

巡弋飛彈之強健干擾輸入估測器設計

李永隆* 曾建誠

國防大學理工學院動力及系統工程學系

摘 要

本文提出結合 H_∞ 濾波器與最小平方估測器據以建構具備系統干擾輸入估測性能之強健估測器。傳統的卡爾曼濾波器是一種從雜訊中對被觀測系統的狀態進行統計估測的方法，且被廣泛的應用在動態系統之狀態濾波的問題上。但卡爾曼濾波器是對精確已知的系統進行建構，若面對未知的雜訊特性，則無法發揮較好的濾波效能。 H_∞ 濾波器具備確保雜訊影響濾波誤差小於某個性能指標的特性，因此不論外在環境如何改變，雜訊將不會大幅影響整個系統的濾波性能。而遞迴式最小平方估測法則具備演算簡單知參數估測器。據此，本文係結合 H_∞ 濾波器與遞迴式最小平方方法設計一個於實務可行的干擾輸入估測器，並針對巡弋飛彈在大氣干擾下飛行時，探討其干擾輸入估測能力與特性，期可應用於提升飛行穩定控制性能。模擬驗證結果顯示，在高雜訊條件下，以 H_∞ 濾波器為基礎之干擾輸入估測器具有較佳之輸入估測性能。

關鍵詞：卡爾曼濾波器、干擾估測器、遞迴式輸入估測法、 H_∞ 濾波器、巡弋飛彈

A Robust Disturbance Estimator Design for Cruise Missile

Yung-Lung Lee* and Chien-Cheng Tseng

Department of Power Vehicle and System Engineering, Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University

ABSTRACT

A robust disturbance estimator based on H_∞ and least square method is proposed in this work. The Kalman filter is a statistical estimation method for a state of observing system in noise, which is widely used in many of the dynamics system for state estimation. However, Kalman filter is only for an accurate known system, but for the unknown noise, it cannot play a good filtering performance. H_∞ filter is ensure that the noise characteristics of the output is less than a performance gain, regardless of the external environment changes, the noise will not significantly affect the estimation performance. In this work, the design of input estimator which combines H_∞ filter and the recursive least squares method. The estimation performance is discussed in cruise missiles flying at atmospheric disturbance. The simulation results show that in high noise condition, the input estimator based on H_∞ filter has a better disturbance input estimation performance.

Keywords: Kalman Filter , disturbance estimator , recursive input estimation method, H_∞ Filter, cruise missile

一、前言

巡弋飛彈(Cruise Missile)是一種配備推進引擎(通常是噴射引擎),並藉由彈翼或彈體於大氣中高速移動產生升力且具導航能力的飛行炸彈,可以超音速或次音速飛行。其特色是它可自主飛行,並依設定之導引方式攻擊目標。因兼具速度快、射程遠、殺傷力強及精準打擊的能力,故在現代戰爭中的應用日益受到重視。而面對現今戰場形態日趨嚴峻的狀況下(地形、氣候與戰術運用),如何在強大的外力干擾與複雜的環境變化下,設計出強健之干擾估測器,為巡弋飛彈在飛行控制技術上所需面對的重要議題。

在動態系統所受到的外在干擾問題之處理上,傳統的控制系統設計是利用系統的狀態變數經過回授增益矩陣,進而決定系統極點須配置的位置,在此條件下,設計者是假設系統所有的狀態變數及外在干擾均為可量測。然而,多數系統因為機構複雜,需運用數個感測元件來進行量測,導致系統製造成本提高。因此,需運用系統狀態輸出的資訊,藉以設計估測器(Estimator)並以逆向估測法則來估算出系統的干擾輸入,始可有效降低系統設計之成本。面對此議題,逆向輸入估測法於過去三十年中,已發展出許多理論與解法[1]。

結合卡爾曼濾波器與遞迴式最小平方估測器(Recursive Least Square Estimator, RLSE)所形成的線上(On-Line)輸入估測法(Input Estimation Method, IEM) [2]在此議題上提供一個良好的解決方案。此法係在 1997 年由 Tuan 提出的遞迴式輸入估測法。此法係藉由無輸入項卡爾曼濾波器所產生的剩餘值更新序列,再以遞迴式最小平方估測器對未知參數進行估算。而每次估算只需前一時刻的輸出數據和當前的觀測數據。因此相較於整批式輸入估測法,遞迴式輸入估測法可減少計算時的記憶容量,且運算也較為簡單。

隨著 H_∞ 控制理論的出現, H_∞ 濾波的概念最早在 1980 年代由 Grimble 等人[3]提出,它是應用 H_∞ 強健控制理念,對於系統存在的不確定性和外界干擾不作任何假設,並將範數(Norm)引入到濾波的問題中,構建一個濾波器,使最壞的情況下的估測誤差(Worst Error)最小化,因此 H_∞ 濾波器又稱為 Minimax 濾波器。此外,Shen 等[4]利用對局理論(Game Theory)方法詳細的推導 H_∞ 濾波器的演算過

程,Simon [3]舉出車輛導航的例子,證明了 H_∞ 濾波器在系統存在著不確定性干擾時,其濾波效能優於卡爾曼濾波器。目前 H_∞ 濾波器已應用在 GPS 導航[5]、電機伺服系統[6]等民生科技,而在軍事上已應用於機動目標追蹤[7],惟於動態系統之干擾輸入估測上尚未獲得應用,此亦為本研究試圖將 H_∞ 濾波器引入干擾估測器之重要理由,期獲得更為強健的輸入估測演算法則。

