

## GPS 內插觀測資料應用於中基線動態定位之測試評估

張嘉強<sup>1</sup> 黃立信<sup>2\*</sup> 李信佑<sup>3</sup>

<sup>1</sup>清雲科技大學應用空間資訊系

<sup>2</sup>國防大學理工學院環境資訊及工程學系

<sup>3</sup>國防大學理工學院國防科學研究所

### 摘 要

本研究使用曲線擬合法做為GPS相位觀測量內插加密之基本演算法，並以不同筆數之觀測資料及不同階數之多項式函數加以測試，以求找出最佳運用之內插模式。經短基線觀測資料之測試可知，以每4筆觀測量採3階多項式來進行擬合，將可得到適用之成效。本研究將此一內插加密演算法實際運用於GPS中基線(約15公里)動態觀測資料之定位測試，由測試結果可知，原始30秒一筆之觀測資料可加密至1秒進行運用，其檢核精度為平面誤差約1 cm與高程誤差約7 cm，與等取樣率原始資料之計算成果精度差異亦可小於0.5 cm，應可符合一定程度之中短基線GPS動態定位人工補強資料定位密度之使用。

**關鍵詞：**GPS動態定位，內插加密，曲線擬合法

## Evaluation of Medium-Range Kinematic GPS Using Interpolated Data

C. C. Chang<sup>1</sup>, L. S. Hwang<sup>2\*</sup> and S. Y. Lee<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Department of Applied Geomatics, Ching Yun University*

<sup>2</sup>*Department of Environmental Information and Engineering,  
Chung-Cheng Institute of Technology, National Defense University*

<sup>3</sup>*Graduate School of National Defense Science, Chung-Cheng Institute of Technology, National Defense University*

### ABSTRACT

This study selects a curve fitting model to densify GPS observables for kinematic positioning. Based on a short baseline test, it is found that an interpolation model using 4 epoch data and 3<sup>rd</sup> order polynomial can effectively increase the data density up to 1 second interval from an original observation of every 30 seconds. When this model is practically applied to a medium range (15 km) kinematic data set, the densified 1 sec data can provide 1 cm and 7 cm accuracy in plan and vertical component, respectively. This level of accuracy is degraded by only 0.5 cm from that using original high rate data set. It proves that such an interpolation algorithm is suitable for kinematic data densification.

**Keywords:** GPS Kinematic positioning, interpolation for densification, curve fitting

文稿收件日期 97.9.1; 文稿修正後接受日期 98.5.8;\*通訊作者

Manuscript received Sep 1, 2008; revised May 8, 2009;\* Corresponding author

## 一、前言

自美國在全球定位系統 (Global Positioning System, GPS) 建置完成並達成完全定位能力後，人類對於追求高精度且更有效率的定位方式從未間斷過。由於GPS系統是一種相當方便、快速且精度高的定位技術，故相關的應用亦相當廣泛；不僅在測量方面的應用，更可應用於軍事戰略，甚至民生上亦有相當的發展，使得相關應用上更加便利[1]。

在GPS的各項應用發展上，已不僅是著重傳統的GPS靜態 (Static) 定位，而是應用面更加廣泛的GPS動態 (Kinematic) 定位。目前最常使用的動態定位方式大致可分為兩類，一種為即時 (Real Time) 動態定位，另一種則為後處理 (Post-processing) 動態定位。其中之即時動態定位係利用通訊相關設備將基站觀測資料傳送給移動站，當移動站接收到基站觀測資料時，即可以OTF(On-The-Fly)動態定位演算法來即時求解獲得移動站坐標[2]，但此法在都市地區通常會因高樓建築物林立，導致通訊設備在資料傳輸上容易斷訊，或是GPS接收機遭建物遮蔽而導致無法接收到所需5顆以上的衛星等問題 (如圖1) [3,4]。

相對而言，後處理動態定位與即時動態定位之最大不同，即在於作業時並不使用通訊設備來即時傳輸基站之觀測資料，而是各自進行GPS觀測資料的接收，當接收完畢及資料彙整後，方採後處理方式來進行動態解算，此時由於已可使用高精度之精密星曆來進行定位解算，故定位精度及解算成功率可較為提高。由於後處理動態定位較常使用在空載GPS定位上，故其觀測資料之取樣速率需求較高，一般需求至少1 Hz至10 Hz之間，但目前由公民營地面參考站所提供之觀測資料標準取樣率普遍設為30秒一筆，兩者相距甚遠，故若聯繫不良即會導致空載移動站許多觀測資料不能完成求解 (如圖2)，因此本研究即欲以簡單數學模式來進行觀測資料之內插加密，以求克服目前動態定位上的相關問題。

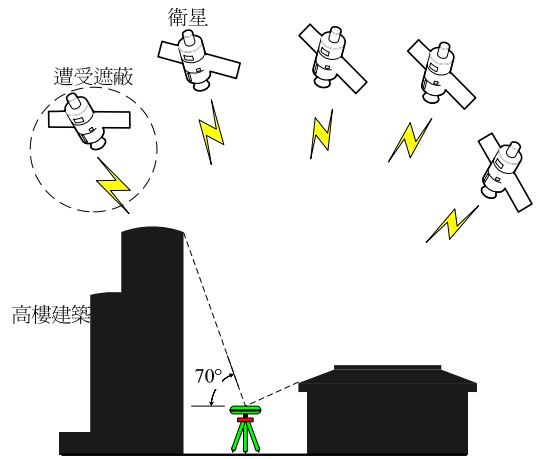


圖1. 都會地區衛星遭受遮蔽圖示意圖。

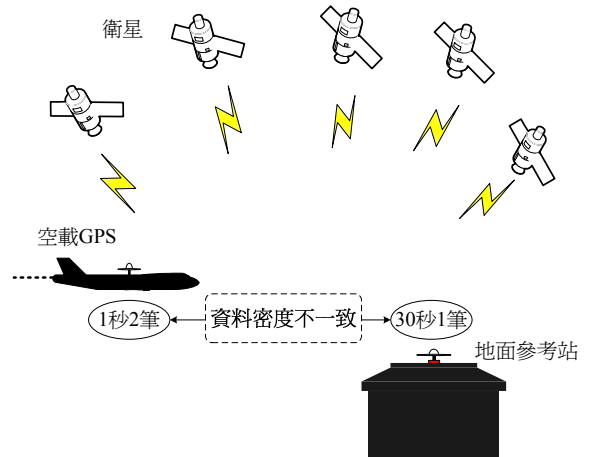


圖2. 空載GPS資料取樣率不一致示意圖。

GPS觀測資料之內插加密或增補實為一體之事；加密是把原始過於稀疏之參考站觀測資料予以密化 (Densification)，使其可與高速率動態觀測資料密度相互一致，達到高速率動態觀測之目的，且原本因資料密度不一致之問題亦可解決；而增補則是對原始觀測量中某一個曆元 (Epoch) 的資料，因外部環境遮蔽或通訊不良造成觀測資料遺失而不能完成求解時，即可利用觀測量增補 (Repair) 的方式來予以補充該曆元之觀測資料，並使其資料可成功求解。

