi \leq 1$)。且 σ_0 、 ε_0 、 T_0 、 ξ_0 為初始狀態之應力、應變、溫度及馬氏體晶相比例。

形狀記憶合金之形狀記憶效應係由兩穩定晶相的轉換所致，一為高溫穩定相的奧氏體(austensite)，另一為低溫穩定相的馬氏體(martensite)。合金中所含的馬氏體晶相比例除了與溫度、應力有關外，亦與相變的方向有關。當相變由馬氏體轉換成奧氏體時，馬氏體容量為：

$$\xi = \frac{\xi_M}{2} \{ \cos[a_A(T - A_s) + b_A \sigma] + 1 \} \quad (2-1)$$

而當相變由奧氏體轉換成馬氏體時，則為：

$$\xi = \frac{1 - \xi_A}{2} \cos[a_M(T - M_f) + b_M \sigma] + \frac{1 + \xi_A}{2} \quad (2-2)$$

式中， ξ_M 、 ξ_A 表示相變過程一開始的馬氏體晶相比例， a_A 、 a_M 、 b_A 、 b_M 為材料常數，表示如下：

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s} \quad (3-1)$$

$$a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f} \quad (3-2)$$

$$b_A = -\frac{a_A}{c_A} \quad (3-3)$$

$$b_M = -\frac{a_M}{c_M} \quad (3-4)$$

c_A 、 c_M 係晶相轉換時與應力相關之材料常數； M_s 、 M_f 為奧氏體轉變為馬氏體的開始溫度及終了溫度； A_s 、 A_f 為馬氏體轉變為奧氏體的開始溫度及終了溫度。

在(2-1)式和(2-2)式中，由於餘弦函數的量限制在 $[0, \pi]$ 區間，所以，當相變方向由馬氏體轉換成奧氏體時，應力值受限範圍表示如下：

$$C_A(T - A_s) - \frac{\pi}{|b_A|} \leq \sigma \leq C_A(T - A_s) \quad (4-1)$$

而當相變由奧氏體轉換成馬氏體時，其應力值受限範圍表示如下：

$$C_M(T - M_f) - \frac{\pi}{|b_M|} \leq \sigma \leq C_M(T - M_f) \quad (4-2)$$

此外，在建立形狀記憶合金的材料力學行為模式時，亦須考量合金在不同的相變狀態中，彈性模數的變化。當形狀記憶合金受到溫度激勵或應變發生變化時，奧氏體及馬氏體的晶相比例將

隨之互為消長，彈性模數 D 及相變係數 Ω 亦隨之變化。亦即當形狀記憶合金進入晶相轉換的過程中，合金材料之彈性模數 D 及相變係數 Ω 須隨晶相的比例作適時修正，其修正式與馬氏體的晶相比例關係如下：

$$D(\xi) = D_a + \xi(D_m - D_a) \quad (5-1)$$

$$\Omega(\xi) = -\varepsilon_L D(\xi) \quad (5-2)$$

其中， D_m 為馬氏體之彈性模數， D_a 為奧氏體之彈性模數， ε_L 為材料最大回復應變。

為便於計算此一非線性材料本構關係式，首先將(2-1)式和(2-2)式作微分處理，並將晶相變化量參數($d\xi$)改以溫度變化量參數(dT)及應力變化量參數($d\sigma$)取代。在合金材料本構關係的計算上，由晶相變化起點開始遞迴計算，迨應力收斂完成即解得該點之彈性模數及應力，然後再計算下一個晶相變化點。依此程序逐點計算，直待整個晶相變化完畢為止，即可解得整個晶相變化過程的應力，運算流程如圖 4[12]。所計算之應力即為形狀記憶合金致動過程所產生之回復應力。

2.2 纖維強化複合材料結合形狀記憶合金疊層應力應變關係

以纖維強化複合材料結合形狀記憶合金的單向疊層型式的圓管結構中，在未加熱驅動形狀記憶合金時，第 k 疊層之應力應變本構關係式如下：

$$\{\sigma\}_{x\theta r}^{(k)} = [\bar{Q}]_{x\theta r}^{(k)} \{\varepsilon\}_{x\theta r}^{(k)} \quad (6)$$

式中 $\{\sigma\}$ 、 $[\bar{Q}]$ 、 $\{\varepsilon\}$ 表示疊層應力向量、勁度矩陣及應變向量，下標 $x\theta r$ 表示幾何座標。

