

陶瓷靶板受高速撞擊分析

林佳詩^{1*} 陳幼良²

¹ 國防大學理工學院國防科學研究所

² 國防大學理工學院動力及系統工程系

摘 要

本研究結合 Tate 理論與靜態空腔膨脹理論，建立高速撞擊陶瓷靶板抗彈極限速度預測模型。藉由陶瓷靶板抗壓強度、抗拉強度、密度、蒲松比、彈性系數、厚度等參數改變，對抗彈極限能力之影響。最後利用數值模擬軟體與實彈測試驗證理論模型的準確性。且本研究理論模型將靶板假設為兩種破壞模式進行推導分析，由驗證結果得知，陶瓷靶板達一臨界厚度時，臨界厚度以下適用薄靶板破壞模式理論模型，而臨界厚度以上適用厚靶板破壞模式理論模型。

關鍵詞：靜態空腔膨脹理論，抗彈極限速度，Tate 理論

Analysis of ceramic armor for high-velocity impact

C. S. Lin^{1*} and Y. L. Chen²

¹ School of Defense Science, Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University

² Department of Power Vehicle and Systems Engineering Institute of Weapon System Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University

ABSTRACT

In this paper, Tate penetration model and cavity expansion model were used to derive a general equation to predict the ballistic limit of ceramic plates experiencing high velocity impact. The general equation can deal with finite thickness of ceramic plates instead of assumed infinite thickness in most papers. It was obtained that the ballistic limit obtained from analytical results compared well with simulation and experimental values. Moreover, an even simplified model is derived to deal with thin plates. The resulting stresses in each response region were also calculated by different models.

Keywords: Cavity expansion model, Ballistic limit velocity, Tate model.

陳幼良 林佳詩 顏宏達 薄慧雲等
有限元素分析陶瓷複合材料抗彈性能

Manuscript received November 23, 2009; revised September 21, 2010; * Corresponding author

一、前言

現今武器系統發展日新月異，防護裝甲的抗彈性能也必須提升。高硬度陶瓷具有質量輕、抗壓強度高、硬度高、耐腐蝕等優勢，近年來常應用在高效能的防彈衣、裝甲車等設備。有效利用能減輕防彈衣重量與裝甲車的負載，增加人員舒適度與作戰能力。

1960年Pugh、Mitt、Hill、Pack等人[1]，先後提出高速撞擊過程，為定常不可壓縮流體動力學理論。於1966-1969年 Alekscsevskii, Tate等人[2-5]先後將修正後定常不可壓縮流體動力學理論應用於高速撞擊分析。且經過理論與實驗驗證，進一步將材料強度因素(動態屈服強度)導入理論方程式，使模型更能符合實際撞擊狀況，修正過後的流體動力公式稱之為Tate模型。於1990年M. J. Forrestal、Longscope等[6]，結合Tate模型與空腔膨脹理論，假設鋁合金材料受圓柱型投射體高速撞擊呈塑性區-裂紋區-彈性區破壞模型，將鋁合金材料機械參數、厚度、密度、投射體機械參數、半徑、密度值，能預測投射體貫穿深度。往後需多學者紛紛開始將Tate模型與空腔膨脹理論結合進行不同材料的探討，如：1992年S. C. Wright等人[7]，建立一靜態空腔膨脹理論模型，應用於高速撞擊鋼板材料，將鋼板為半無限靶板，其破壞模式假設為空腔區、塑性區與彈性區等進行貫穿深度的探討。1997年Partom等人[8]，利用空腔膨脹理論，假設鋁合金材料為半無限靶板，其破壞模式為塑性區-彈性區破壞模型。本研究主要參考1996年Satapathy, Bless、1999年Karturzov, 2000年Subramanian and Bless, 2001年Satapathy等人[9-12]，將靶板破撞擊後破壞區域為空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區等半無限靶。上述研究均假設為半無限厚度的靶板，因此，參考之文獻僅於貫穿深度進行探討，半無限厚度假設無法實際應用在不同厚度脆性材料高速撞擊性能之設計。因此，本研究延續參考文獻脆性材料高速撞擊破壞理論，進一步建立有限厚度模型，並且探討靶板厚度與破壞區域的關係。

本研究主要建立一解析模型，再利用試驗法進行驗證。因為，試驗法受投射體初速限制，必須利用數值模擬進行更高速度驗證分析：(1)解析法：利用能量、動量、質量守恆三大定律的數學模型導入相關物理參數，預測高速

撞擊過程的速度、應力、剪力、能量變化。但是，解析模型為求簡化高速撞擊問題，常使用限制型的假設，如：投射體為理想鋼體、靶板完全依假設的模式破壞(陶瓷：空腔-粉碎-裂紋)；(金屬背襯材料：剪切沖塞、能量守恆)、投射體為柱狀、靶板為均一性材料等。實際的高速撞擊過程的影響因素非常多，解析模型中所導入材料參數部分獲得不易或為理想材料的參數，實際測試的材料因製程加工的關係，並非像理論般理想的材料。因此，解析模型所預測的結果與實際值有誤差，此誤差現象是必然的[1-12]。(2)試驗法：主要是利用大量的重複與參數設計實驗，進行統計、經驗公式與圖表分析。高速撞擊防護材影響因素非常複雜，因此試驗法在高速衝擊相關研究是必然的。無論單純利用試驗法進行經驗公式與圖表分析研究，或解析法、數值分析法都需要試驗法進行驗證[1-12]。(3)數值分析法：在高速或超高速撞擊數值分析，藉由複雜的材料動態反應行為，藉由基本力學定律能量、動量、質量守恆三大定律，進行有限元素或有限差分等數值方法交由電腦計算，求得數值結果。國內外相關研究多採用 Lagrangian 理論為基礎架構的 ANSYS/LS-DYNA 3D 有限元素模擬軟體進行研究。ANSYS 負責前處理模擬建構、網格切割、定義材料、元素屬性、接觸行為、邊界條件等等。LS-DYNA 的核心運算及後處理，有極準確的運算能力，可縮短處理撞擊運算之時間[13-14]。