## 二、GPS觀測量內插模式

目前最常使用來求取插值的演算法當為線性

內插 (Linear Interpolating) 與曲線擬合 (Curve Fitting)，兩種方法各有其優點及缺點。Schüler 曾針對GPS觀測量殘差值穩定變化的特性，以線性內插的方式來推求各時刻之觀測量[5,6]。由於該法在運作上需先推估觀測量殘差等參數，導致程序操作較為繁瑣，若能改而直接針對GPS觀測量加以運用，但也改採函數型態較為複雜之曲線擬合模式加以操作，當可產生使用程序上相對簡便之特性。此法於操作上只需設定所需使用之觀測量筆數以及多項式階數，即可進行GPS觀測量之擬合過程，以求得到適用之曲線函數，進而帶入時間資訊即可獲得所需時刻之GPS觀測量，使用上極為簡單且方便。

本研究選用曲線擬合法為觀測量內插加密所使用之數學演算法，該法簡單的說，即是將一組具有趨勢的數據，以一個近似的曲線方程式來加以代表。在先將原始GPS觀測資料進行週波脫落之偵測與補償後，即可以最小二乘法 (Least Squares) 求解出近似曲線方程式之係數，建立曲線方程式後，只需代入所需時刻即可求出該時刻之GPS觀測量[7]。

以載波相位為例，若GPS載波相位觀測資料  $\Phi$  近似於一組  $k$  階之時間量 ( $t$ ) 多項式，則以數學式表示如下：

$$\Phi = a_0 + a_1t + \dots + a_k t^k \quad (1)$$

現以  $k$  階多項式來擬合  $n$  筆連續時段之載波相位觀測量，並表成矩陣形式。由於  $n$  筆連續時段之載波相位觀測量為時間相應函數，因此代入觀測量 ( $\Phi$ ) 與相應時段之時間 ( $t$ ) 即可進行擬合之作業，並求解多項式之係數項 ( $a_0, \dots, a_k$ ) 則可表示如下：

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \dots & L & t_1^k \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \dots & L & t_2^k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_n & t_n^2 & \dots & L & t_n^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix} \quad (2)$$

當以矩陣標記的方式表示，則多項式可表示如下：

$$\Phi = ta \quad (3)$$

最後將等號兩邊各別乘上轉置矩陣 ( $t^T$ )，並以最小二乘法之矩陣運算即可求解多項式之係數矩陣  $a$ ：

$$t^T \Phi = t^T ta \quad (4)$$

$$a = (t^T t)^{-1} t^T \Phi \quad (5)$$

### 三、最佳擬合函數之測試

為能讓曲線擬合法在進行GPS觀測資料擬合時具有較佳效益，因此須先確定擬合之資料運用筆數及多項式階數，進而確定最佳函數之擬合參數。有鑑於Matlab運用於GPS領域成效良好[8]，因此本研究即以MathWorks公司所開發之Matlab程式語言來進行相關運算程式之運作，以達成觀測量內插加密及動態定位成果評估之目的。

由於本研究目的係對GPS參考站之觀測資料進行內插加密，而參考站之設置普遍都在較高的位置，觀測時也較無受遮蔽情況之發生，故較少發生週波脫落，因此其觀測資料即可直接使用於資料擬合之計算。本程式除可針對L1與L2相位觀測量進行處理外，亦可同時對C1及P2電碼觀測量進行擬合。

測試過程所使用30秒一筆之2小時參考站觀測資料約有240筆，如果採一次全筆擬合方式，便會因觀測量本身變化過大而導致擬合不佳，故應採較少筆數資料進行函數擬合為宜。因此本研究參考GPS觀測資料施行內插多採用6階內多項式之作法，共設定六種觀測資料筆數之運用 (即取每2筆、3筆、4筆、5筆及6筆之連續資料等)，並分別配合各種筆數最大適用階數之函數 (即1階、2階、3階、4階及5階之多項式等) 進行測試 (如表1)，以求瞭解每一種觀測資料筆數與其相應階數多項式之擬合度，並據以選出具有低資料使用量、低階運作函數、高擬合精度效益之較佳作業模式。

表1. 擬合函數測試之資料參數表

Poly order epoch	1	2	3	4	5
2	<input checked="" type="checkbox"/>				
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
6	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

在進行擬合函數測試階段，為求能瞭解曲線擬合演算法是否能夠正確且有效地對原始觀測資料進行擬合，因此第一階段即是對每30秒一筆之原始觀測量直接進行函數擬合推估之測試，並未對此組原始觀測資料之取樣率進行調整。換言

之，利用原始觀測資料求取擬合函數後，推估所得之各時刻GPS相位觀測量實為全模擬狀態之資料，假使擬合程式能正確且有效地將原始觀測量進行擬合並推估出合用之觀測資料，則方有可能進行後續GPS相位觀測資料之加密內插作業。

表2. 原始30秒擬合觀測量之基線靜態解精度

筆數	階數	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)	$\sigma_Z$ (mm)
參考解		0.7	0.9	0.5
2	1	0.7	0.9	0.5
3	1	NA	NA	NA
3	2	0.7	0.9	0.5
4	1	NA	NA	NA
4	2	NA	NA	NA
4	3	0.7	0.9	0.6
5	1	NA	NA	NA
5	2	NA	NA	NA
5	3	0.7	0.9	0.6
5	4	0.7	0.9	0.5
6	1	NA	NA	NA
6	2	NA	NA	NA
6	3	1.1	1.3	0.8
6	4	0.8	1.0	0.6
6	5	0.7	0.8	0.5

\*NA：解算精度過低，不予列示

經擬合函數推估出觀測量之精度好壞，最直接的評量方法即是評估其定位解算成果之精度，而本研究使用之GPS解算軟體是Trimble公司所開發之TTC程式，其針對原始觀測量所解算出之定位精度，可當成一組參考解，而當擬合觀測量之定位解與參考解相差過大時，將建議剔除該類之擬合模式，藉以找出最佳運作之擬合函數。現將位於桃園大溪GPS參考站 (CCSB) 之一筆觀測資料加以擬合推估，並配合一條約 50 公尺短基線 (CCSB-T01) 之原始觀測資料加以測試，其基線

靜態解之三維坐標分量標準偏差可列如表2所示。

由表2之測試成果可看出，當使用較多筆之觀測資料來擬合較低階之多項式函數時，其擬合觀測量之靜態基線解會有精度不佳之現象出現 (即表2中標示NA部分)。其可能原因或是因為所選用之多項式階數過低，使擬合後之觀測量呈現較不平滑或震盪較大之緣故，而在靜態解時出現定位精度不佳之測試模式可列如表3所示 (打叉部分)，此類模式在後續測試時將避免使用。

表3. 原始30秒擬合觀測量測試剔除之模式 (打叉部分)