二、理論介紹

2.1 遞迴式輸入估測法

遞迴式輸入估測法主要包含兩個部分:分別為卡爾曼濾波器與最小平方估測器。其中卡爾曼濾波器是用來產生剩餘值更新序列,因為剩餘值更新序列隱含著未知時變輸入所造成的系統偏移及量測誤差所造成的隨機誤差。而最小平方估測器即是用來辨識未知時變輸入所造成的系統偏移量,以準確的估測出未知輸入量。

考慮無輸入項卡爾曼濾波器之公式如下

$$\bar{X}(k/k-1) = \Phi \bar{X}(k-1/k-1) \quad (1)$$

$$P(k/k-1) = \Phi P(k-1/k-1) \Phi^T + Q_w \quad (2)$$

$$s(k) = H P(k/k-1) H^T + R_v \quad (3)$$

$$K_a(k) = P(k/k-1) H^T s^{-1}(k) \quad (4)$$

$$P(k/k) = [I - K_a(k) H] P(k/k-1) \quad (5)$$

$$\bar{Z}(k) = Z(k) - H \bar{X}(k/k-1) \quad (6)$$

$$\bar{X}(k/k) = \bar{X}(k/k-1) + K_a(k) \bar{Z}(k) \quad (7)$$

式中 $\bar{X}(k)$ 為無輸入項卡爾曼濾波器的狀態估測向量, $P(k)$ 為估測誤差共變異量矩陣(Filter's Error Covariance Matrix), $s(k)$ 為更新共變異矩陣(Innovation Covariance), K_a 為卡爾曼濾波增益(Kalman Gain), $\bar{Z}(k)$ 為剩餘值更新序列。

遞迴式最小平方演算法如下

$$B_s(k) = H[\Phi M(k-1) + I] \Gamma \quad (8)$$

$$M(k) = [I - K_a(k) H][\Phi M(k-1) + I] \quad (9)$$

$$K_b(k) = r^{-1} P_b(k-1) B_s^T(k) [B_s(k) r^{-1} P_b(k-1) B_s^T(k) + s(k)]^{-1} \quad (10)$$

$$P_b(k) = [I - K_b(k) B_s(k)] r^{-1} P_b(k-1) \quad (11)$$

$$\hat{u}(k) = \hat{u}(k-1) + K_b(k) [\bar{Z}(k) - B_s(k) \hat{u}(k-1)] \quad (12)$$

其中 $\hat{u}(k)$ 為輸入估算量, $P_b(k)$ 為輸入估算誤差變異量、 $K_b(k)$ 為校正增益(Correction Gain)、 $B_s(k)$ 及 $M(k)$ 是敏感矩陣,而 $K_a(k)$ 為卡爾曼增

益、 $\bar{Z}(k)$ 為狀態量測值與估算值之誤差，亦即代表剩餘值更新序列、 P 為濾波器誤差共變異量矩陣、 r 為遺忘權重因子 (Forgetting Factor)。因系統的輸入項 $\hat{u}(k)$ 已由最小平方估算法所獲得，若將此輸入估算值代入有輸入項卡爾曼濾波器進行狀態的修正估算，則可獲得較為精確的狀態估測值。

2.2 H_∞ 濾波器

基於 H_∞ 之濾波理論，它保證了從外界干擾到評估誤差的增益小於一定的性能水準 ($1/\gamma$)，和傳統的卡爾曼濾波器相比， H_∞ 濾波器對於干擾訊號並不要求滿足具體的統計特性，另外，它也一併考慮了系統參數的不確定性，使得系統具有更好的強健效果。其性能指標如下：

$$J = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \|D(k) - \hat{D}(k)\|_{S(k)}^2}{\|X(0) - \hat{X}(0)\|_{P^{-1}(0)}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} [\|w(k)\|_{Q^{-1}(k)}^2 + \|v(k)\|_{R^{-1}(k)}^2]} < \frac{1}{\gamma} \quad (13)$$

經整理後可獲得 H_∞ 濾波器演算公式

$$\bar{X}(k/k-1) = \Phi \bar{X}(k-1/k-1) \quad (14)$$

$$P(k+1) = \Phi P(k) [I - \gamma \bar{S}(k)] P(k) + H^T R_v^{-1}(k) H P(k)^{-1} \Phi^T + Q_w(k) \quad (15)$$

$$s(k) = I - \gamma \bar{S}(k) P(k) + H^T R_v^{-1}(k) H P(k) \quad (16)$$

$$K_H(k) = \Phi P(k) s^{-1}(k) H^T R_v^{-1}(k) \quad (17)$$

$$P(k+1) = \Phi P(k) s^{-1}(k) \Phi^T + Q_w(k) \quad (18)$$

$$\bar{Z}(k) = Z(k) - H \bar{X}(k/k-1) \quad (19)$$

$$\bar{X}(k/k) = \bar{X}(k/k-1) + K_H(k) \bar{Z}(k) \quad (20)$$

式中 K_H 為 H_∞ 濾波增益 (H-infinity Gain)。

2.3 巡弋飛彈系統數學模型之建立

本文討探之巡弋飛彈飛行運動所使用的座標系統如圖 1 所示 [8]，其中 (x, y, z) 為固定在彈體上的體座標， x 軸為側滾軸 (Roll Axis)，正向指向彈體縱向前方， y 軸為俯仰軸 (Pitch Axis)，正向指向彈體右方， z 軸為偏航軸 (Yaw Axis)，正向指向彈體下方，座標軸原點在彈體的重心。 (X, Y, Z) 分別代表 (x, y, z) 三軸方向的合力。 (L, M, N) 分別代表 (x, y, z) 三個方向的力矩。