當形狀記憶合金受熱驅動時，因驅動產生之回復應力作用於疊層上，因此，該疊層之等效應變及其分量表示為

$$\{\varepsilon^{sma}\}_{x\theta r}^{(k)} = [T]^{-1} ([Q]_{123}^{(k)})^{-1} \{\sigma_1^{sma}\}_{123}^{(k)} \quad (7-1)$$

$$\{\varepsilon^{sma}\}_{x\theta r}^{(k)} = \left(\{\varepsilon_x^{sma} \quad \varepsilon_\theta^{sma} \quad \varepsilon_r^{sma} \quad \gamma_{\theta r}^{sma} \quad \gamma_{xr}^{sma} \quad \gamma_{x\theta}^{sma}\}_{x\theta r}^{(k)} \right)^T \quad (7-2)$$

式中，下標 123 表示材料座標，而 $\{\varepsilon^{sma}\}$ 、 $[T]$ 、 $[Q]$ 、 $\{\sigma_1^{sma}\}$ 分別代表疊層之等效應變向量、轉換矩陣、疊層勁度矩陣及形狀記憶合金疊層之回復應力向量。而 ε_x^{sma} 、 ε_θ^{sma} 、 ε_r^{sma} 、 $\gamma_{\theta r}^{sma}$ 、 γ_{xr}^{sma} 、 $\gamma_{x\theta}^{sma}$ 為等效應變 $\{\varepsilon^{sma}\}_{x\theta r}^{(k)}$ 之分量。

當圓管結構加熱驅動後，第 k 疊層之應力及

其分量表示為

$$\{\sigma\}_{x\theta r}^{(k)} = [\bar{Q}]_{x\theta r}^{(k)} \{\varepsilon - \varepsilon^{sma}\}_{x\theta r}^{(k)} \quad (8-1)$$

$$\{\sigma\}_{x\theta r}^{(k)} = \left(\{\sigma_x \quad \sigma_\theta \quad \sigma_r \quad \tau_{\theta r} \quad \tau_{xr} \quad \tau_{x\theta}\}_{x\theta r}^{(k)} \right)^T \quad (8-2)$$

其中， σ_x 、 σ_θ 、 σ_r 、 $\tau_{\theta r}$ 、 τ_{xr} 、 $\tau_{x\theta}$ 為疊層應力 $\{\sigma\}_{x\theta r}^{(k)}$ 之分量。

2.3 纖維強化複合材料結合形狀記憶合金之圓管結構應力分析

考量複合材料結合形狀記憶合金之圓管結構為一長圓管厚殼疊層結構構形，其幾何構形示意如圖 5 所示，結構切面剖析如圖 6 所示。疊層殼結構以三維圓柱坐標來描述幾何關係， $x-\theta-r$ 分別為軸向(axial)、周向(circumferential)及徑向(radial)坐標軸，殼結構之疊層型式為斜交(angle-ply)疊層構形，其纖維排列為 $\pm\phi^\circ$ 。圓管內壁半徑為 R_i ，外壁半徑為 R_o ，管壁係由 n 層複合材料疊層所組成，第 k 層外壁之半徑表示為 r_k 。圓管內壁承受均佈靜壓力 P_i ，外壁承受均佈靜壓力 P_o 。從整體結構、疊層形式及受力的狀態，其圓管可視為完全軸對稱之結構。本文採用了 Hyer 所使用的三維廣義平面應變彈性理論，建立結構應力分析模式，以分析結構厚度方向之應力分佈狀態，藉以探討結合形狀記憶合金材料疊層設計所產生之結構承載效應的改變。由於本文的目的在探討形狀記憶合金疊層的加入對結構應力分佈狀態的改善研究，因此，僅考量遠離結構端點處之應力響應，忽略端點應力集中效應的影響。

在完全軸對稱的圓管結構構型與負載下，廣義平面應變關係的考量，第 k 層疊層之軸向、周向及徑向位移函數表示如下[7]：

$$u^{(k)}(x, \theta, r) = u^{(k)}(x, r) \quad (9-1)$$

$$v^{(k)}(x, \theta, r) = v^{(k)}(x, r) \quad (9-2)$$

$$w^{(k)}(x, \theta, r) = w^{(k)}(r) \quad (9-3)$$

力平衡方程式為

$$\frac{d\sigma_r^{(k)}}{dr} + \frac{\sigma_r^{(k)} - \sigma_\theta^{(k)}}{r} = 0 \quad (10-1)$$

$$\frac{d\tau_{\theta r}^{(k)}}{dr} + \frac{2\tau_{\theta r}^{(k)}}{r} = 0 \quad (10-2)$$