二、理論

本研究目標為建立高速或超高速撞擊陶瓷材料解析模型。先利用空腔膨脹原理，將陶瓷材料破壞模式假設為二種類型，第一型將陶瓷破壞假設為空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區等4個區域；第二型將陶瓷破壞假設為空腔區-粉碎區-彈性區等3個區域。分別探討各個區域內所產生的應力、剪應力、壓力、應變等能量傳遞衰減的差異。將能量傳遞由彈性區往空腔區反向推導，即可求得空腔區邊界上的應力值，空腔區與粉碎區邊界之應力值為陶瓷靶板總阻力值。將推導公式解聯立方程即可求得空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區等區域的邊界半徑，各區域的半徑與材料機械性能、密度、厚度有關。

2.1 Tate 射流理論

1966-1964 年期間，Alekscevsii, Tate 等人先後提出 Bernoulli equation 修正模型。Alekscevsii, Tate 認為將高速撞擊過程，假設為不可壓縮流體並不恰當，進一步將材料強度因素導入，使模型更能符合實際撞擊狀況，修正過後的流體動力公式稱之為 Tate equation。將材料強度參數導入，使其更符合實際狀況，修正過的流體動力公式如下。

$$\frac{1}{2}\rho_p(v-u)^2 + P_i = \frac{1}{2}\rho_t u^2 + R_t \quad (1)$$

當 $R_t > P_i$ ，T-A (1) 式成立。

方程式中 v 為投射體初速、 u 為投射體殘餘末速、 P_i 為投射體動態屈服強度(鉛質動態屈服強度為 1.1GPa)、 R_t 為靶板動態區為強度(即: 靶板阻力 GPa)、 P_p 為投射體密度、 P_t 為靶板密度。

2.2 空腔膨脹理論

本研究假設陶瓷靶板經高速射流沖擊作用下，可能會產生空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區等四區域與空腔區-粉碎區-彈性區等三區域二種破壞模式，如圖 1 為陶瓷靶板呈現空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區等四區域示意圖。

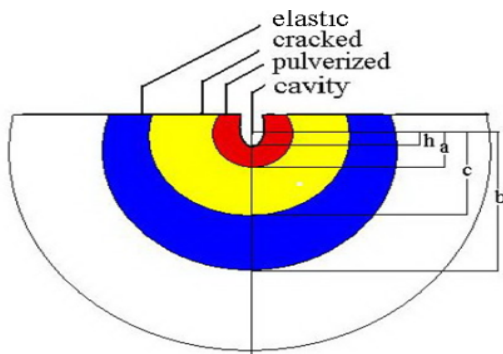


圖 1. 陶瓷靶板破壞模式示意圖。

2.2.1 彈性區($c < r < b$)

利用球對稱平衡方程式

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (2)$$

σ_r 及 σ_θ 分別為徑向應力及環向應力、 r 為靶板上任意點位置，其方程式為：

$$\sigma_r = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_r + 2\lambda\varepsilon_\theta \quad (3)$$

$$\sigma_\theta = \lambda\varepsilon_r + 2(\lambda + \mu)\varepsilon_\theta \quad (4)$$

其中， λ 、 μ 為 Lamé 常數。

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5)$$

假設在彈性區域內是屬於小應變，可推導出彈性區域內的位移。利用虎克定律求得彈性區域徑向、環向應變及位移量。

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r + \nu(\sigma_\theta + \sigma_\phi)] \quad (\sigma_\theta = \sigma_\phi) \quad (6)$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r + 2\nu\sigma_\theta]$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \frac{1}{E} [(1-\nu)\sigma_\theta + \nu\sigma_r] \quad (7)$$

將(3)、(4)式代入(6)式中，即可求得彈性區域徑向應變即為彈性區位移量(S_{r1})。

$$S_{r1} = \frac{2\sigma_t c^3}{3Eb^3} \left[(1-2\nu)r + \frac{(1+\nu)b^3}{2r^2} \right] \quad (8)$$

2.2.2 裂紋區($a < r < c$)

當材料瞬間承受環向應力大於材料本身的抗壓強度時，材料即產生裂紋破碎的現象。當材料已呈現破裂狀態時，裂紋區域內是無環向應力存在。因此，假設裂紋區域內的環向應力為零。本研究假設應力為球對稱方式傳遞，且假設環向應力為零，將裂紋區域內球對稱承方程式化簡如方程式(9)。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\frac{\sigma_r}{r} = 0 \quad (9)$$

假設裂紋區與塑性區邊界處的徑向應力為材料之抗壓強度。塑性區邊界徑向應力必須大於材料抗壓強度，材料才會造成破裂現象。在裂紋區與粉碎區邊界如(10)、(11)式。

$$\sigma_r|_{r=a} = -Y \quad (10)$$

由邊界條件求得

$$\sigma_r = -Y \frac{a^2}{r^2} \quad (11)$$

當 $\sigma_r|_{r=c}$ 可求得

$$\left(\frac{c}{a}\right)^2 = -\left(\frac{Y}{\sigma_t}\right)\left(1 + \frac{b^3}{c^3}\right) \left(1 - \frac{b^3}{c^3}\right) \quad (12)$$

因為，裂紋區域無環向應力存在，僅有徑向應力的傳遞，利用虎克定律，如(13)式所示

$$\sigma_r = E\varepsilon_r = E \frac{ds}{dr} \quad (13)$$

(11)、(13)聯立可獲得裂紋區域內的位移量(S_{r2})

$$S_r = -\frac{Ya^2}{Er} + c_4 \quad (14)$$

在裂紋與彈性區交界處($r=b$)位移連續，則可求出 c_4 ，代入(15)式可求得裂紋區位移量(S_{r2})。

$$S_{r2} = -\frac{Ya}{Er} \left(1 - \frac{a}{c}\right) \quad (15)$$

彈性區與裂紋區位移量總和：

$$s_r = \frac{Ya^2}{Ec} \left(\frac{c}{r} - 1\right) + \frac{\sigma_t}{2E} \left(1 + \frac{b^3}{2c^2}\right) \times \left((1-2\nu)c + (1+\nu)\frac{b^3}{c^2}\right)$$