巡弋飛彈可視為剛體，就運動而言包含有

六個自由度 (Degree of freedom)，故其運動可用六個變數來陳述； u, v, w 為垂直的三個重心分速的平移運動；以及對穿過重心三垂直軸的旋轉運動，以三個角速度 (p, q, r) 表示。

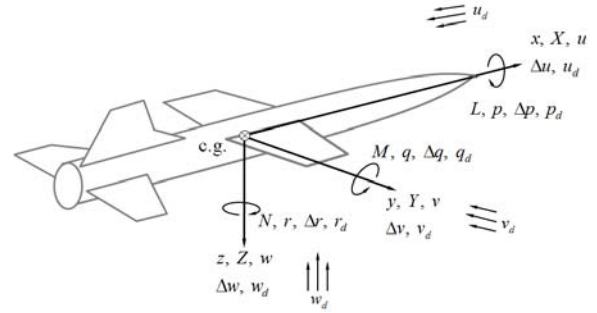


圖 2. 巡弋飛彈座標軸及運動示意圖

一般在探討系統的穩定性及設計控制律時，係針對某飛行狀態的線性模式來進行分析。並利用微擾理論 (Small Perturbation Theory) 進行線性化。若考慮大氣干擾，則巡弋飛彈之微擾狀態可描述如下

$$\Delta u_a = \Delta u - u_d \quad \Delta v_a = \Delta v - v_d \quad \Delta w_a = \Delta w - w_d$$

$$\Delta p_a = \Delta p - p_d \quad \Delta q_a = \Delta q - q_d \quad \Delta r_a = \Delta r - r_d$$

其中下標 d 表示大氣對巡弋飛彈之狀態干擾輸入量。此干擾量為影響飛行載具穩定飛行之重要因素，如能有效掌握則可有效提升控制性能。此為本文待估測量。若將原本六自由度非線性運動方程式進行線性化，整理求得飛彈在縱向平面 (Longitudinal Plane，由 x 軸和 z 軸所形成的平面) 上的縱向運動方程式，如 (21) 式。

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & U_0 & 0 \\ M_u & M_w & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta} & X_{\delta_i} \\ Z_{\delta} & Z_{\delta_i} \\ M_{\delta} & M_{\delta_i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_c \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -X_u & -X_w & 0 \\ -Z_u & -Z_w & -U_0 \\ -M_u & -M_w & -M_q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ w_d \\ q_d \end{bmatrix} \quad (21)$$

以及飛彈在橫向平面 (Lateral Plane，由 x 軸和 y 軸所形成的平面) 上的橫向運動方程式，如 (22) 式。

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{v} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_u & 0 & (Y_r - u_0) & g \\ L_u & L_p & L_r & 0 \\ N_u & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta r} & Y_{\delta r} \\ L_{\delta a} & L_{\delta r} \\ N_{\delta a} & N_{\delta r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$+ \begin{bmatrix} -Y_u & 0 & -(Y_r - u_0) \\ -L_u & -L_p & -L_r \\ -N_u & -N_p & -N_r \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ p_d \\ r_d \end{bmatrix}$$

上述(21)及(22)式亦可整理寫成如(23)式的標準狀態空間(State-Space)表示式

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) + C\zeta(t) \quad (23)$$

其中 $X(t)$ 、 $u(t)$ 和 $\zeta(t)$ 分別為狀態、控制和干擾向量(待估測項)。

三、輸入估測模式之建立

本文所探討之飛彈控制方式採用傾斜式轉彎(Bank to Turn, BTT)，並引用參考文獻[9]之多變量傾斜式轉彎飛彈自動駕駛儀設計(Multivariable Autopilot Designs for a Bank-to-Turn Missile)的相關參數，針對飛彈攻角(Angle of attack) 干擾及俯仰速率(Pitch rate) 干擾實施估測。

根據文獻[9, 10]，飛彈飛行的俯仰運動行為，是一種快速收斂的簡諧振盪變化，因運動週期短，亦稱為短週期運動。因此，若考慮俯仰軸上的運動對傾斜式轉彎之影響，則在(21)式的縱向運動方程式中，可推導改寫成(24)式，及其相對應的標準狀態空間形式(25)式

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_\alpha & Z_q & 0 \\ M_\alpha & M_q & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \int \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e + \begin{bmatrix} -Z_\alpha & -Z_q & 0 \\ -M_\alpha & -M_q & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_d \\ q_d \\ \int \alpha \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) + C\zeta(t) \quad (25)$$

其中 $\Delta \alpha$ 及 Δq 分別為攻角及俯仰速率的微擾變化量， α_d 及 q_d 分別為攻角及俯仰速率的干擾輸入，為待估測項。 δ_e 為飛彈升降舵(elevator)的角度變化量，為本系統的控制輸入項。若考慮系統的程序誤差及量測誤差，則系統的狀態與測量方程式可表示如下：

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) + C\zeta(t) + Gw(t) \quad (26)$$

$$Z(t) = HX(t) + v(t) \quad (27)$$

其中 $X_{3 \times 1}$ 為系統狀態矩陣， $A_{3 \times 3}$ 為系統參數矩陣， $B_{3 \times 1}$ 為系統輸入矩陣， $u(t)_{3 \times 1}$ 為系統輸入， $H=I_{3 \times 3}$ 為量測矩陣， $Z_{3 \times 1}$ 為觀測向量。 $w(t)$ 表示系統的隨機干擾， $v(t)$ 表示測量雜訊。現假設輸入矩陣 $G=C$ ，並以取樣時間 Δt 將(26)與(27)式離散化，則離散形式的系統狀態和測量方程式如下：