$$\frac{d\tau_{xr}^{(k)}}{dr} + \frac{\tau_{xr}^{(k)}}{r} = 0 \quad (10-3)$$

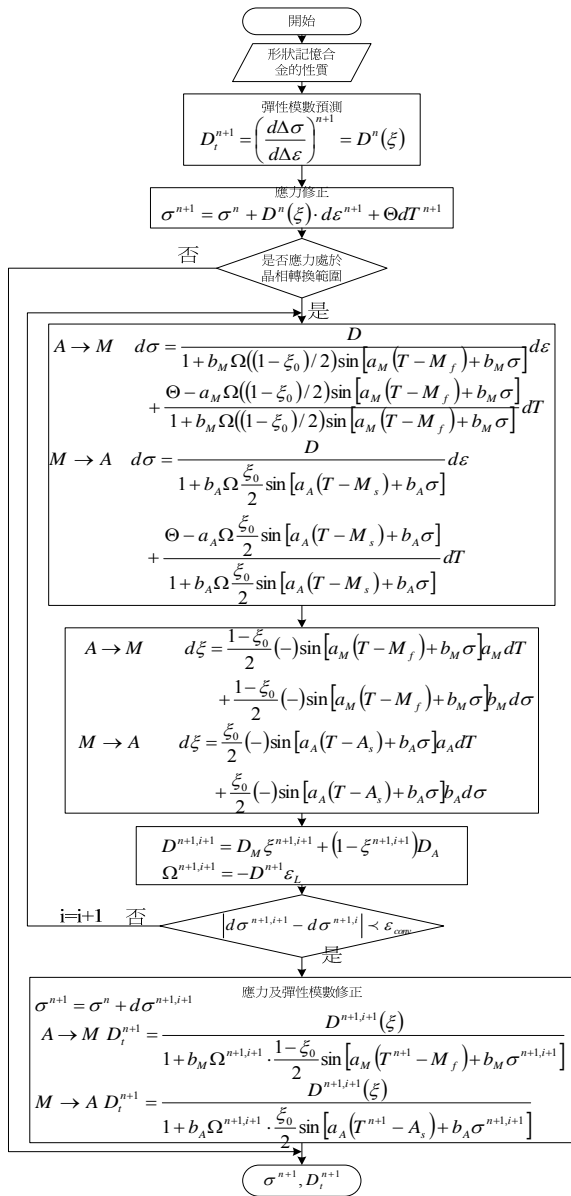


圖 4. 形狀記憶合金材料本構方程式計算流程

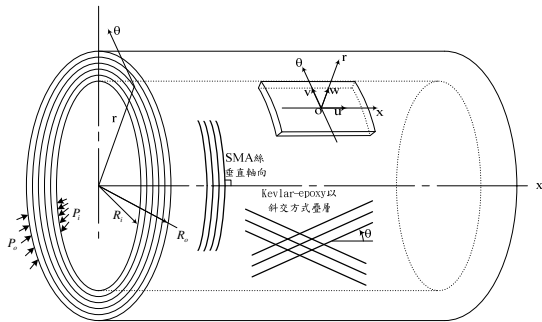


圖 5. 圓柱坐標之圓管幾何結構構形圖

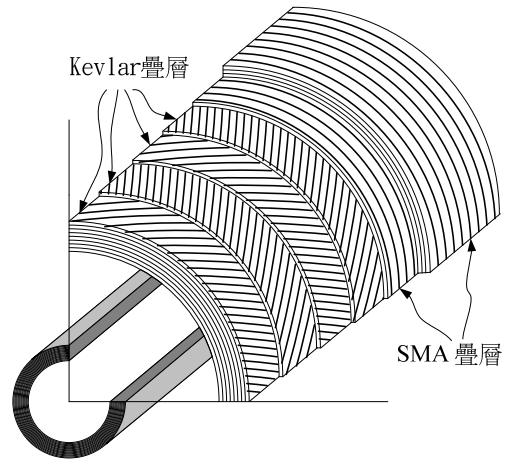


圖 6. 圓管結構切面剖析圖

應變與位移方程式為

$$\varepsilon_x^{(k)} = \frac{\partial u^{(k)}}{\partial x} \quad (11-1)$$

$$\varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{w^{(k)}}{r} \quad (11-2)$$

$$\varepsilon_r^{(k)} = \frac{dw^{(k)}}{dr} \quad (11-3)$$

$$\gamma_{\theta r}^{(k)} = \frac{\partial v^{(k)}}{\partial r} - \frac{v^{(k)}}{r} \quad (11-4)$$