Poly order epoch	1	2	3	4	5
2	☑				
3	☒	☑			
4	☒	☒	☑		
5	☒	☒	☑	☑	
6	☒	☒	☑	☑	☑

由於本研究施行擬合後所得之曲線函數，實為觀測量對應時間之函數，因此在另一階段之測試中，即可將原始30秒一筆之參考站觀測資料取樣率進行內插加密到15秒一筆。而測試使用之內插加密資料可分為全模擬與半模擬之兩種型態，兩者之差異在於是否將原始觀測資料予以模擬並取代，換言之，內插加密獲得之15秒觀測量若全面取代原始30秒之資料，則稱為全模擬；但若在原始30秒之資料組中僅加入新的15秒推估量 (保留原始之半數觀測量)，則稱為半模擬。其在CCSB-T01基線上改採後處理動態定位之測試成果精度，可列如表4所示，其中表3中已剔除之模式將不再進行測試。

在這一階段所顯示如表4之動態定位精度評

估成果可看出，不管是使用半模擬或是全模擬之觀測資料，其定位精度趨勢皆屬相近，但在二筆一階、三筆二階及六筆五階之運作模式中，擬合觀測量之定位精度會出現較大的誤差量 (即表4中標示NA部分)，而運用其它擬合函數所加密內插之觀測量時，其動態解之定位精度在E方向約1 cm、N方向約2 cm、U方向約在7 cm，各模式間之差異不大，且與原始觀測資料計算獲得之參考解相較，其精度差異量在平面分量上約為0.5 cm、垂直分量上則約為1 cm，可看出內插加密後之觀測量，在應用上已有一定程度之可用性存在。經由動態測試後，可用之擬合模式可進一步列如表5所示，其中出現定位精度不佳之測試模式 (如打叉部分)，在後續測試時亦將避免使用。

表4. 內插加密至15秒觀測量之基線動態解精度

筆數/階數	資料型態	$\sigma_E$ (cm)	$\sigma_N$ (cm)	$\sigma_U$ (cm)
參考解		0.96	1.32	5.93
02/01	半模擬	NA	NA	NA
	全模擬	NA	NA	NA
03/02	半模擬	NA	NA	NA
	全模擬	NA	NA	NA
04/03	半模擬	1.06	1.72	6.75
	全模擬	1.06	1.72	6.76
05/03	半模擬	1.09	1.72	6.76
	全模擬	1.15	1.83	6.92
05/04	半模擬	1.13	1.75	6.85
	全模擬	1.13	1.75	6.86
06/03	半模擬	1.09	1.78	6.77
	全模擬	1.18	1.96	7.11
06/04	半模擬	1.12	1.70	6.61
	全模擬	1.15	1.77	6.79
06/05	半模擬	NA	NA	NA
	全模擬	NA	NA	NA

\*NA：解算精度過低，不予列示

表5. 內插加密至15秒觀測量測試剔除之模式（打叉部分）

Poly order epoch	1	2	3	4	5
2	✗				
3	✗	✗			
4	✗	✗	☑		
5	✗	✗	☑	☑	
6	✗	✗	☑	☑	✗

針對表5所建議之五種擬合模式，現進一步加以運用到10秒一筆之觀測量加密內插，其動態定位測試成果精度現列於表6之中。由這一階段之定位精度可知，內插加密至10秒後，其定位精度不管在平面方向（E、N方向）或高程方向（U方向）

可與內插加密至15秒一筆之測試成果相類似，其差異量在公釐等級，且兩種資料型態與參考解之精度差異仍可在平面分量上維持約0.5 cm、垂直分量上約1 cm。

表6. 內插加密至10秒觀測量之基線動態解精度

筆數/階數	資料型態	$\sigma_E$ (cm)	$\sigma_N$ (cm)	$\sigma_U$ (cm)
	參考解	0.96	1.32	5.93
04/03	半模擬	1.11	1.79	6.92
	全模擬	1.11	1.79	6.92
05/03	半模擬	1.13	1.80	6.82
	全模擬	1.14	1.83	6.88
05/04	半模擬	1.15	1.81	7.01
	全模擬	1.15	1.81	7.01
06/03	半模擬	1.15	1.90	7.02
	全模擬	1.19	1.97	7.17
06/04	半模擬	1.13	1.80	6.86
	全模擬	1.14	1.81	6.90

由表4及表6之測試精度成果中可看出，四筆三階之擬合模式可在定位成效上呈現較優之效益，其擬合觀測量之定位成果精度在兼顧平面及高程兩組分量時，將可具有較佳之表現，且在計算上具有資料量與函數量使用相對便捷之特性，故後續之模擬測試便將以此擬合模式加以進行。此外，全模擬與半模擬兩種資料型態之定位精度差異也相當小，但考慮到觀測資料之真實性，故後續測試將僅以半模擬資料（即保留原始資料，補以加密內插資料）來進行測試。

運用四筆三階之擬合模式以及半模擬之資料

型態，同一條基線之觀測量將進一步予以內插加密至5秒一筆、3秒一筆及1秒一筆，其定位測試成果可彙整如表7所示。由此成果可知，雖然由30秒一筆之原始觀測資料內插加密至15秒一筆時之定位精度最為接近，但觀測資料並沒有隨著內插加密程度的提高而大幅降低其定位精度，而是能穩定維持在一定程度之差異範圍內，且以最為密集之1秒一筆資料而言，其定位精度亦屬合理，可見GPS觀測量確有利用曲線擬合演算法來進行內插加密之發展空間。

表7. 內插加密極限測試之基線動態解精度

加密度	筆數/階數	$\sigma_E$ (cm)	$\sigma_N$ (cm)	$\sigma_U$ (cm)
	參考解	0.96	1.32	5.93
15 秒	04/03	1.06	1.72	6.75
10 秒	04/03	1.11	1.79	6.92
5 秒	04/03	1.11	1.79	6.92
3 秒	04/03	1.11	1.77	6.86
1 秒	04/03	1.11	1.77	6.87

#### 四、短基線定位精度評估

經由內插加密模式測試後，可運用一組最佳擬合函數（以三階多項式擬合每四筆觀測資料），據以測試短基線模式下之GPS動態定位精度。本研究雖係使用靜態GPS觀測資料，但採

逐筆解算方式（epoch solution）來模擬動態定位之解算，由於該解算模式所求解之未知數會與真實動態模式相同，故可視同具有動態定位測試之效能，且有產生可靠精度評估量之優勢。為求能夠分析出動態定位解之坐標準確



度，本研究即在短基線兩端點間以水準測量及電子測距方式來量測測試點位間之高程差與距離量，據以作為外部精度檢核之比對成果，亦即當內插加密之觀測量完成動態定位解算後，即可藉由 GPS 定位坐標反算出兩點間之高差及距離，以評估其定位成果之準確度。

短基線之設置係在校園內選定兩測試點位 (T01、T02)，並以校內GPS固定站為參考站來進行原始觀測資料之收集。以圖3所示，CCSB為參考站 (以三角形圖示表示)，T01與T02為移動站 (以