2.2.3 粉碎區($h < r < a$)

陶瓷材料承受高速衝擊壓力，會破碎為鬆散的粉粒狀，材料的凝聚力消失，無法再承受剪力。

$$\tau = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} = \kappa \left(\frac{\sigma_r + 2\sigma_\theta}{3}\right) \quad (16)$$

將方程式(16)代入(2)式中，即可獲得分碎區域內的球對稱平衡方程式：

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\eta \frac{\sigma_r}{r} = 0 \quad (17)$$

$$\text{其中，} \eta = \frac{6\kappa}{3 + 4\kappa}$$

積分(17)式，且考慮屈服條件 $\sigma_r|_{r=a} = -Y$ 。

$$\sigma_r = -Y \left(\frac{a}{r}\right)^{2\eta} \quad (18)$$

在空腔內壁處($r=h$)的空腔膨脹壓力即為靶板阻力 R_t 。本文採用陶瓷(Al_2O_3)其材料參數 η 為 0.27， Y 為 2.6GPa。

$$R_t = Y \left(\frac{a}{h}\right)^{2\eta} \quad (19)$$

由(19)式可得知，要求靶板阻力，必須先求得 $\frac{a}{h}$ ，空腔區與破碎區的相對尺寸。

利用 Forreстал 和 Longcope 推導出質量守恆方程式。

$$\frac{d}{dr}(r-s)^3 = 3r^2 \frac{\rho}{\rho_0} \quad (20)$$

陶瓷靶板可忽略材料的可壓縮性，假設 p 與 p_0 比值為 1，代入(21)式並將 $r=h$ 到 $r=a$ 積分，忽略 $s(a)$ 高階項，得(21)式。

$$\frac{1}{3} \left(\frac{h}{a}\right)^3 = \frac{s(a)}{a} \quad (21)$$

將彈性區與裂紋區位移量代入(21)式，獲得 $\frac{a}{h}$ 相應尺寸方程式(22)。

$$\frac{1}{3} \left(\frac{h}{a}\right)^3 = \frac{\sigma_t}{2E} \left(1 + \frac{b^3}{2c^3}\right) \left(\frac{c^3(1-2\nu) + (1+\nu)b^3}{c^2a}\right) + \frac{Y}{E} \left(1 - \frac{a}{c}\right) \quad (22)$$

若假設靶板為有限靶板，破壞區域分為空腔區、粉碎區、裂紋區、彈性區等 4 區域，可將上式整理為(23)式。假設 h 為投射體半徑、 c 為靶板總厚度，將方程式(12)及(22)式解聯立解，即可獲得 a 、 b 與 R_t^* (四區域破壞模式)。

若假設靶板為有限靶板，破壞區域分為空腔區、粉碎區、彈性區等 3 區域，可將上式整理為(24)式。

$$R_t^* = -Y \left(1 - \left(\frac{3\sigma_t}{2E \left(1 + \frac{b^3}{2c^3} \right)} \right) \left(\frac{b^3(1-2\nu) + (1+\nu)b^3}{c^2 a} \right) \right) + \frac{3Y}{E} \left(1 - \frac{a}{c} \right) \left(\frac{2}{3} \sigma \right) \quad (23)$$

若假設靶板為有限靶板，破壞區域分為空腔區、粉碎區、彈性區等3區域，可將上式整理為(24)式。

$$R_t^{**} = -Y \left(1 - \left(\frac{3\sigma_t}{2E \left(1 + \frac{b^3}{2a^3} \right)} \right) \left(\frac{a^3(1-2\nu) + (1+\nu)b^3}{a^3} \right) \right) \quad (24)$$

本小節獲得 R_t 與 Tate 模型(方程式(1))結合即可獲得投射體殘餘末速。若將投射體殘餘末速假設為零，即可預測投射體貫穿靶板之彈道極限速度，方程式(25)為靶板彈道極限速度理論模型。

$$v_{50} = \left[2(R_t - Y_p) / \rho_p \right]^{0.5} \quad (25)$$

三、研究方法

3.1 研究流程

本研究主要將空腔膨脹理論預測於不同厚度陶瓷(Al_2O_3)之彈道極限速度。本研究採用不同厚度之高硬度陶瓷(99% Al_2O_3)，將破壞模式假設為四區域與三區域二種，二總假設所計算出之靶板阻力(R_t)與彈道極限速度值不同。分別以試驗法與數值模擬法進行驗證，進一步探討陶瓷厚度改變對彈道極限速度與破壞模式之影響。本研究先進行實彈試驗可驗證速度範圍與數值模擬比較，當數值模擬與試驗法誤差範圍小於5%，再進一步進行試驗法無法測試範圍之數值模擬與解析法驗證。驗證範圍包含：投射體殘餘末速度及彈道極限速度；有部份樣本礙於速度過高無法由實彈試驗進行驗證，必須採用數值分析法進行驗證。