$$\gamma_{xr}^{(k)} = \frac{\partial u^{(k)}}{\partial r} \quad (11-5)$$

$$\gamma_{x\theta}^{(k)} = \frac{\partial v^{(k)}}{\partial x} \quad (11-6)$$

求解結果第 \$k\$ 疊層之軸向位移、周向位移及徑向位移分別為[7]

$$u^{(k)}(x, r) = xA_1 \quad (12-1)$$

$$v^{(k)}(x, r) = xrA_2 \quad (12-2)$$

$$w^{(k)}(r) = \gamma^{(k)} rA_1 + \alpha^{(k)} r^2 A_2 + A_{2k+1} r^{\lambda^{(k)}} + A_{2k+2} r^{-\lambda^{(k)}} + \beta^{(k)} r \quad (12-3)$$

式中, \$A_1\$、\$A_2\$、\$A_{2k+1}\$ 及 \$A_{2k+2}\$ 為待定常數, 須由邊界條件決定, 另 \$\lambda^{(k)}\$、\$\gamma^{(k)}\$、\$\alpha^{(k)}\$ 及 \$\beta^{(k)}\$ 表示為:

$$\lambda^{(k)} = \sqrt{\frac{\bar{Q}_{22}^{(k)}}{\bar{Q}_{33}^{(k)}}} \quad (13-1)$$

$$\gamma^{(k)} = \frac{\bar{Q}_{12}^{(k)} - \bar{Q}_{13}^{(k)}}{\bar{Q}_{33}^{(k)} - \bar{Q}_{22}^{(k)}} \quad (13-2)$$

$$\alpha^{(k)} = \frac{\bar{Q}_{26}^{(k)} - 2\bar{Q}_{36}^{(k)}}{4\bar{Q}_{33}^{(k)} - \bar{Q}_{22}^{(k)}} \quad (13-3)$$

$$\beta^{(k)} = (\bar{Q}_{13}^{(k)} \varepsilon_x^{sma} + \bar{Q}_{23}^{(k)} \varepsilon_\theta^{sma} + \bar{Q}_{36}^{(k)} \gamma_{x\theta}^{sma} - \bar{Q}_{12}^{(k)} \varepsilon_x^{sma} - \bar{Q}_{22}^{(k)} \varepsilon_\theta^{sma} - \bar{Q}_{26}^{(k)} \gamma_{x\theta}^{sma}) / (\bar{Q}_{33}^{(k)} - \bar{Q}_{22}^{(k)}) \quad (13-4)$$

其中， $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$ 為幾何座標之材料勁度元素。

當圓管由 n 層疊層構成時，(12)式中共有 $2n+2$ 個待定常數，需藉由邊界條件的設定，建立 $2n+2$ 個方程式來求解出位移量。在圓管軸向力方面，疊層圓管承受之軸向力須與圓管內外壓力差造成之外力達成平衡狀態，經由此一平衡狀態，可設定邊界條件如下：

$$2\pi \sum_{k=1}^n \int_{r_{k-1}}^{r_k} \sigma_x^{(k)} r dr = \pi(P_i R_i^2 - P_o R_o^2) \quad (14)$$

在圓管扭矩方面，圓管並無受扭矩負荷作用，可設定邊界條件為

$$2\pi \sum_{k=1}^n \int_{r_{k-1}}^{r_k} \tau_{x\theta}^{(k)} r^2 dr = 0 \quad (15)$$

在疊層徑向位移方面，考量相鄰疊層之徑向位移須保持位移之連續性，其邊界條件如下：

$$w^{(k)}(r_k) = w^{(k+1)}(r_k) \quad k=1,2,\dots,(n-1) \quad (16)$$

在疊層徑向應力方面，考量疊層間之徑向應力須保持應力平衡，因此，圓管內壁之應力等於圓管內之壓力 P_i ，圓管外壁之應力等於圓管外之壓力 P_o ，而相同半徑相鄰疊層之徑向應力保持相同，其邊界條件設定如下：

$$\sigma_r^{(1)}(R_i) = -P_i \quad (17-1)$$

$$\sigma_r^{(n)}(R_o) = -P_o \quad (17-2)$$

$$\sigma_r^{(k)}(r_k) = \sigma_r^{(k+1)}(r_k) \quad k=1,2,\dots,(n-1) \quad (17-3)$$