圓形圖示表示)，在GPS接收機之參數設定部分，參考站分別以30秒一筆、15秒一筆及1秒一筆之資料取樣率接收資料，而移動站則固定以1秒一筆之觀測資料取樣率接收資料。針對資料密度較疏之參考站觀測資料 (如30秒一筆或15秒一筆)，本研究將其進行較密觀測資料之內插加密後，即可進行動態定位解算，另經由精度分析程式進行精度評估，除可得到兩測試點位之內部精度 (標準偏差) 外，亦可利用高精度之基線高差及距離長度之比對，得到動態定位解之外部精度。



圖3. 短基線測試點分布圖。

#### (1) 原始30秒觀測資料內插加密之測試

測試過程中先利用參考站每30秒一筆之原始觀測資料進行一組參考解之成果，另將該組資料分別利用函數擬合模式進行15秒、10秒、5秒及3

秒一筆資料之內插加密計算，各組觀測量在固定已知之參考站坐標後，即可經由動態定位計算獲得兩測試點 (T01及T02) 之定位坐標成果 (如表8)。



表8. 原始30秒觀測資料內插加密後之動態定位精度

加密度	測站	$\sigma_E$ (cm)	$\sigma_N$ (cm)	$\sigma_U$ (cm)	$RMS_L$ (cm)	$RMS_{dH}$ (cm)
參考解	T01	0.96	1.32	5.93		
	T02	0.51	0.54	1.84	1.98	6.27
15 秒	T01	1.06	1.72	6.75		
	T02	0.72	0.96	3.13	2.01	6.34
10 秒	T01	1.10	1.75	6.79		
	T02	0.72	1.02	3.24	2.01	6.59
5 秒	T01	1.11	1.79	6.92		
	T02	0.73	1.03	3.29	2.01	6.66
3 秒	T01	1.11	1.77	6.86		
	T02	0.74	1.03	3.27	2.02	7.04
1 秒	T01	1.11	1.77	6.87		
	T02	0.73	1.04	3.30	2.01	6.63

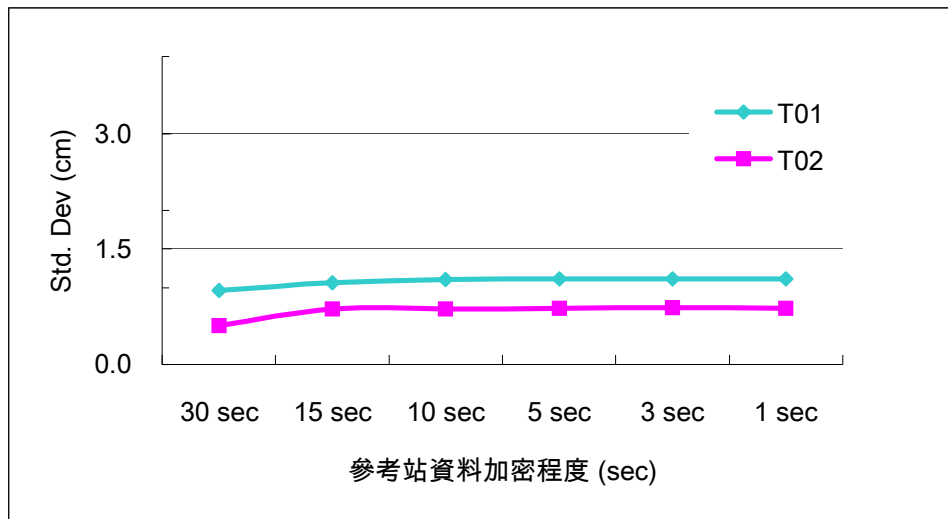


圖4. 短基線原始30秒觀測量內插加密之動態解算E分量精度。

由圖4、圖5及圖6可看出，T01測試點在定位解算後之內部精度在三維分量上皆呈現較T02測點為差之現象，經由衛星分布資料之檢視可知，這應是T01測站受到附近環境較多遮蔽物（高樹）所影響，導致其觀測量品質較不穩定所致。整體看來T01在E方向之定位精度約為1.1 cm，N方向約

為1.7 cm，U方向約為6.8 cm，而T02在E方向之定位精度約為0.7 cm，N方向約為1.0 cm，U方向約為3.2 cm，顯示觀測環境較佳之T02測點，其動態定位精度較為理想，其內插加密觀測量之定位精度雖較參考成果為差，但可在動態定位之接受範圍內。