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \Gamma u(k) + A[\zeta(k) + w(k)]$$

$$Z(k) = HX(k) + v(k)$$

式中

$$\Phi = \exp(A\Delta t)$$

$$\Gamma = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \exp\{A[(k+1)\Delta t - \tau]\} B d\tau$$

$$A = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \exp\{A[(k+1)\Delta t - \tau]\} C d\tau$$

其中 $X(k)$ 為系統之狀態變數矩陣， Γ 為輸入矩陣， Φ 為狀態轉移矩陣， $w(k)$ 與 $v(k)$ 則分別代表系統的程序誤差與量測誤差。

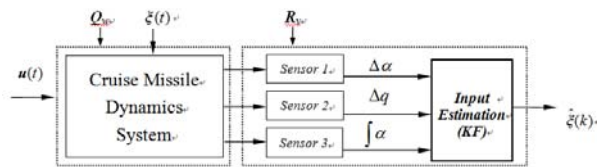


圖 2. 飛彈系統估測模式 I (Model I, Kalman Filter)

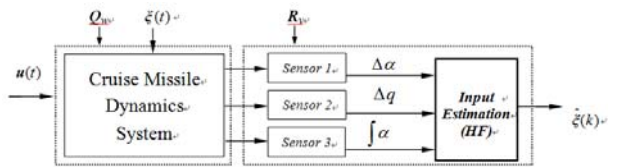


圖 3. 飛彈系統估測模式 II (Model II, H_∞ Filter)

本研究基於卡爾曼濾波器及 H_∞ 濾波器演算架構，分別與最小平方方法結合設計輸入估測器，進行干擾估測模擬分析，驗證系統在高程序誤差與量測誤差情況下的干擾估測性能比較，其估測器架構如圖 2 及圖 3 所示。其中 $\Delta \alpha$ 與 Δq 係為可量測之攻角與俯仰率之微擾量， $\zeta(\alpha_d, q_d)$ 為大氣干擾輸入量(為待估測量)， $\hat{\zeta}$ 為估測值。系統設定參數如表 1 與 2 所示，表 1 參數係在巡弋飛彈飛行速度 2.5 馬赫，攻角零

度獲得之氣動力參數。

表 1. 飛彈系統參數表

A _{3x3} 矩陣			B _{3x1} 矩陣
Z _α = -0.8495	Z _q = 0.9988	0	Z _{δe} = -0.1060
M _α = -173	M _q = -0.5204	0	M _{δe} = -143
1	0	0	0

表 2. 估測器參數表

參數	參數值
Sampling time	Δt 0.01
Measure Noise Covariance	R _v 10 ⁻⁴ , 10 ⁻⁵ , 10 ⁻⁶ , 10 ⁻⁷ & 10 ⁻⁸
Process Noise Covariance	Q _w 10 ⁻⁴ , 10 ⁻⁵ , 10 ⁻⁶ , 10 ⁻⁷ & 10 ⁻⁸
Forgetting Factor	r 0.95, .85, 0.75, 0.65, 0.55 & 0.45

本文假設之攻角及俯仰速率的干擾如(28)式所示。

$$\begin{cases} \alpha_d = 5 \sin(1.2\pi t) + 3 \cos(0.6\pi t) & t \geq 0 \\ q_d = 5 \sin(1.2\pi t) + 3 \cos(0.6\pi t) & t \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

另系統估測結果係透過根均方誤差(Root Mean square Error, RMSE)公式為標準，來測試與驗證估測性能，表示式如下：

$$RMSE = \left[\frac{1}{D} \sum_{k=1}^D (\hat{q}_k - q_k)^2 \right]^{1/2}$$

其中 D 是總的時間總數， \hat{q}_k 為估計值， q_k 為實際值。

四、估測效能比較與分析

4.1 量測誤差與程序誤差對估測性能之影響

系統的估測性能分析的主要考量因素為量測誤差與程序誤差的變異量。而量測誤差變異量可由量測儀器本身的量測精度獲得，因此，本系統估測假設量測誤差變異量 $R=10^{-8}$ ，程序誤差變異量則分別為 $Q=10^{-8}$ 、 10^{-6} 及 10^{-4} 時，並分別以飛彈系統估測模式 Model I (KF) 與 Model II (HF)，對於飛彈俯仰運動之攻角 α_d 及俯仰速率 q_d 之干擾輸入估算，如圖 4 與圖 5