由(14)至(17)式的邊界條件設定考量下，建立了 $2n+2$ 個方程式。因此，可用以決定 $2n+2$ 個待定係數。當每一個係數決定後，即可獲得軸向、周向及徑向位移，再代入(11)式之應變位移關係式求出應變量。最後，將應變量帶入結構疊層材料本構關係式(8)，求解結構之應力狀態。

三、纖維強化複合材料結合形狀記憶合金之圓管結構設計實例研究

為了評估形狀記憶合金疊層厚度設計對纖維強化複合材料圓管結構承載狀態之影響，本文針對斜交之複材疊層圓管，在形狀記憶合金受溫度的驅動所產生之回復力及形狀記憶合金疊層厚度變化的影響下，探討圓

管結構之應力狀態及自緊效應，以評估其對結構承載能力的改善效果。由於本文所探討之致動溫度不高，溫度變化對複合材料的熱負荷效應遠小於合金之回復力負荷，且為了單純探討形狀記憶效應對結構的影響，因此，本文忽略溫度變化對複合材料的熱負荷效應。

3.1 設計實例描述

考量一內徑 24 公分之圓管結構，承受內壓 $F=220\text{MPa}$ 的負荷，圓管殼由複合材料疊層組成，單一疊層厚為 0.15 公分。同時考量埋入環氧樹脂之形狀記憶合金絲的預應變量為 7%。

對於圓管殼結構疊層材料的選用上，本文所採用之纖維強化複合材料係由克維拉/環氧樹脂(Kevlar/Epoxy)所組成，其材料性質之彈性模數及波松比(Poisson's ratio)[2] 為 $D_1^K = 75.8\text{GPa}$ 、 $D_2^K = 5.5\text{GPa}$ 、 $D_3^K = 5.5\text{GPa}$ 、 $\nu_{12}^K = 0.34$ 、 $\nu_{13}^K = 0.34$ 、 $\nu_{23}^K = 0.4$ 。而形狀記憶合金疊層係由預先拉伸塑性變形之形狀記憶合金絲埋入環氧樹脂中固化(curing)後所形成，其中，形狀記憶合金組成容量為 75%。形狀記憶合金材料之各項性質 [12] 為 $D_A^f = 67.0\text{GPa}$ 、 $D_M^f = 26.3\text{GPa}$ 、 $\Theta = 0.55\text{MPa}$ 、 $\varepsilon_L = 0.067$ 、 $M_f = 9^\circ\text{C}$ 、 $M_s = 18.4^\circ\text{C}$ 、 $A_s = 34.5^\circ\text{C}$ 、 $A_f = 49^\circ\text{C}$ 、 $C_M = 8\text{MPa}/^\circ\text{C}$ 、 $C_A = 13.8\text{MPa}/^\circ\text{C}$ 、 $\nu^f = 0.33$ ，環氧樹脂之彈性模數及波松比[13]為 $D^m = 4.6\text{GPa}$ 、 $\nu^m = 0.36$ 。纖維強化複合材料疊層之纖維為 $\pm 55^\circ$ 斜交排列，使結構具有最大失效強度[14]。而形狀記憶合金之疊層中，形狀記憶合金絲排列與軸向垂直，便於使形狀記憶合金的回復力完全作用於圓周方向上。

3.2 全複材圓管結構之應力分析結果

首先探討全複材圓管結構受負荷下，沿厚度之各方向應力狀態，考量圓管殼係由 32 層 Kevlar/Epoxy 複合材料疊層所組成的管壁結構，在承受內壓 220MPa 情況下，其結構沿厚度方向之各應力分佈如圖 7 所示。各向應力分佈均自圓管內壁向外遞減，最大應力發生在內壁之圓周方向(σ_θ)，其大小為內壓之 3.88 倍。軸向應力(σ_x)分佈趨勢與周向應力相同，在相同的位置上，其應力值略小於周向的 1/2，最大值為內壓的 1.69 倍。徑向應力(σ_r)值在內壁處與內壓相同，並往

外壁方向遞減，至外壁處，其值為零。而軸周向剪應力($\tau_{\theta\phi}$)之方向與大小由纖維排列角度決定，因本設計例中採用纖維 $\pm 55^\circ$ 之斜交排列型式，使得相鄰疊層間之應力大小相同，方向相反，其值則介於軸向應力與周向應力之間，最大應力為內壓之 3.01 倍。其他兩個剪應力 $\tau_{x\theta}$ 及 $\tau_{\theta r}$ ，因在內壁及外壁無剪應力的作用，在邊界之限制條件下，各疊層之 $\tau_{x\theta}$ 及 $\tau_{\theta r}$ 兩剪應力均為零。