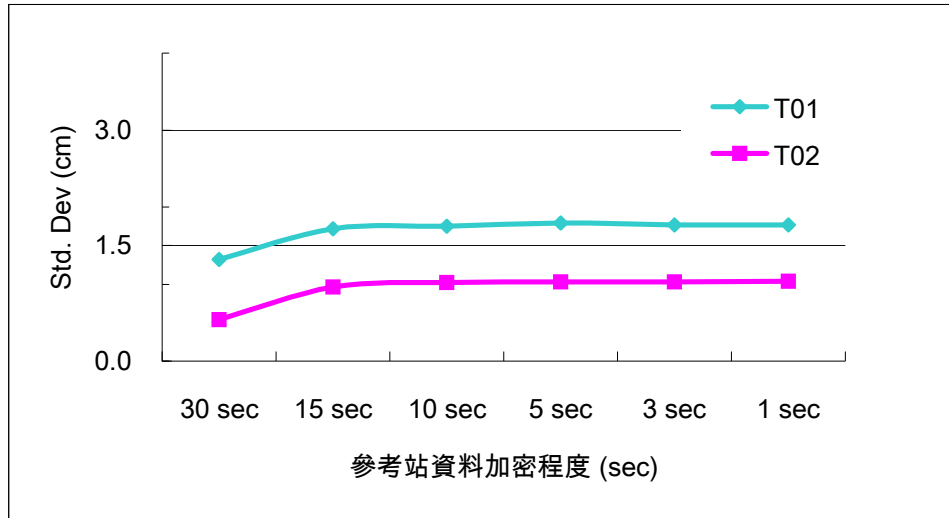


圖5. 短基線原始30秒觀測量內插加密之動態解算N分量精度。

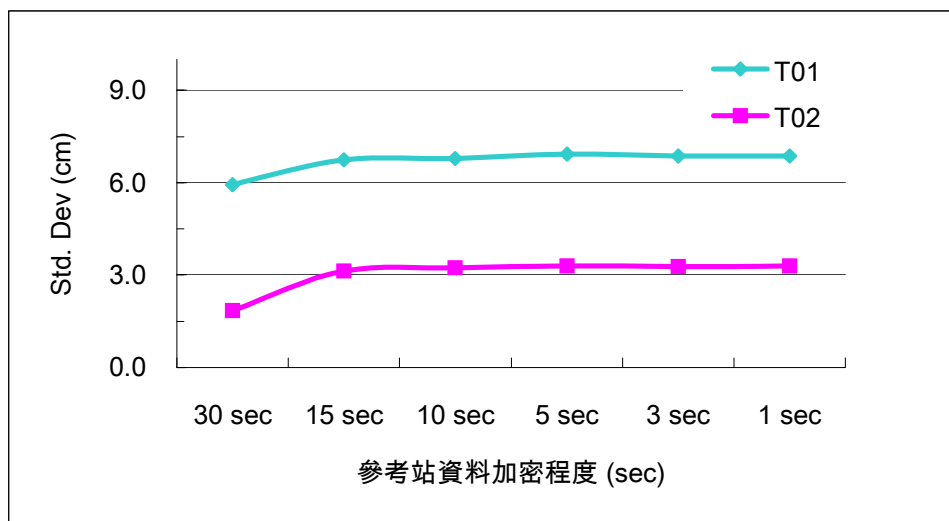


圖6. 短基線原始30秒觀測量內插加密之動態解算U分量精度。

另從圖7中可發現，外部精度指標因受T01測點精度較差之影響，其約2 cm平面精度與約6 cm之高程精度雖較一般認知為差，但當30秒一筆觀測資料內插加密至15秒一筆甚或持續加密至1秒一筆時，其內部及外部定位精度之變化量卻可呈現非常小的差異等級，以資料密度提高至1秒一筆為例，其定位精度與參考解之精度差異不到0.5

cm，由此證明曲線擬合法對於GPS觀測資料之內插加密，確為一種便利可行之方法。

#### (2) 原始15秒觀測資料內插加密之測試

為求瞭解當提升原始觀測資料密度時，是否可以減少內插加密觀測量之定位精度損失，現另將原始15秒一筆之觀測資料進行內插加密並進行定位解算，其成果如表9所示。

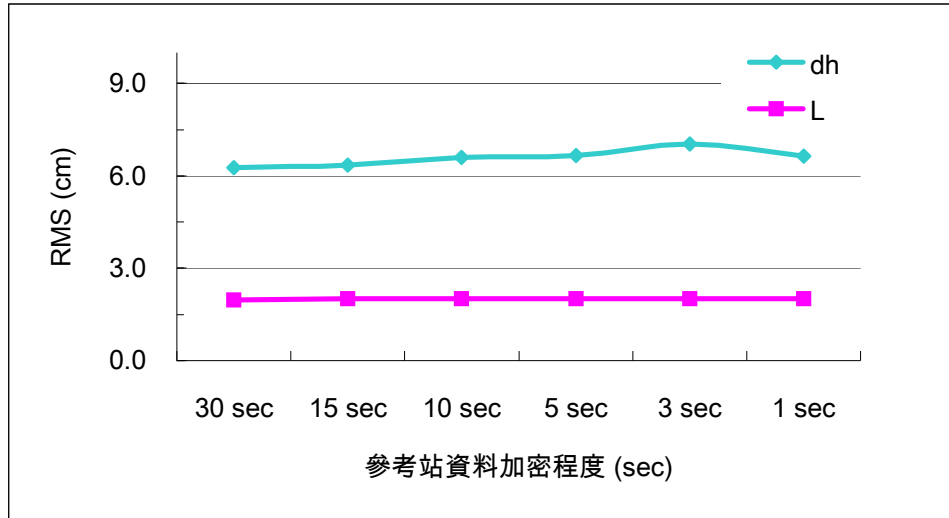


圖7. 短基線參考站原始30秒觀測量內插加密後之動態解算外部精度。

表9. 原始15秒觀測資料內插加密後之動態定位精度

加密度	測站	$\sigma_E$ (cm)	$\sigma_N$ (cm)	$\sigma_U$ (cm)	$RMS_L$ (cm)	$RMS_{dh}$ (cm)
參考解	T01	0.97	1.33	5.97	1.97	6.38
	T02	0.50	0.54	1.86		
5 秒	T01	1.02	1.47	6.30	1.98	6.55
	T02	0.60	0.70	2.28		
3 秒	T01	1.03	1.46	6.27	1.98	6.51
	T02	0.60	0.70	2.27		
1 秒	T01	1.02	1.46	6.26	1.98	6.49
	T02	0.60	0.70	2.29		

由表9可看出，與表8所列原始30秒一筆觀測資料之內插加密運用相比，其定位精度在觀測品質較佳之T02測站上確有較明顯的提升，其量級在平面精度上約可提升0.3 cm，垂直精度上更可提升約1 cm。而外部精度亦顯示，其平面與垂直分量之精度雖仍分別維持2 cm及6 cm之等級，但定位成果精度仍可在一步提升約0.1 cm，可見原始觀測資料密度之增加應可有助於函數擬合度的提升。

另由圖8、圖9及圖10之各分量精度變化之比較可看出其精度變化量相當微小致使其差異趨勢非常不明顯，但皆符合標準動態定位之精度範圍內，其中以精度較佳之T02測站為例，其E方向精度約0.6 cm，N方向精度約在0.7 cm，U方向精度約在2 cm，不同加密資料之運用成果精度可維持相當的一致性。