所示，可發現估測模式 Model I 與 Model II 估測效能大致相同，其干擾輸入之 RSME 值如表 3 所示。

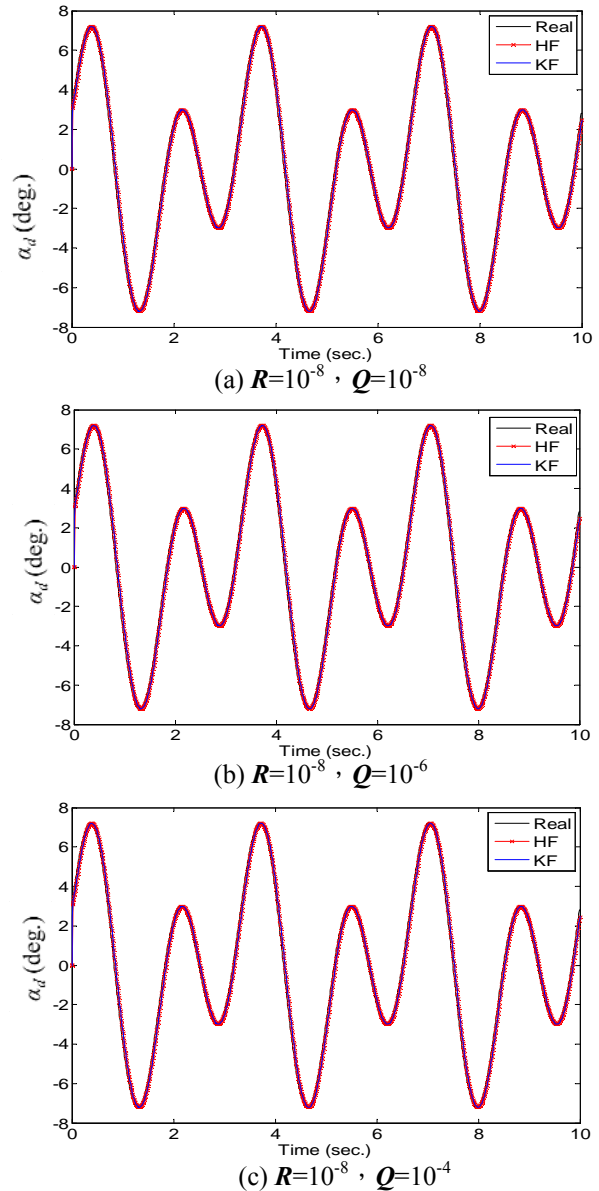


圖 4. 當 $R=10^{-8}$ ， $Q=10^{-8}$ 、 10^{-6} 、 10^{-4} 時 Mode I (KF) 與 Mode II (HF) 對攻角干擾 α_d 估測響應之比較。

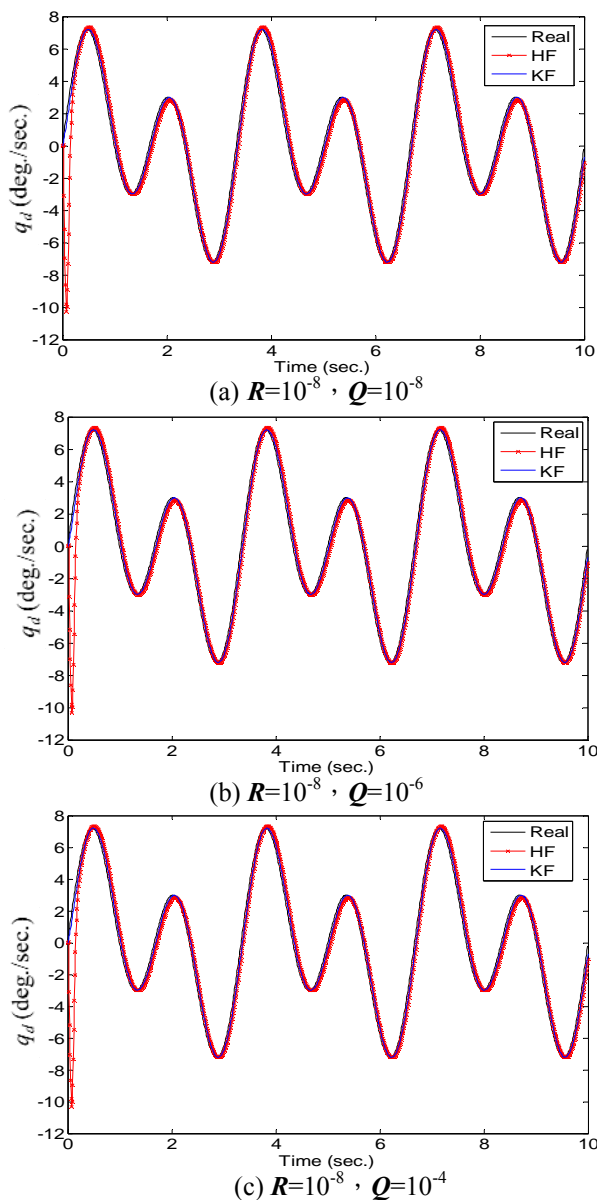


圖 5. 當 $R=10^{-8}$, $Q=10^{-8}$ 、 10^{-6} 、 10^{-4} 時 Model I (KF) 與 Model II (HF) 對俯仰率干擾 q_d 估測響應之比較。

表 3. Model I (KF) 與 Model II (HF) 對 α_d 與 q_d 干擾估測之 RSME 值

$R=10^{-8}$	$Q=10^{-8}$	$Q=10^{-7}$	$Q=10^{-6}$	$Q=10^{-5}$	$Q=10^{-4}$	
$\Delta\alpha_{rmse}$	HF	0.4193	0.4192	0.4195	0.4194	0.4197
	KF	0.4055	0.4056	0.4057	0.4056	0.4058
Δq_{rmse}	HF	1.1982	1.1980	1.1993	1.1992	1.1843
	KF	0.3901	0.3902	0.3903	0.3902	0.3904

若假設程序誤差變異量為 $Q=10^{-1}$, 而量測

誤差變異量則分別為 $R=10^{-8}$ 、 10^{-6} 及 10^{-4} 時, 可發現 Model I 與 Model II 對於攻角 α_d 之干擾估測效能亦大致相同, 如圖 6 所示; 另對於俯仰速率 q_d 之干擾估測, 在 $R=10^{-4}$ 時, Model I (KF) 較 Model II (HF) 明顯有更大估測的誤差, 如圖 7(c) 所示。亦即由卡爾曼濾波器與最小平方方法結合設計的輸入估測器, 在量測誤差變異量越大時, 所估測之誤差較 H_∞ 濾波器大, 此可說明卡爾曼濾波器在量測誤差變異量較大的狀況下, 無法較精確的估算系統干擾入量, 其干擾輸入之 RSME 值如表 4 所示。