從圖 7 分析結果顯示，全複材圓管結構之各方向應力之最大值均發生在管壁內側，而最小值均發生在管壁外側。為了進一步探討不同管壁厚度之圓管結構受應力的均勻度，考量內徑固定為 24 公分的圓管，在不同的設計壁厚條件下，分析圓管結構各方向最大應力與最小應力差之比較如圖 8 所示。由圖 8 分析結果顯示，除徑向最大應力與最小應力差保持固定不變外，在周向、軸向及軸周向之最大應力與最小應力差的變化趨勢，均隨管壁厚度增加而增大，且其增大的趨勢逐漸緩和。此外，當壁厚越厚時，結構能分擔應力負荷的體積越大，因此，除徑向應力外，各方向最大應力隨壁厚增加，其值遞減。又因壁厚越厚，周向、軸向及軸周向最大應力與最小應力差變大，表示隨著管壁厚度增加，管外壁承受的應力大幅減少，其減少的幅度甚於管內壁減少的幅度。綜合以上原因，當圓管壁厚度增加到某一程度時，再增加的厚度對承載應力的效用大幅削弱，並形成呆重，不利圓管之應用。

為了增加圓管應力承載的能力，並進而減少呆重，本文使用形狀記憶合金疊層取代部分 Kevlar/Epoxy 疊層，並置於圓管外圍，藉由形狀記憶合金受熱驅動時，其材料勁度變大且產生大的回復力，對圓管結構產生緊箍力，以抵銷內壓產生的應力，達成結構自緊的效應。

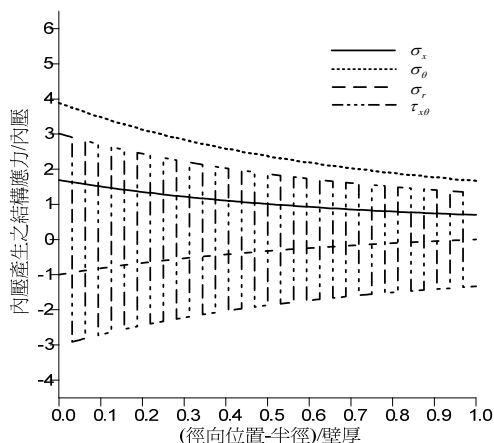


圖 7.全複材圓管結構承受內壓作用下，沿厚度方向之應力分佈圖 ($T = 50^\circ\text{C}$, $P_i = 220\text{MPa}$)

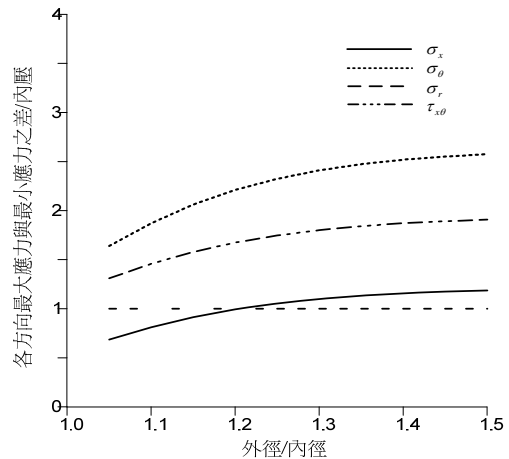


圖 8.全複材圓管結構隨壁厚增加，厚度方向之最大應力與最小應力差之比較圖 ($T = 50^\circ\text{C}$, $P_i = 220\text{MPa}$)

3.3 固定圓管殼厚度，不同形狀記憶合金疊層比率對圓管結構應力之影響

本文針對 32 疊層之圓管結構，在承受內壓 220MPa 及 50°C 致動溫度下，探討 Kevlar/Epoxy 疊層在不同比例厚度下 (h_c/h_{smac}) 之各方向最大應力。本文之 Kevlar/Epoxy 疊層為 $\pm 55^\circ$ 斜交排列，考慮排列之對稱性，Kevlar/Epoxy 疊層厚度以兩層方式遞減，而形狀記憶合金疊層厚度以兩層方式遞增。由圖 9 分析結果顯示，徑向最大應力等於內壓，代表形狀記憶合金疊層致動對徑向方向並沒有影響。軸向最大應力的變化隨厚度的比例 (h_c/h_{smac}) 變大而微幅下降，顯示形狀記憶合金疊層致動的效果對軸向的改善甚微。而軸周向最大剪應力的變化趨勢，在開始時降幅甚巨，當厚度的比例 (h_c/h_{smac}) 大於 0.1875 之後，降幅趨緩，此一結果顯示形狀記憶合金疊層致動的效應在軸周向對最外層影響最大，隨形狀記憶合金疊層厚度增加，致動的效果影響變小。至於周向最大應力的變化，初時趨勢先升後降，當厚度比例值 (h_c/h_{smac}) 大於 0.75 之後，又微幅上揚，其原因在於兩個不同材料結合時，應力峯值亦會發生在形狀記憶合金疊層的接合面上，因此應力最大值可能發生在內壁或形狀記憶合金疊層接合面上。