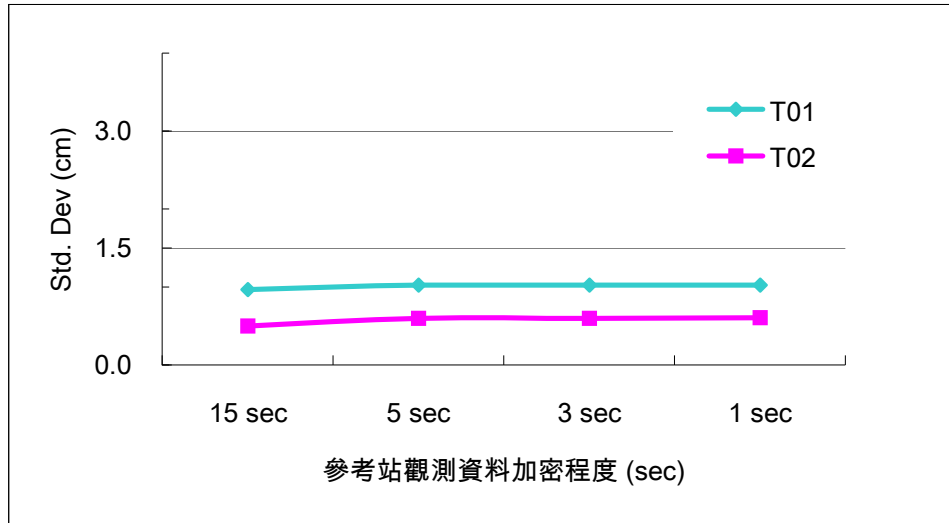


圖8. 原始15秒觀測量內插加密後經動態解之E方向標準偏差。

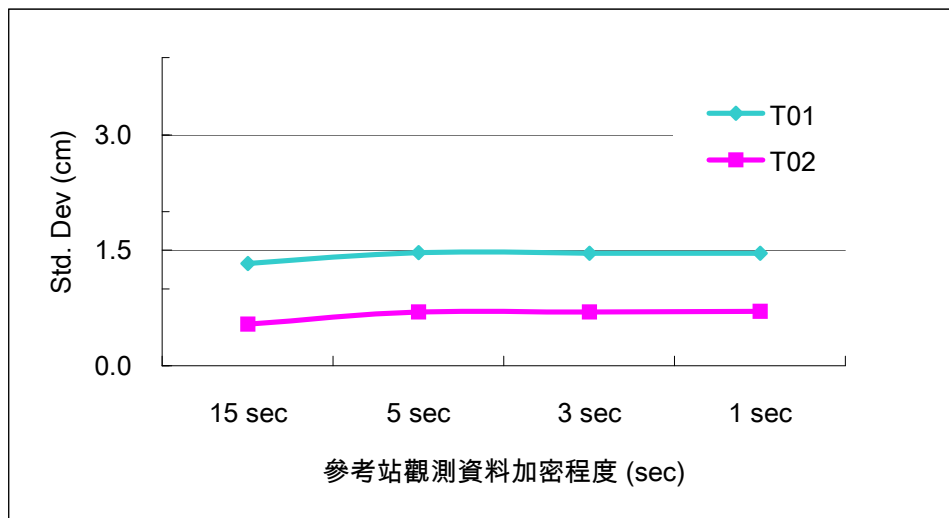


圖9. 原始15秒觀測量內插加密後經動態解之N方向標準偏差。

從圖11可看出原始15秒一筆參考站觀測資料經內插加密後其外部精度精度趨勢隨著資料密度的提升卻沒有太大的變化，與先前內部精度呈現出相同出穩定的精度走勢，而其高差精度約為6.5 cm，基線距離精度約為2 cm。

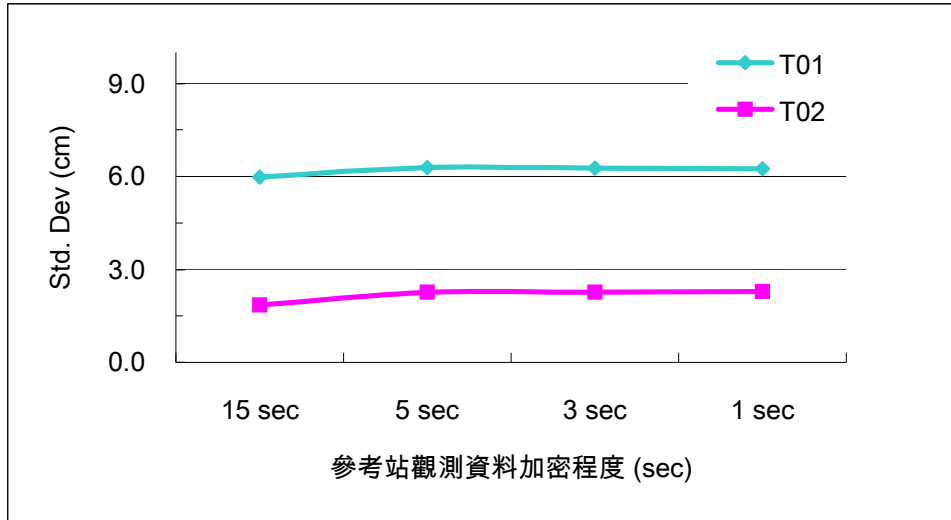


圖10. 原始15秒觀測量內插加密後經動態解之U方向標準偏差。

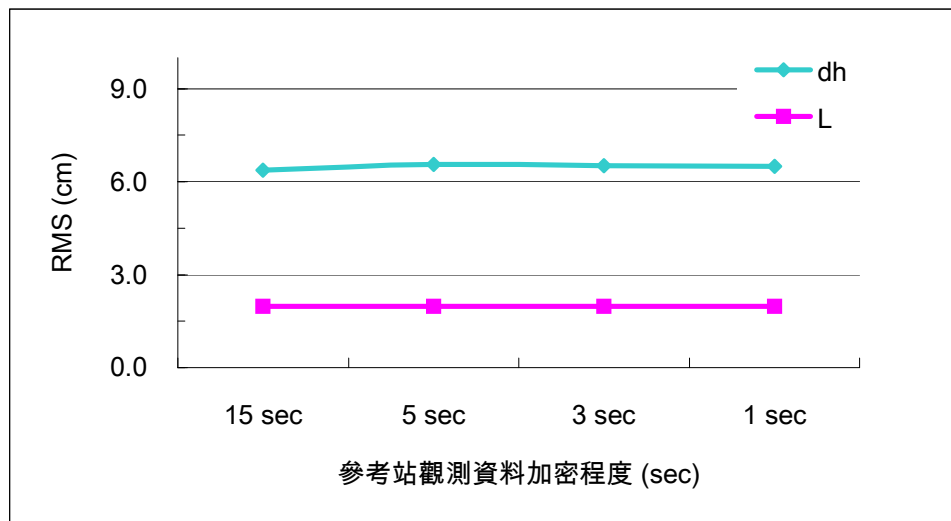


圖11. 原始15秒觀測量內插加密後經動態解之  $RMS_{dh}$  與  $RMS_L$  均方根誤差。

## 五、中基線定位精度評估

經由內插加密模式測試後，可運用一組最佳擬合函數（以三階多項式擬合每四筆觀測資料），據以測試中基線模式下之GPS動態定位精度。而測試的點位係選以既有GPS追蹤站為主（如圖12）。在所選用的三個測試點中TWTF為位於中壢之IGS站，TCYU為位於中壢之清雲大學GPS參考站，而CCSB則設為動態定位之參考站（圖中三角形所示）。測試過程中係將這兩個

追蹤站假設為動態定位之移動站（圖中圓形點圖示），為求能夠分析出動態定位解之坐標準確度，另以測試點之公布坐標所推求之兩測試點間高程差與距離量，據以作為外部精度檢核之比對成果，亦即當內插加密之觀測量完成動態定位解算後，即可藉由GPS定位坐標反算出兩點間之高差及距離，以評估其定位成果之準確度。

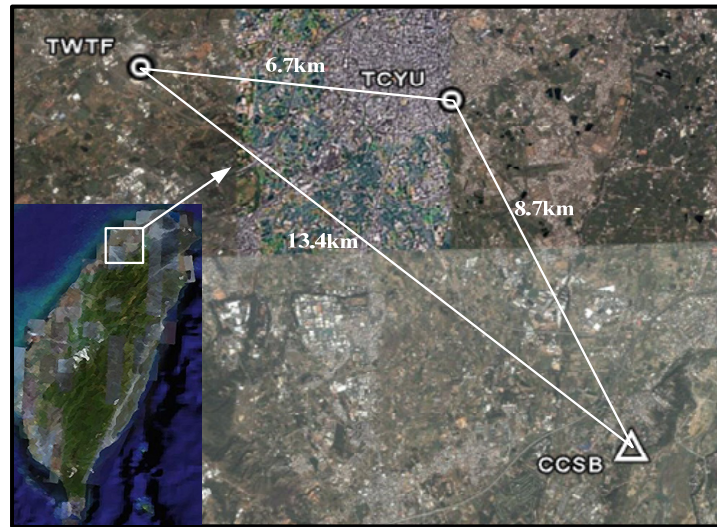


圖 12. 中基線測試點分布圖。

由於 TWTF 及 TCYU 二個測試點只對外提供 30 秒一筆之觀測資料，故中基線測試之內插加密對象將是動態定位之兩組移動站，其原始觀測量在進行內插加密後，將與 1 秒一筆之參考站觀測資料進行動態中基線型態之定位解算，並進行其內外部精度評估之分析。測試過程中先利用參考站每 30 秒一筆之原始觀測資料進行