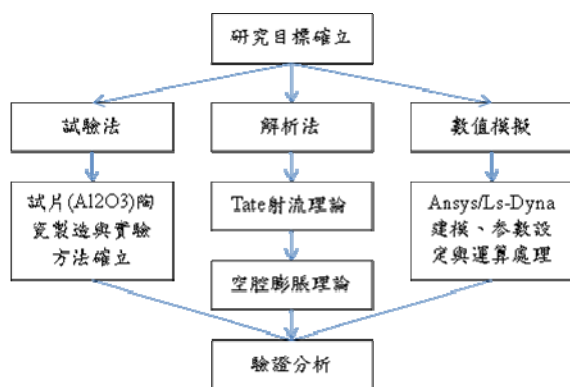


圖 2. 研究流程圖。

3.2 數值分析

本研究採用 ANSYS/LS-DYNA 模擬軟體進行數值模擬分析，本研究所選用之模擬參數，包含元素種類、材料種類、邊界設定等條件。最後，使用數值模擬軟體之後處理觀察陶瓷板受撞擊後投射體速度衰減變化。本研究以數值模擬與試驗法兩種方式進行驗證分析，厚度 10、15、20mm 之靶板會同時進行試驗與數值模擬之彈道極限速度驗證。確認 LS-DYNA 數值模擬軟體預測陶瓷材料抗彈極限速度誤差在合理範圍。再進一步以數值模擬結果，視為厚度 20mm 以上靶板的理論驗證值。

在模擬物材料的選定方面，本論文對陶瓷與彈體鉛質、銅質部份設定不同種類之材料。因為，陶瓷靶板經投射體高速撞擊後，造成靶板破碎，產生高應變效應明顯。若模擬結果不考慮靶板裂紋現象，僅觀察應力傳遞與能量衰減轉化，靶板材料則選用 LS-DYNA 中的三號材料(Mat_plastic_kinematic)。而彈體鉛質、銅質部份選用 LS-DYNA 中的十號材料 (Mat_elastic_plastic_hydro) 來進行模擬。在物體的接觸撞擊種類方面，經過多次的模擬試驗，對於貫穿侵蝕的撞擊以 Eroding 的接觸撞擊方式結果最為恰當。相較於其他非 Eroding 的接觸方式，此 Eroding 接觸方式因為不需要輸入較大的 Penalty 係數，所以相較於其他接觸種類，不會花費太多的計算時間。而在 Eroding 的接觸撞擊方式中，本研究以 Eroding_Surface_to_Surface 來對彈體和各個疊層板來進行撞擊接觸的數值設定和計算。

3.3 實彈測試

有關防彈材料抗彈能力之研究與評估，無論是解析法或數值分析法的研究都必須採用彈道試驗法進行驗證。因此彈道試驗法為不可或缺之項目。

本研究試驗部分：

1. 投射體採用 7.62mm_FMJ，以調整火藥量

- 控制投射體速度。
2. 陶瓷材料採用 99% Al_2O_3 ，厚度分別為 10mm、15mm、20mm。

本文參考 NIJ 0101.04 測試規範，測試速度依本研究材料所能抵擋範圍進行彈道極限速度量測。每種規格試片取 6 次可參考數據，此 6 次測試有 3 次貫穿 3 次未貫穿，6 次速度範圍在 30m/s 之內。選擇採用 NIJ 0101.04 規範，除了能有效利用高硬度提升現有防彈衣抗彈性能與輕量化目的，將更進一步探討陶瓷破壞機制，增加本文所建立「理論模型」之應用廣泛性。

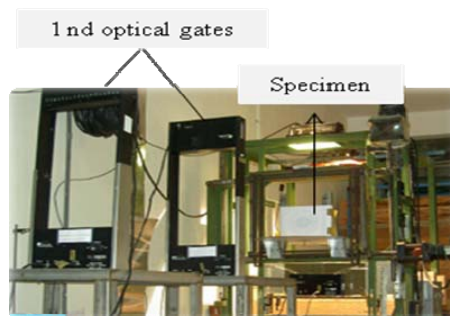


圖 5. 實彈測試設備。

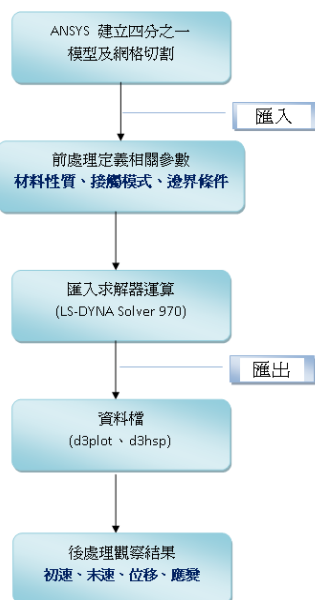


圖 3. 數值模擬分析流程。

圖 4、5 分別為實彈測試設備配置圖與第一光閘及靶架設備。本實驗參考測試規範 NIJ 0101.04 IIIA 級，槍口至第 1 光閘距離為 2m，第 1 光閘至靶架距離為 3m，靶架至第 2 光閘距離為 3m。

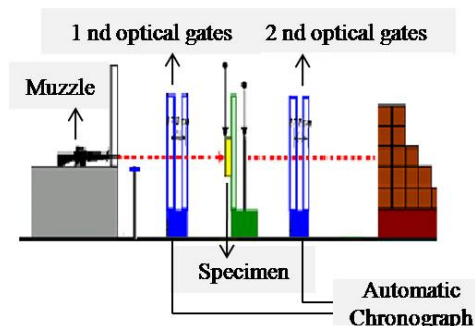


圖 4. 實彈測試設備配置圖。

四、結果與討論

本研究將有限陶瓷靶板解析模型分為二類型探討。第一型：一般有限靶板模型，將陶瓷靶板受投射體高速撞擊後，假設其破壞模式為空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區等 4 個區域。第二型：薄型有限靶板模型，假設其破壞模式為空腔區-粉碎區-彈性區等 3 個區域。因薄靶板的厚度有限，但是又必須抵擋投射體高速的撞擊能量，因此，假設薄靶板受高速撞擊後裂紋區消失，且粉碎區半徑佔靶板總厚度的比例增加。本研究假設二種類型的數學模型，將以實驗與模擬法相互驗證，再進一步分析各個假設的合理性。本小節投射體部分採用 7.62mm 銅包鉛錐形彈頭，進行不同厚度 Al_2O_3 理論解析與數值模擬的彈道極限速度預測，因實彈測試受限於投射體速度上限範圍僅能到達 1000(m/s) 左右，若要進行高速 (>1000 m/s) 的解析模型預測，必須採用 (Ansys/Ls-Dyna) 數值模擬法進行驗證。