圖 10 係固定圓管壁厚度及 50°C 致動溫度下，在不同形狀記憶合金疊層厚度比例，其內壁周向應力與接合面周向應力之分佈，取其大者，即為周向應力最大值，由圖 10 的分析結果顯示，厚度比例值 (h_c/h_{smac}) 小於 0.1875 時，應力最大值發生在形狀記憶合金疊層的接合面上，厚度比

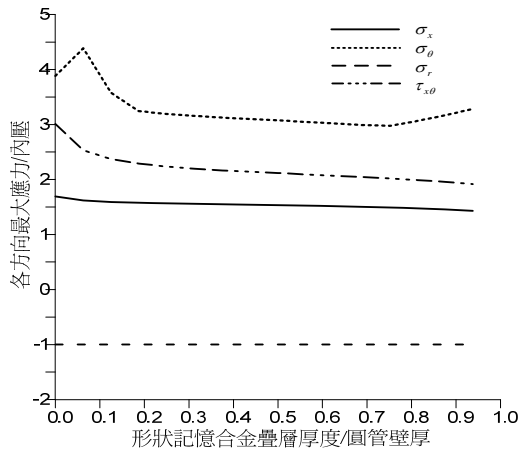


圖 9. 固定圓管厚度下，隨 SMA 疊層厚度增加方向之最大應力比較圖 (T = 50°C, Pi = 220MPa)

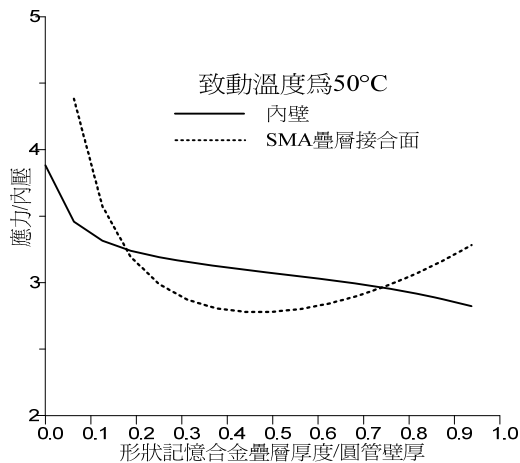


圖 10. 固定圓管厚度下，隨 SMA 疊層厚度的增加，內壁與 Kevlar/SMA 疊層接合面之周向應力分佈 (T = 50°C, Pi = 220MPa)

例值(hc/hsmac)介於於 0.1875 與 0.75 之間時，應力最大值發生在圓管內壁，而厚度比例值(hc/hsmac)大於 0.75 時，應力最大值發生在形狀記憶合金疊層的接合面上，亦即圖 9 周向應力變化之趨勢。

表 1 說明了不同形狀記憶合金疊層厚度比例的圓管結構承受 220MPa 內壓下，致動後各種厚度比例各方向最大應力與全複材圓管結構各方向最大應力之效益比較。由表 1 的數據顯示，形狀記憶合金疊層厚度比例值(hc/hsmac)等於 0.75 時，周向最大應力減少至 76.5%，軸周向最大應力減少至 67.1%，而軸向最大應力亦可減少至 88.2%。由此結果說明了，當複合材料圓管結構以適當厚度之形狀記憶合金疊層取代時，由於形狀記憶合金回復力的作用，整個圓管結構的應力

會重新分配，使得圓管結構最大應力值降低。因此，藉由適當的設計將可改善圓管結構的應力分佈，達成增加圓管結構承載的能力。

表 1. 在 50°C 致動後，不同比例 SMA 疊層厚度圓管結構承受 220MPa 內壓下，各方向最大應力與全複材圓管結構最大應力之比較表

厚度比例	全複材	0.0625		0.1875		0.75		0.9375	
	最大值 (1)	最大值 (2)	比較 (2)/(1) %	最大值 (3)	比較 (3)/(1) %	最大值 (4)	比較 (4)/(1) %	最大值 (5)	比較 (5)/(1) %
周向最大應力	3.88	4.38	112.9%	3.19	82.2%	2.97	76.5%	3.28	84.5%
軸周向最大剪應力	3.01	2.53	84.1%	2.29	76.1%	2.02	67.1%	1.92	63.8%
軸向最大應力	1.69	1.62	95.9%	1.58	93.5%	1.49	88.2%	1.43	84.6%
徑向最大應力	-1	-1	100.0%	-1	100.0%	-1	100.0%	-1	100.0%