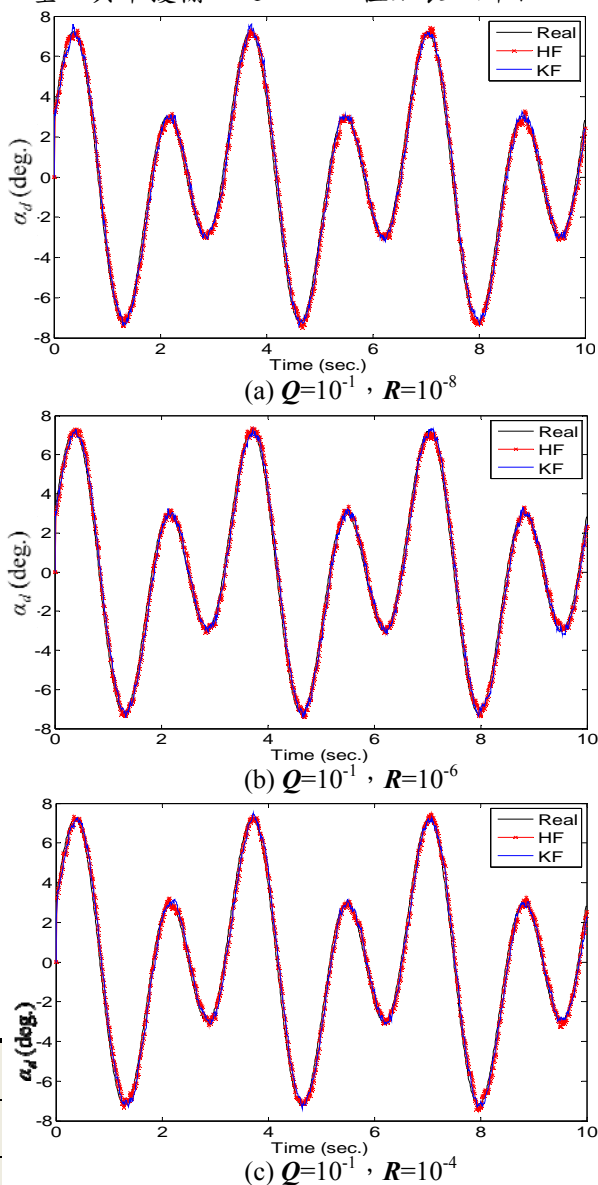


圖 6. 當 $Q=10^{-1}$, $R=10^{-8}$ 、 10^{-6} 、 10^{-4} 時 Model I (KF) 與 Model II (KF) 對攻角干擾 α_d 估測響應之比較。

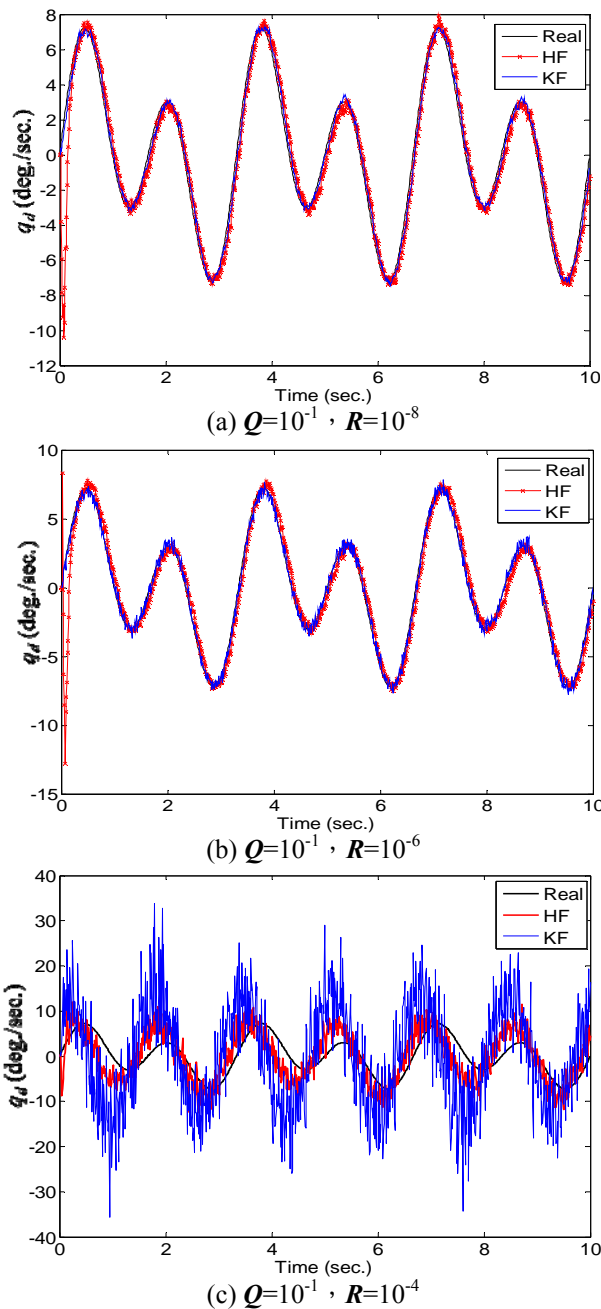


圖 7. 當 $Q=10^{-1}$, $R=10^{-8}$ 、 10^{-6} 、 10^{-4} 時 HF 與 KF 對於俯仰速率干擾 q_d 估測響應之比較。