4.1 驗證分析

圖 6 為不同厚度 Al_2O_3 陶瓷抗彈極限速度理論預測、實驗、模擬值比較。由實驗與分析結果得知，(1) Al_2O_3 靶板厚度小於 20mm 時，實彈值較符合薄靶板解析模型所預測之彈道極限速度。(2) 本研究的數值模擬預測值與實彈驗證值誤差小於 5%。(3) 當 Al_2O_3 靶板厚度大於 20mm 時，實彈測試無法達到 1000m/s 以上，均採用數值模擬進行驗證。由模擬結果得知，靶板厚度大於 20mm 之數值模擬，隨靶

板厚度越厚，其理論預測彈道極限速度越接近厚靶板理論。

圖 6 中 4 條曲線，分別代表一般有限靶板解析解(Thick_model)、第二型有限薄靶板解析解(Thin_model)、實驗值、Ansys/Ls-Dyna 數值模擬值。經由研究結果得知，相同投射體(7.62mm_FMJ)撞擊不同厚度之陶瓷(Al_2O_3)靶板，靶板阻力解析模型分為兩個類型。在厚度較薄時(破壞理論假設:空腔區-粉碎區-彈性區)，此解析值較適用於厚度 30mm 以下之靶板彈道極限速度預測。在厚度較厚時(破壞理論假設:空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區)，此解析值較適用於厚度大於 30mm 以之靶板彈道極限速度預測。

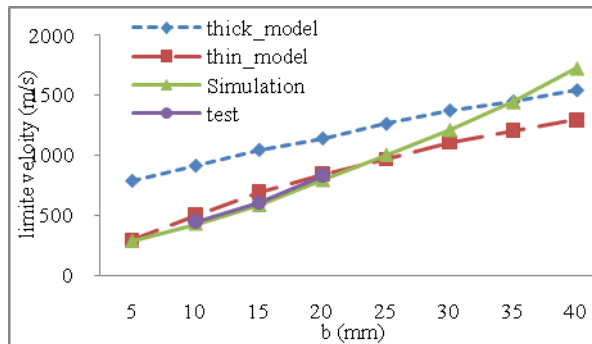


圖 6. 不同厚度陶瓷數值模擬與理論預測彈道極限速度。

4.2 空腔區、粉碎區、裂紋區、彈性區有限模型分析

4.2.1 應力分析

表 1 為不同厚度 Al_2O_3 陶瓷靶板，其空腔區、粉碎區、裂紋區、彈性區交界處的徑向應力、環向應力分析圖表。應力為正值時，表示力的方向是向外的張力方向；應力負值時，表示力的方向是向內的壓縮方向。由表 1 得知，(1). 徑向應力最大值位於空腔邊界處，無論材料厚度，其最大值为 7.6GPa。實際位於空腔內壁處，靶板越厚其能承受徑向應力值越大。(2). 靶板厚度越薄，裂紋區佔靶板總厚度比率越小。於厚度 20mm 時，裂紋區幾乎不存在。(3). 20mm 靶板裂紋區域幾乎不存在，以至於理論(破壞模式:空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區)計算結果彈性區與裂紋區邊界的應力有很大的斷層。(4). 粉碎區與彈性區內的環向應力方向是相反的。由上述(1)-(3)結論，假設四區域

(空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區)破壞理論，較適用於半無限厚度與極厚靶板之彈道極限速度預測。一般有限厚度 20mm 以下，必須假設沒有裂紋區存在。

表 1. 不同厚度 Al_2O_3 的空腔-粉碎-裂紋-彈性等區域徑向應力、環向應力

空腔膨脹理論(推導陶瓷靶板阻力)						
半徑值 (mm)	粉碎區起	粉碎區迄	裂紋區起	裂紋區迄	彈性區起	彈性區迄
應力單位(GPa)						
40	0.381	1.5	1.5	3.15	3.15	4
徑向應力	-7.6	-2.54	-2.6	-0.59	-0.135	0
環向應力	-4.47	-1.46	0	0	0.26	0.19
30	0.381	1.46	1.46	2.34	2.34	3
徑向應力	-7.6	-2.6	-2.6	-1.8	-0.14	0
環向應力	-4.374	-1.493	0	0	0.26	0.19
20	0.381	1.38	1.38	1.4	1.4	2
徑向應力	-7.6	-2.6	-2.6	-2.58	-0.203	0
環向應力	-4.18	-1.493	0	0	0.26	0.159

圖 7 為 Al_2O_3 陶瓷靶板厚度在 20mm、30mm、40mm 時，各區域的徑向應力分析曲線圖。由圖 7 得知，在靶板空腔區外壁所承受應力最大，且靶板厚度越厚，裂紋區所承受的應力會延續粉碎區延伸趨近於零。當靶板厚度越薄，裂紋區與彈性區邊界的徑向應力差異越