四、結論

本文針對厚的纖維強化複合材料結合形狀記憶合金之圓管結構在承受內壓作用下，結合合金之形狀記憶效應的材料特性探討此一效應對複材圓管結構之影響。本文採用三維廣義平面應變彈性理論，進行結構應力分析。針對形狀記憶合金疊層與 Kevlar/Epoxy 疊層之不同厚度比例的設計，分析圓管疊層結構厚度方向上之應力分佈趨勢及最大應力變化，並比較結合形狀記憶合金的結構承載能力改善的效益。

由本文的分析結果顯示，以適當厚度比例的形狀記憶合金疊層取代，對結構的應力分佈狀態改善甚大，就整體結構效益而言，本文的研究結果說明了以下的重要結論：

- (1) 結構承載時，其徑向最大應力與形狀記憶合金疊層的厚度無關。當適當厚度比例的形狀記憶合金疊層加入後，對結構其它方向的最大應力具有改善的效果，唯厚度比例不適當時，其效益降低，甚至造成周向最大應力更大的反效果。
- (2) 周向形狀記憶合金疊層的加入，對軸周向剪切應力改善效益最為顯著，可大幅改善結構脫層的狀況。

從本文研究結果顯示，在纖維強化複合材料疊層圓管結構，以適當形狀記憶合金疊層厚度比例的結構設計，確實改善了圓管結構應力狀態，可達成圓管自緊及應力鬆弛的目的，進而提高圓管結構承受內壓負荷的能力，此一結果可作為未來取代傳統圓管結構自緊技術之參考。

五、參考文獻

- [1] Jia, J., and Rogers, C. A., "Formulation of a Mechanical Model for Composites With Embedded SMA Actuators," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 114, pp. 670-676, 1992.
- [2] Paine, J. S. N., Rogers, C. A., and Smith, R. A., "Adaptive Composite Materials with Shape Memory Alloy Actuators for Cylinders and Pressure Vessels," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 6, pp. 210-219, 1995.
- [3] Jones, R. M., Mechanics of Composite Materials, New York, NY: Hemisphere Publ. Co., pp. 1-29, 1975.
- [4] Paine, J. S. N., and Rogers, C. A., "Review of Multi-functional SMA Hybrid Composite Materials and Their Applications," AD- Vol. 45/ MD-Vol. 54, Adaptive Structures and Composite Materials
- [5] 陶寶祺, 智能材料結構, 北京: 國防工業出版社, 第 22-57 頁, 1997。
- [6] Gandhi, M. V., and Thompson, B. S., "Smart materials and structures," London: Chapman & Hall, 1992.
- [7] Hyer, M. W., "Hydrostatic Response of Thick Laminated Composite Cylinders," *Journal of Reinforced Plastics and composites*, Vol. 7, pp. 321-340, 1988.
- [8] Xia, M., Kemmochi K., and Takayanagi, H., "Analysis of multi-layered filament-wound composite pipes under internal pressure," *Composite Structures* Vol. 53, pp. 483-491, 2001.
- [9] Liang, C., and Rogers, C. A., "One-dimensional thermomechanical constitutive relation for shape memory Materials," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 1, pp. 207-234, 1990.
- [10] 朱禕國, 形狀記憶合金及其複合材料的本構關係, 大連理工大學工程力學系博士論文, 2002。
- [11] Tanaka, K., "A Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One-dimensional Tensile Behavior," *Res. Mechanica*, Vol. 18, pp. 251-263, 1986.
- [12] Lee, H. J., Lee, J. J., and Huh, J. S., "A Simulation Study on the Thermal Buckling Behavior of Laminated Composite Shells with Embedded Shape Memory Alloy (SMA) Wires," *Composite Structures* 47, pp. 463-469, 1999.
- [13] Herakovici, C. T., Mechanics of Fibrous Composites, Ch. 1, pp. 7, 1998.
- [14] Tsai, S. W., Composites Design, 4th Ed. Dayton, OH:Think Composites, Ch. 12, PP. 2-25, 1988.