表 4. HF 與 KF 在 $R=10^{-8}$ 至 10^{-4} 時對 α_d 與 q_d 干擾估算之 RSME 值

$Q=10^{-1}$		$R=10^{-8}$	$R=10^{-7}$	$R=10^{-6}$	$R=10^{-5}$	$R=10^{-4}$
$\Delta\alpha_{rmse}$	HF	0.4434	0.4532	0.4384	0.4532	0.4749
	KF	0.4268	0.4377	0.4308	0.4524	0.4614
Δq_{rmse}	HF	0.8202	1.0825	1.1422	1.0825	3.8239
	KF	0.4178	0.4035	0.3616	2.5274	10.9892

4.2 遺忘因子對干擾輸入估測性能之影響

使用輸入估測法時，估測性能將受遺忘因子 r 的影響，在本文中為探討輸入估測器之強健性，故考慮在高量測誤差影響狀況下 ($R=10^{-4}$)，使用遺忘因子分別為 $r=0.95$ 、 0.85 、 0.75 、 0.65 、 0.55 、 0.45 進行數值模擬，以驗證遺忘因子對於卡爾曼濾波器與 H_∞ 濾波器之輸入估測效能的影響。

(1) 攻角干擾輸入估測 RMSE 值中，如表 5 所示，可發現無論是 Model I 或 Model II，當遺忘因子愈大時，估測誤差亦愈大，而兩種模式的 RMSE 值相差 (即 Model II-Model I) 均在 10^{-2} 以內，由此可顯示在攻角干擾輸入估測中，卡爾曼濾波器與 H_∞ 濾波器估測效能概同；另觀察圖 8 及圖 9 顯示，當遺忘因子愈小則其估算結果愈不平滑，然其跟蹤真實輸入的能力愈佳；而遺忘因子愈大則其估算結果愈平滑，然其跟蹤真實輸入的能力愈差。

表 5. HF 與 KF 在不同遺忘因子條件下對攻角 α_d 干擾估算之 RSME 值

遺忘因子	攻角干擾輸入估測 RMSE ($\Delta\alpha$)	
	Model I	Model II
$r=0.95$	2.2508	2.2446
$r=0.85$	0.9343	0.9410
$r=0.75$	0.5901	0.6111
$r=0.65$	0.4614	0.4749
$r=0.55$	0.3870	0.3997
$r=0.45$	Divergent	Divergent

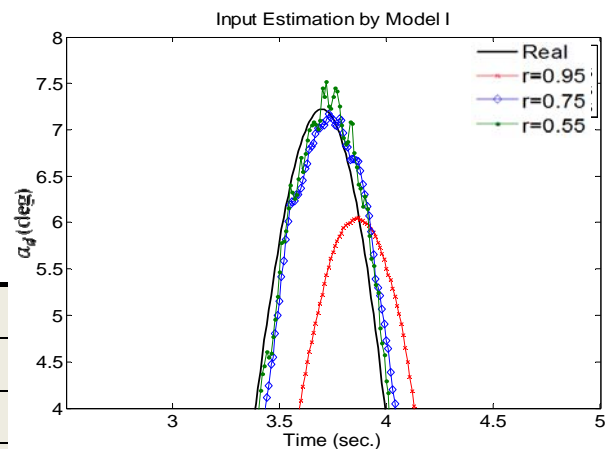


圖 8. 不同遺忘因子條件下，估測模式 Model I 對攻角干擾輸入之估算性能 (2.5 至 5 秒)。

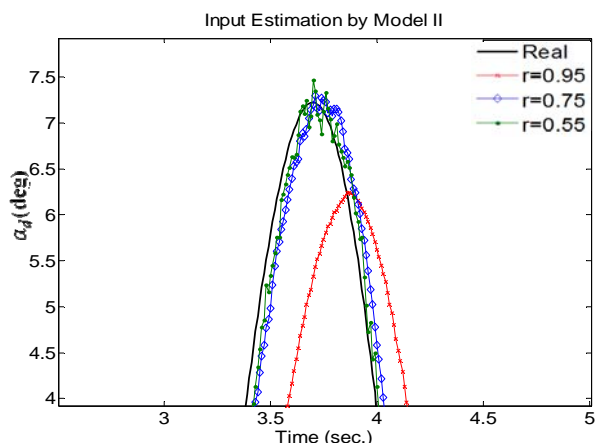


圖 9.不同遺忘因子條件下，估測模式 Model II 對攻角干擾輸入之估算性能(2.5 至 5 秒)。

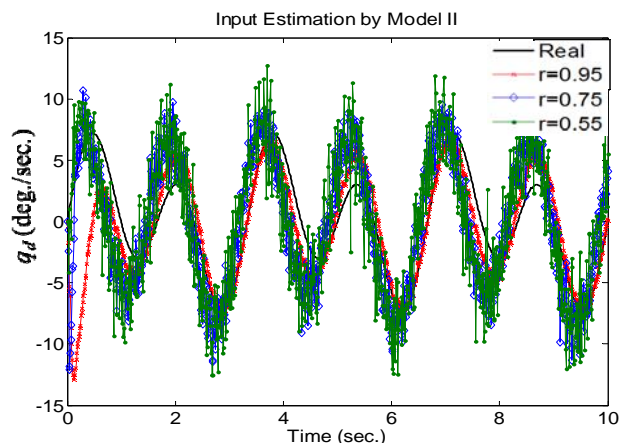


圖 11.不同遺忘因子條件下，估測模式 Model II 對俯仰速率干擾輸入之估算性能。

(2)在俯仰速率干擾輸入估測 RMSE 值中，如表 6 所示，當遺忘因子愈大時，兩種模式之估測誤差則愈小，其中卡爾曼濾波器的估測誤差，在不同遺忘因子狀況下均大於 H_∞ 濾波器，且其差值在 10^1 以內；另觀察圖 10 及圖 11 顯示，在俯仰速率干擾輸入估測狀況下， H_∞ 濾波器估測效能明顯較卡爾曼濾波器具有強健性。