大，在邊界處造成很大的斷層現象。當無裂紋區存在，理論假設應把裂紋區移除，僅考慮空腔區-粉碎區-彈性區，重新求得不同區域之半徑值、徑向應力、環向應力、剪應力等。

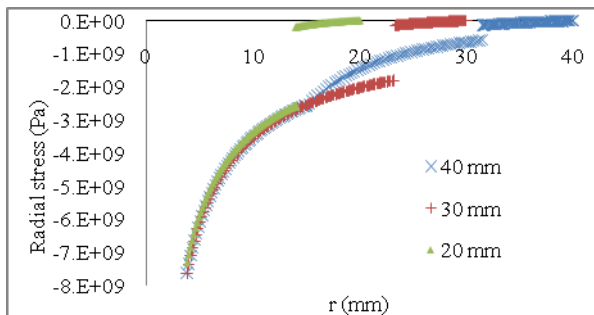


圖 7. 不同厚度 Al₂O₃ 各區域的徑向應力關係。

圖 8 為不同厚度 Al₂O₃ 靶板的空腔、粉碎、裂紋、彈性等區域的環向應力理論分析曲線圖。由圖 8 分析結果得知：(1) 粉碎區與彈性區的環向應力方向不同。在粉碎區應力方向為向外的張力，彈性區應力方向為向內的壓縮力。(2) 裂紋區域內無環向應力存在。(3) 空腔區邊界的靶板環向應力值最大。(4) 無論靶板厚度，粉碎區域內的環向應力曲線是重疊的，由此結果得知，靶板厚度改變，主要影響的是裂紋區域大小。

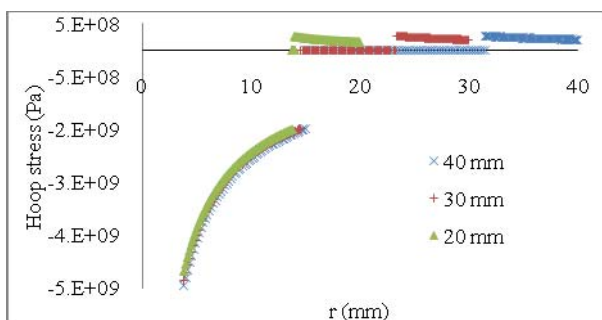


圖 8. 不同厚度 Al₂O₃ 各區域的環向應力關係。

圖 9 為 Al₂O₃ 陶瓷靶板厚度 40mm 各區域的徑向應力、環向應力關係曲線圖。比較 20mm 與 30mm 與 40mm 靶板的徑向應力曲線，由圖 9 顯示 40mm 靶板的粉碎區與裂紋區邊界徑向應力曲線產生轉折點，而圖 7 的 30mm 與 20mm 靶板曲線斜率有漸漸減小趨勢，但是無明顯的轉折現象。因為厚、薄靶板應力分佈，主要差異在裂紋區半徑大小，以至

於較薄靶板的裂紋區必須在有限的半徑範圍內產生有效的徑向應力，因此無明顯的轉折現象產生。

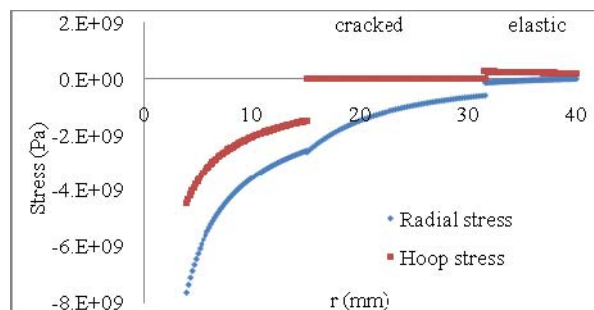


圖 9. Al₂O₃ 陶瓷靶板厚度 4cm 各區域的徑向應力、環向應力關係圖。

4.2.2 剪應力分析

表 2、圖 10 為不同厚度 Al₂O₃ 陶瓷靶板，其空腔區、粉碎區、裂紋區、彈性區交界處的剪應力、壓力關係分析圖表。由表 3、圖 10 結果得知，(1). 剪應力與壓力最大值是在空腔邊界處，無論材料厚度，剪應力最大值為 1.6GPa，壓力最大值為 5.2-5.5GPa。(2). 靶板厚度改變，裂紋區為主要影響壓力與剪應力的區域。由圖 9 曲線得知，粉碎區與裂紋區之間壓力與剪應力產生斷層的壓縮破壞現象；而裂紋區與彈性區之間壓力與剪應力也產生另一斷層的張力破壞現象。(3) 靶板厚度越厚，裂紋區域內的壓力與剪應力值均有漸漸減小的趨勢。此結果與圖 7 趨勢相同，厚度越薄的靶板，其裂紋區與彈性區邊界的應力落差越大。(4) 無論靶板厚度，彈性區域內的剪應力與壓力分佈相同。

表 2. 不同厚度 Al₂O₃ 的空腔-粉碎-裂紋-彈性等區域的壓力與剪應力

空腔膨脹理論(推導陶瓷靶板阻力)						
半徑值 (mm)	粉碎 區起	粉碎 區迄	裂紋 區起	裂紋 區迄	彈性 區起	彈性區 迄
應力單位(GPa)						
40	3.81	15	15	31.5	31.5	40
壓力	5.518	1.84	0.867	0.19	0.128	0.128
剪應力	1.57	0.52	1.3	0.29	0.2	0.096

(Gpa)						
30	3.81	14.6	14.6	23.4	23.4	30
壓力	5.45	1.86	0.867	0.6	0.126	0.126
剪應力	1.62	0.553	1.3	0.9	0.2	0.095
20	3.81	13.8	13.8	14	14	20
壓力	5.21	1.86	0.867	0.8	0.106	0.106
剪應力	1.62	0.553	1.3	1.28	0.23	0.08

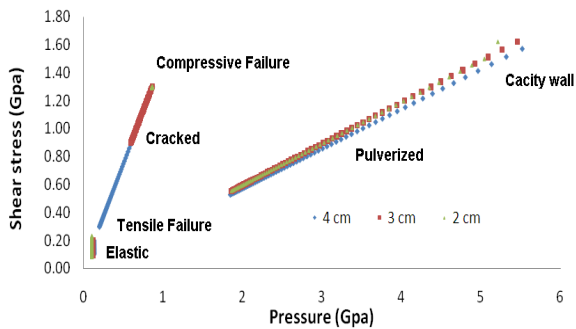


圖 10. Al₂O₃ 靶板厚度各區域的剪切應力與壓力理論分析曲線圖。

4.3 空腔區、粉碎區、彈性區有限模型分析

4.2 小節探討的一般有限靶板解析解模型，經實驗與模擬驗證結果，發現一般解析模型(理論假設:空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區)之預測的解析解，會有高估較薄靶板的抗彈性能或無解的現象。本小節延續 4.2 節之研究，將薄靶板破壞模式的假設進行修正，假設薄靶板假設為 3 個區域，分別為空腔區-粉碎區-彈性區等區域，求得靶板阻力、各區域的應力、剪應力、壓力之間的關係，再進行實驗與模擬驗證分析。