一組參考解之成果，另將該組資料分別利用函數擬合模式進行 15 秒、10 秒、5 秒、3 秒及 1 秒一筆資料之內插加密計算，各組觀測量在固定已知之參考站坐標後，即可經由動態定位計算獲得兩測試點(TCYU 及 TWTF)之定位坐標成果(如表 10)。

表 10. 原始 30 秒移動站觀測資料內插加密後之動態定位精度

加密度	測站	$\sigma_E$ (cm)	$\sigma_N$ (cm)	$\sigma_U$ (cm)	$RMS_L$ (cm)	$RMS_{dH}$ (cm)
參考解	TCYU	0.76	1.62	5.50	1.07	7.19
	TWTF	0.81	1.29	3.66		
15 秒	TCYU	1.00	1.72	5.88	1.04	7.19
	TWTF	0.76	1.25	3.61		
10 秒	TCYU	1.16	2.21	6.57	1.27	7.61
	TWTF	0.99	1.54	3.93		
5 秒	TCYU	1.17	2.21	6.63	1.27	7.54
	TWTF	1.00	1.55	3.96		
3 秒	TCYU	1.18	2.22	6.64	1.27	7.60
	TWTF	1.00	1.54	3.91		
1 秒	TCYU	1.18	2.22	6.66	1.27	7.61
	TWTF	1.00	1.53	3.93		



由表 8 可看出，當原始 30 秒一筆之移動站觀測資料內插加密至 15 秒一筆後，其動態定位解算精度會是各組資料密度中較佳之一組，其內部精度顯示之 E 方向精度約為 1 cm、N 方向精度約為 1~2 cm、U 方向精度則約為 4~6 cm；外部精度則顯示其高差精度約為 7 cm、基線長精度約為 1 cm。在該組成果中，兩組測試點位會出現稍不一致的內部精度表現，其中 TWTF 站有約 0.2~0.4 cm 之平面精度優勢，而高程精度則更有約 2.3 cm 之優異表現，這應是 TWTF 屬

於 IGS 站，其所架設之觀測站資料品質較佳之緣故，且當其內插加密觀測資料由原始 30 秒至 15 秒一筆提升一倍的觀測資料量後，其精度可在不同分量上更加提升約 0.5 cm，雖然改善量級並不顯著，但顯示在觀測品質較佳之資料組中，內插加密函數或有資料濾波之功能，方可進一步提升定位之品質，但此一現象卻未出現在觀測品質認為較差之 TCYU 測站上，其真正原因仍得深一層之探討。

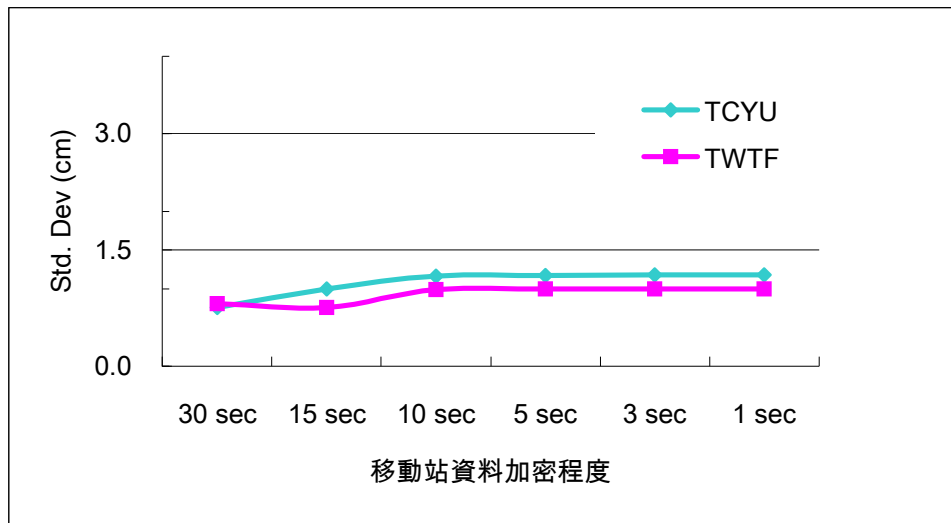


圖 13. 中基線移動站原始 30 秒觀測量內插加密後之動態解 E 分量精度。

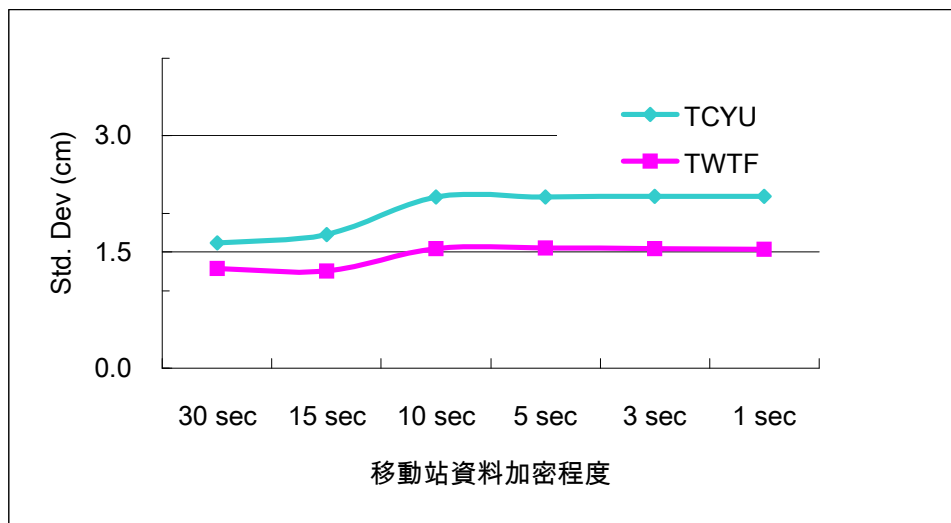


圖 14. 中基線移動站原始 30 秒觀測量內插加密後之動態解算 N 分量精度。

另從表 8 中可發現，當移動站觀測資料內插加密至 10 秒一筆後，其定位精度會出現較 15 秒一筆密度成果約 0.2~0.7 cm 之平面精度損失，高程精度更進一步降低約 0.3~0.7 cm，而外部精度也因此降低約 0.3~0.4 cm。此外 TWTF 測站之定位精度從原本微幅提升到開始降低，這個現象可能是觀測資料內插插值數量提升兩倍後，其由函數擬合所提供之插值呈現擬合不佳所致，但其跌幅之量級不大且尚在可接受之範圍內。