表 6. HF 與 KF 在不同遺忘因子條件下對俯仰速率 q_d 干擾估算之 RSME 值

遺忘因子	俯仰率干擾輸入估測 RMSE	
	Model I	Model II
$r = 0.95$	6.0287	2.8544
$r = 0.85$	8.7705	3.0119
$r = 0.75$	9.9500	3.5081
$r = 0.65$	10.9892	3.8239
$r = 0.55$	12.2729	4.1913
$r = 0.45$	Divergent	Divergent

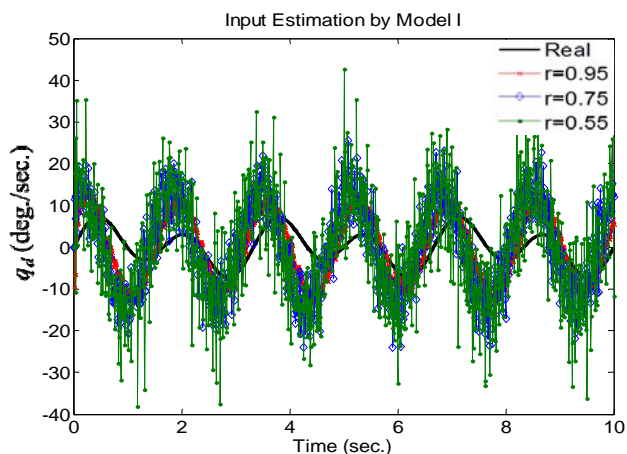


圖 10.不同遺忘因子條件下，估測模式 Model I 對俯仰率干擾輸入之估算性能。

從以上說明可知當估測模型 Model I 在無論遺忘因子大小，其對俯仰速率干擾輸入估測誤差均較大；而在 $0.75 < r < 0.95$ 時，估測模型 Model II 可獲得較佳的估測精度與穩定性。

五、結論

本研究係基於遞迴式輸入估測法，設計一個結合 H_∞ 濾波器與最小平方法之輸入估測器，驗證巡弋飛彈系統在程序誤差與量測誤差情況下的干擾估測性能，並與卡爾曼濾波器的估測效能進行比較。其結果可歸納如下：

- (1)當雜訊強度較小且為確切之數值時，使用卡爾曼濾波器的遞迴式輸入估測法，可發揮較佳的估測性能；而在雜訊量較大時， H_∞ 濾波器的估測誤差變化則小於卡爾曼濾波器，因為 H_∞ 濾波器在演算過程中，即設計一性能指標上限，此將使最壞的情況下的估測誤差最小化，此為 H_∞ 濾波器之主要優勢。
- (2)巡弋飛彈之俯仰速率干擾估測，相當於對雜訊微分，可視為一種高通濾波器，因此具有放大雜訊之特性。因此，當雜訊越大時，卡爾曼濾波器估測誤差變化亦較 H_∞ 濾波器大，而此時則更能突顯 H_∞ 濾波器抑制雜訊能力之特性。

未來可將本文所提之干擾輸入架構引入飛行控制器之設計當中，作為干擾迴授補償之干擾估測器，藉以提升飛行穩定控制器之強健性，使飛行載具更能適應惡劣天候條件，具以執行更為艱鉅之任務。

參考文獻

- [1] Chen, W. H. "Disturbance Observer Based Control for Nonlinear Systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 9, No. 4, pp. 706-710, 2004.
- [2] Tuan, P. C., Lee, S. C., and Hou, W. T., "An Efficient On Line Thermal Input Estimation Method Using Kalman Filter and Recursive Least Square Algorithm," *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 5, pp. 309-333, 1997.
- [3] Simon, D., "From Here to Infinity," *Embedded Systems Programming*, pp. 2-8, 2000.
- [4] Shen, X. and Deng, L., "Game Theory Approach to H_∞ Discrete Filter Design," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 45, No. 4, pp. 1092-1095, 1997.
- [5] 梁建誠, "應用 H_∞ 濾波技術於 GPS 導航", 碩士論文, 國立臺灣海洋大學通訊與導航工程學系, 基隆, 第 25-65 頁, 2002。
- [6] 蔡滿軍、喬剛、劉會雪、程曉燕, " H_∞ 濾波技術在伺服器中的應用", 維特電機, 第 35-38 頁, 2010。
- [7] Guo, L., Song, C., and Mao, Y., "H Infinity Filter in Maneuvering Target Tracking of Military Guidance Field," *Presented at the Automatic Control and Artificial Intelligence (ACAI 2012)*, International Conference on, Xiamen, 2012.
- [8] 楊憲東, 劉文雄, 何宜忠, 陳德徽, "全空域飛彈運動模式之建立及其非線性 H_∞ 強健控制," 行政院國家科學委員會專題研究計畫, 國立成功大學航空太空工程學系, 臺南, 第 2-13 頁, 2004。
- [9] Bossi, J. A. and Langehough, M. A., "Multivariable Autopilot Designs for a Bank-to-Turn Missile," presented at the American Control Conference, Atlanta, Ga, USA, 1988.
- [10] 楊憲東, 自動飛行控制原理與實務-修訂版, 全華圖書股份有限公司, 臺北, 第 2-54-2-71 頁, 2009。