表 3 為不同厚度 Al₂O₃ 的薄靶板，其理論預測值與空腔-粉碎-彈性等區域半徑關係表。相較於表 1 一般有限靶板理論預測值，薄靶板理論預測值，每增加固定單位靶板厚度，其抗彈極限速度也大幅增加；而一般有限靶板理論預測值，每增加固定單位靶板厚度，其抗彈極限速度增加幅度趨於緩和。此趨勢與 4.1 節實驗與模擬驗證結果相同。因為，投射體與靶板材質相同，僅改變靶板厚度，以致於有限靶板抗彈極限速度快速達到無限靶板抗彈極限速度時，曲線漸漸的趨於緩和。

表 3. 不同厚度 Al₂O₃ 的空腔-粉碎-裂紋-彈性等區域的壓力與剪應力

空腔膨脹理論(推導陶瓷靶板阻力)						
半徑值	粉碎區起	粉碎區迄	裂紋區起	裂紋區迄	彈性區起	彈性區迄
4	0.38	1.5	1.5	3.1	3.15	4
壓力	5.51	1.84	0.86	0.1	0.12	0.12
剪應	1.57	0.52	1.3	0.2	0.2	0.09
3	0.38	1.46	1.46	2.3	2.34	3
壓力	5.45	1.86	0.86	0.6	0.12	0.12
剪應	1.62	0.55	1.3	0.9	0.2	0.09
2	0.38	1.38	1.38	1.4	1.4	2
壓力	5.21	1.86	0.86	0.8	0.10	0.10
剪應	1.62	0.55	1.3	1.2	0.23	0.08

4.3.1 應力分析

表 3 為不同厚度 Al₂O₃ 薄靶板理論，其空腔區、粉碎區、裂紋區、彈性區交界處的徑向應力、環向應力分析圖表。應力為正值時，表示力的方向是向外的張力方向；應力負值時，表示力的方向是向內的壓縮方向。由表 3 得知，(1). 徑向應力最大值在空腔邊界處，靶板厚度越厚，徑向、環向應力值越大。此趨勢與 4.2 節一般有限靶板模型，預測之最大徑向、環向應力與厚度無關的結果不同。(2). 靶板厚度越薄，粉碎區與彈性區成等比關係。(3). 粉碎區與彈性區的環向應力方向相反。

圖 11 為 Al₂O₃ 陶瓷靶板薄板理論，厚度在 20mm、40mm 時，各區域的徑向應力分析曲線圖。由圖 11 得知，(1) 在靶板空腔區外壁所承受應力最大，且靶板厚度越厚，空腔區與粉碎區邊界的應力值越大。(2) 無論靶板厚度，粉碎區與彈性區邊界上，應力落差是相同的。(3) 靶板厚度越薄，粉碎區與彈性區成等比關係。

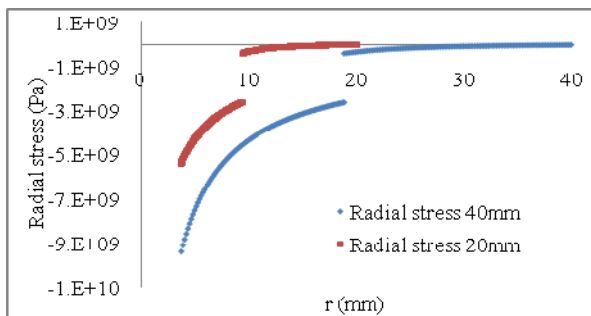


圖 11. 不同厚度 Al₂O₃ 各區域的徑向應力關係。

圖 12 為 Al₂O₃ 陶瓷靶板薄板理論，厚度在 20mm、40mm 時，各區域的環向應力分析曲線圖。由圖 12 分析結果得知：(1) 粉碎區與彈性區的環向應力方向不同。在粉碎區應力方向為向外的張力，彈性區應力方向為向內的壓縮力。(2) 空腔區邊界的靶板環向應力值最大，且靶板厚度越厚，空腔區與粉碎區邊界的應力值越大。(3) 空腔區邊界的靶板環向應力值最大。(4) 靶板厚度改變，主要影響的是粉碎區域內的應力大小。

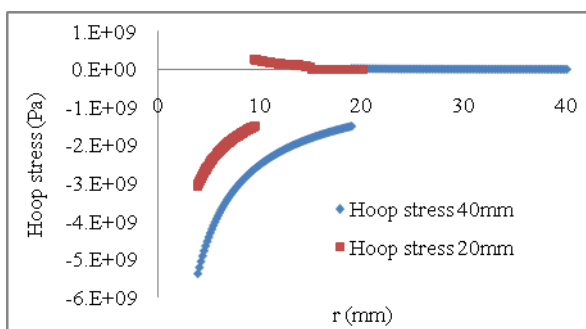


圖 12. 不同厚度 Al₂O₃ 各區域的環向應力關係。

4.3.2 剪應力分析

表 4、圖 13 為不同厚度 Al₂O₃ 薄靶板理論，其空腔區、粉碎區、裂紋區、彈性區交界處的剪應力、壓力關係分析圖表。由表 4、圖 13 結果得知，剪應力與壓力最大值是在空腔邊界處，且靶板厚度越厚，空腔區與粉碎區邊界的剪應力與壓力越大。