當持續對觀測資料進行內插加密時，於內插加密至 1 秒一筆後之成果可看出，其定位精度已呈現與 10 秒一筆觀測資料之定位精度相一致之結果，這是擬合函數所提供之內插觀測資料品質已趨於穩定，方使 10 秒一筆至 1 秒一筆資料之定位成果漸趨一致之表現。為求較明顯比較各組資料密度運用成果之差異，可將表 8 之數值另行整理並繪如圖 13 至圖 16 所示，以佐證上述測試成果變化特性之相關說明。

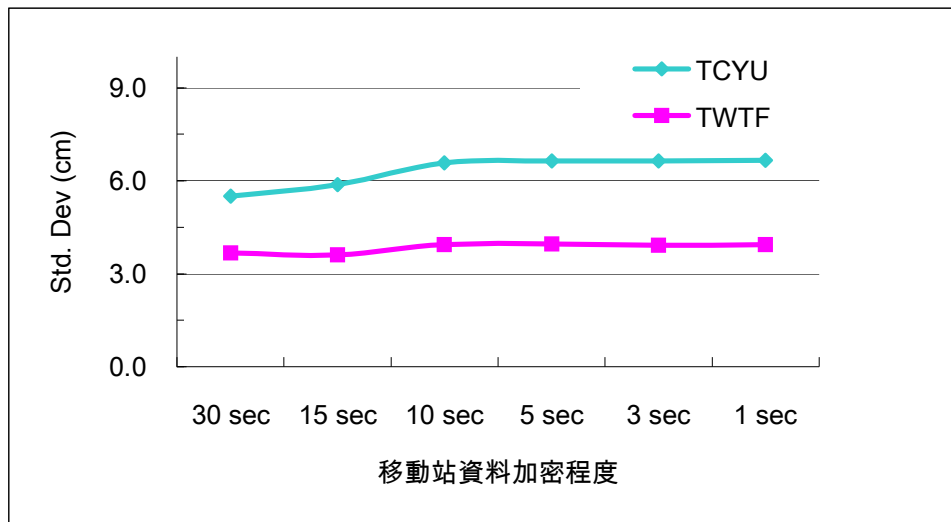


圖 15. 中基線移動站原始 30 秒觀測量內插加密後之動態解算 U 分量精度。

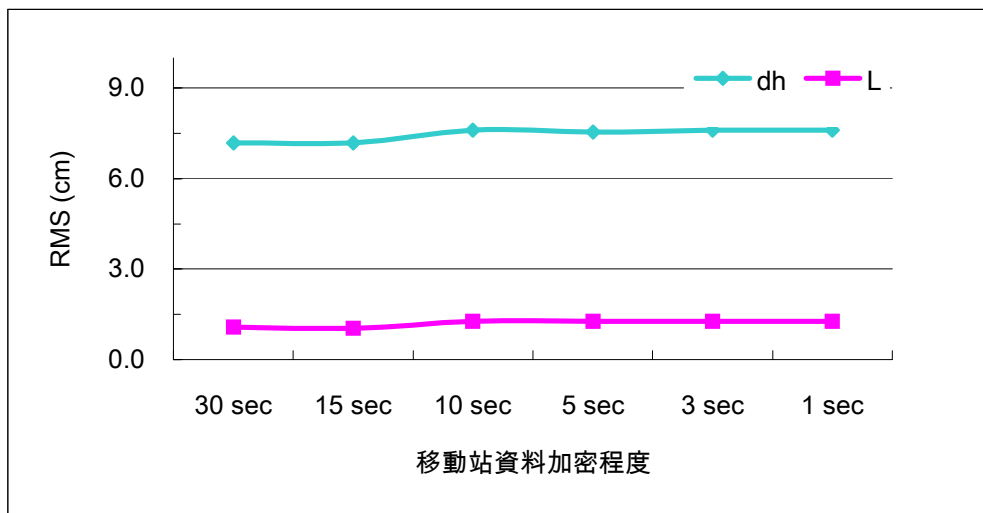


圖 16. 中基線移動站原始 30 秒觀測量內插加密後之動態解算外部精度。

## 六、 結論與建議

依本研究對GPS動態定位觀測資料運用內插加密處理之測試，可提出以下幾點之結論與建議：

1. 曲線擬合法對於GPS觀測資料之內插加密確為可行，其不但使用簡便，且由原始30秒加密至1秒一筆時，其動態解之定位精度降低量仍可在0.5 cm內。
2. 曲線擬合法在運用階段雖只選用一組最佳模式（四筆三階），但實際上五筆三階、五筆四階、六筆三階及六筆四階之測試亦有不錯之結果，且與最佳模式之精度差異亦屬微量。
3. 擬合GPS觀測資料時不宜使用過高或過低階數之多項式函數，這是因為高階多項式進行擬合易產生震盪或不易控制之情況，而使用過於低階之多項式則不易反應GPS觀測量之變化特性，因此較佳之擬合階數多為三階或四階型式之多項式。
4. 中短基線測試成果顯示移動站之原始觀測資料品質實為影響GPS動態定位精度之主要因素，相對而言，內插加密後之參考站觀測量雖使定位精度降低，但其量級仍遠比移動站本身觀測品質不佳所引起之定位誤差為低。
5. 參考站原始觀測資料內插加密至15秒、10秒、5秒、3秒甚或1秒一筆時，其資料運用所得之定位成果精度當可具有一致之表現特性；且參考站原始觀測資料密度若能與內插加密運作模式適度配合，不但可具資料補遺之成效，亦是確保GPS動態定位精度之有效方法。

## 參考文獻

- [1] 曾清涼、儲慶美（1999），GPS衛星測量原理與應用，國立成功大學衛星資訊研究中心。
- [2] Frodge, S. L., S. R. Deloach, B. Remondi, D. Lapucha, and A. R. Barker (1994), Real-time On-the-fly Kinematic GPS System Result, The Journal of Navigation, Vol. 41, No. 2, pp. 175-186.
- [3] 蘇添旺（2003），RTK應用於大型都會區圖根點新補建模式之研究—以台中市為例，國立中興大學土木工程學系測量資訊組碩士論文。
- [4] 林老生（2003），GPS RTK與全測站經緯儀在都市地區土地測量的應用，國際數位地球研

討會，中國文化大學。

- [5] Schüler, T. (2006), Interpolating Reference Data Kinematic Positioning Using Public GNSS Networks, Inside GNSS, October Issue, pp. 50-56.
- [6] Schüler, T. (2007), 10Hz or 10s?, GPS Solution, Vol. 11, No. 2, Springer.
- [7] Weisstein, E. W. (1999), Least Squares Fitting Polynomial, on-line available at <http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFittingPolynomial.html>.
- [8] 李振燾（2003），GPS與MATLAB之整合應用，國際數位地球研討會，中國文化大學。

劉中等等

環形逆流燃燒室進口壓力及渦漩強度對出口溫度及廢氣排放之影響