表 4. 不同厚度 Al₂O₃ 的空腔-粉碎-彈性等區域的壓力與剪應力

空腔膨脹理論(推導陶瓷靶板阻力)				
半徑值 (mm)	粉碎 區起	粉碎 區迄	彈性 區起	彈性 區迄
應力單位(GPa)				

40	3.81	19.89	19.89	40
壓力	7.3956	1.8824	1.8824	1.0566
剪應力	2.15	0.5675	0.31	0.0385
30	3.81	13.71	13.71	30
壓力	5.435	1.8824	1.8824	0.9843
剪應力	1.639	0.57	0.33	0.03126
20	3.81	8.34	8.34	20
壓力	3.6	1.8824	1.8824	0.9124
剪應力	1.086	0.57	0.341	0.0247
15	3.81	6.08	6.08	15
壓力	2.772	1.8824	1.8824	0.8912
剪應力	0.836	0.567	0.344	0.023
10	3.81	3.99	3.99	10
壓力	1.9557	1.8824	1.8824	0.8797
剪應力	0.5898	0.5675	0.346	0.02198

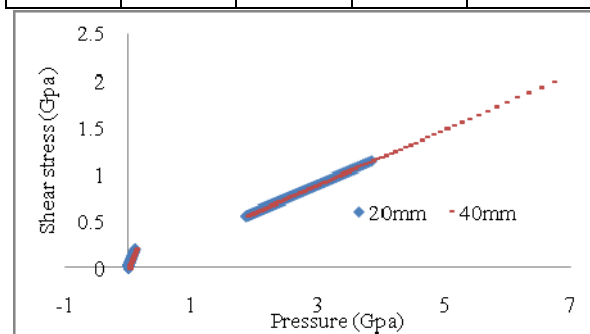


圖 13. Al₂O₃ 靶板厚度 20 各區域的剪切應力與壓力理論分析曲線圖。

五、結論

1. 7.62mm 普通彈高速撞擊氧化鋁靶板，厚度大於 30mm 以上，陶瓷破壞模式較符合四區域破壞模式，如空腔區、粉碎區、裂紋區、彈性區等狀態。且隨厚度增加，裂紋區半徑越大。
2. 7.62mm 普通彈高速撞擊氧化鋁靶板，厚度小於 30mm 以下，陶瓷破壞模式較符合三區域破壞模式，空腔區、粉碎區、彈性區狀態。厚度 20mm 以下裂紋區已不存在。
3. 四區域破壞模型中(4.2 節)，靶板厚度越

薄，裂紋區佔靶板總厚度比率越小。薄靶板(小於 20mm)，裂紋區域過小(幾乎不存在)，以至於彈性區與裂紋區邊界的應力有很大的斷層。此現象是不合理的，必須使用三區域破壞模型(4.3 節)計算靶板阻力。

4. 四區域破壞模型中，粉碎區與彈性區的環向應力方向相反。
5. 本文利用空腔膨脹理論建立兩種不同破壞模式的有限靶板理論模型，第一型為四區域破壞模式:空腔區-粉碎區-裂紋區-彈性區，第二型為三區域破壞模式:空腔區-粉碎區-彈性區。
6. 四區域破壞理論預測 30-40mm 靶板彈道極限速度，理論與數值模擬誤差約 10%。三區域破壞理論預測 5-30mm 靶板彈道極限速度，理論與數值模擬誤差約 15%。

參考文獻

- [1] Hill R., The mathematical theory of plasticity, England, Oxford at the clarendon press, Chap. 4, pp. 97-104, 1952.
- [2] Tate A., "A theory for the deceleration of long rods after impact," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 15, pp. 387, 1967.
- [3] Tate A., "Further results in the theory of long rod penetration," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 17, pp. 141, 1969.
- [4] Tate A., "Long rod penetration models-part I. A flow field model for high speed long rod penetration," International Journal of Mechanical Science, Vol.28, No8, pp.535-548, 1986.
- [5] Alekseevskii V. P., "Penetration of a rod into a target at high velocity," Combustion Explosion and Shock Waves, Vol. 2, No. 2, pp. 99-106, 1966.
- [6] Forrestal M. J., Longcope D. B., "Target strength of ceramic materials for high-velocity penetration," J. Appl. Phys., Vol. 67, pp.3669, 1990.
- [7] Wright S. C., Huang Y., Fleck N. A., "Deep penetration of polycarbonate by a cylindrical punch, Mechanics of Materials," Vol. 13, pp. 277,1992.
- [8] Yehuda Partom, "On the hydrodynamic limit of long rod penetration," Int. J. Impact Engng, Vol. 20, pp. 617, 1997。
- [9] Sikhanda Satapathy, Atephan Bless, "Calculation of penetration resistance of brittle materials using spherical cavity expansion analysis, Mechanics of Materials," Vol. 23, pp. 323, 1996.
- [10] Kartuzov V. V., Galanov S. A., Ivanov S. M., "Concept of ultimate fracture velocity in the analysis of spherical cavity expansion in brittle materials: application to penetration problems," International Journal of Impact Engineering, Vol. 23, pp. 431, 1999.
- [11] Sikhanda Satapathy, Atephan Bless, "Cavity expansion resistance of brittle materials obeying a two-curve pressure-shear behavior," J. Appl. Phys., Vol. 88, pp.4004, 2000
- [12] Sikhanda Satapathy, "Dynamic spherical cavity expansion in brittle ceramics," International Journal of Solids and Structures, Vol. 38, pp. 5833-5845, 2001.
- [13] Fawaz Z., Zheng W., and Behdinan K., "Numerical simulation of normal and oblique ballistic impact on ceramic composite armour," Composite Structures, Vol. 63, No.3-4, pp.387-395, 2004.
- [14] Resnyanky A. D., "DYNA-modeling of the high-velocity impact problems with a split-element algorithm," International journal of impact engineering, Vol.27, No.7, pp.709-727, 2002.

