

具間隙之軋機主傳動系統扭轉振動分析

鄭耀輝¹ 王紀瑞¹ 劉朝士² 朱世強² 陳德煒^{2*}

¹ 建國科技大學自動化工程系暨機電光系統研究所

² 國防大學理工學院動力及系統工程學系

摘 要

本文利用質量旋轉慣性矩與彈簧系統，建立軋機主傳動系統數學模式，再以數學模擬的方式對其運動方程式加以積分，模擬主傳動系統扭矩自由振動與受到瞬間扭矩所造成的動態反應，並探討當傳動系統元件間有間隙時，其對系統反應之扭矩放大係數值所造成的影響。

關鍵詞：軋機，主傳動，間隙，扭矩放大係數

Torsional Vibration Analysis of the Rolling Mill's Main Drive System with Backlash

Yaug-Fea Jeng¹, Jee-Ray Wang¹, Chao-Shih Liu², Shr-Chiang Ju², and Der-Wei Chen^{2*}

¹Department of Automation Engineering & Institute of Mechatronic Systems, Chienkuo Technology University

²Department of Power Vehicle and Systems Engineering, National Defense University

ABSTRACT

This paper analyzes torsional vibration of the rolling mill's main drive system. The main drive system can be modeled as a series of concentrated inertias connected by massless torsional springs. The results of free vibration and forced vibration due to impulsive torsional force are investigated by numerical integration of the equations of motion from the mass-spring system. The effect of clearance between coupled components to the Torsion Amplification Factor (TAF) is also discussed.

Keyword: Rolling mill, Main drive system, Backlash, Torque amplification factor

一、前言

鋼材是國防工業中重要的原料，許多武器系統都需要大量的鋼材來進行生產。目前煉鋼廠均以自動化的連續方式進行生產，其中軋機為鋼廠中連續製造軋鋼的重要機具。軋機的主要功用係在生產過程中以軋輥(Roller)對鋼胚施壓，鋼胚在來回往復運動中，易使軋機的主傳動系統發生二種常見的動態運動問題，亦即扭矩振動(Torsional vibration)與扭矩瞬間衝擊(Torsional shock)[1]。扭矩振動所產生的問題主要是指系統或其元件在操作範圍中，可能會引發與系統自然頻率相同的共振現象，這種振動會造成很大的振幅，進而對元件疲勞壽命、系統性能、產品品質與環境噪音等造成影響。另一種則是由於咬鋼、拋鋼或操作狀態改變等所造成的瞬間扭矩，此種瞬間的作用力改變，常常會對系統產生短暫的高扭矩[1-4]。由於傳動軸受力後直接的反應是軋輥軸產生扭矩，故評估系統產生的最大扭矩與受外力作用的扭矩比值是軋機研究方面常用的指標，此指標稱為扭矩放大係數(TAF, Torque Amplitude Factor)，在受到瞬間扭矩衝擊時，主傳動軸量測的扭矩放大因子(TAF)會比一般操作狀態時大很多[1]，數學式子定義如下：

$$TAF = \frac{T_{\max}}{T_m} \quad (1)$$

式中 T_{\max} 為力矩最大尖峰值， T_m 為力矩穩定值。

影響 TAF 的因素很多，包括傳動機結構、電動機響應、料件厚薄、製程參數改變(如間隙、進料速度、潤滑狀況等)等都有影響[1]，本研究主要針對間隙提出探討，傳動系統在偶合之處都會有些許的間隙存在，這些間隙在主要軋機系統的長時間運轉磨耗下，會隨時間而逐漸加大。這些間隙在軋機以怠速運轉時是閉合的，但是當鋼料進入軋道時，由於鋼料的速度高於軋輥的速度，故當咬入鋼料軋件時，軋輥受到鋼料軋件頭部的撞擊而向前加速，從而使原來閉合的間隙脫開。在此瞬間鋼料軋件被迅速咬入，軋制力形成的力矩立即使軋輥減速並使脫開的間隙重新閉合，從而產生衝擊，易造成軋件的損壞[2]。

二、研究方法

2.1 數學模式建立

雖然軋機系統複雜，然其受力後的動態反應，可以透過模式化方式，將該系統加以簡化。以圖1的粗軋機傳動系統為例，矩形方塊內數字分別代表：1、12為軋機上下驅動馬達，6、9為上下萬向接軸，7、8為上下軋製工輥，3、5、10為傳動軸，2、4、11為聯軸器。

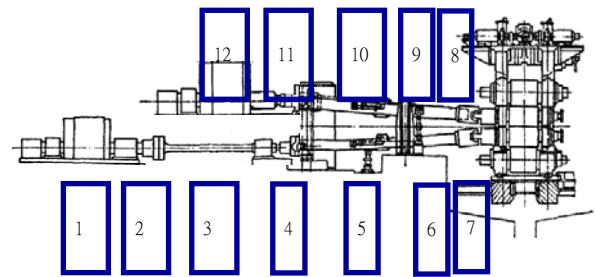


圖1. 粗軋機傳動系統機構圖。

為了瞭解軋機主傳動系統中產生的扭轉振動與相關參數之間的關係，可將扭轉振動先以一個簡單的模型來說明圓盤與連接軸彼此之間的關係。考慮一個旋轉系統如圖2，一個具有旋轉慣性矩 J 的圓盤與一個軸徑為 D 的軸相接，若知連接軸長度為 l ，且其剪力模數(shear modulus)為 G ，則當圓盤端所受到的力矩為 M_t 時，其旋轉角度 θ 為：

$$\theta = \frac{M_t l}{JG} \quad (2)$$

連接軸的等效旋轉剛度(equivalent rotational stiffness)可定義為：

$$k_t = \frac{M_t}{\theta} = \frac{JG}{l} \quad (3)$$

由圓盤所受外力及慣性力之平衡關係可得運動方程式：

$$J \ddot{\theta} + k_t \theta = 0 \quad (4)$$

2.2 間隙模式

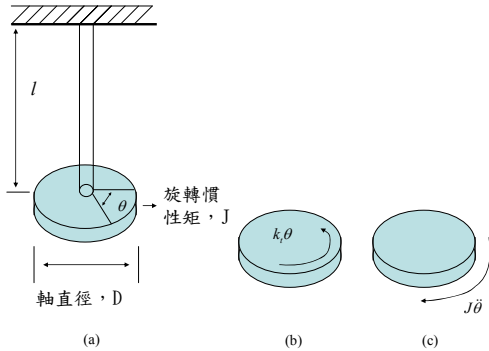


圖2. 圓盤與連接軸旋轉系統。

解(4)式的微分方程式可得其自然頻率為：

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J}} \quad (5)$$

由以上理論，軋機的各段連接軸之轉動慣量 J 與扭轉剛度 K 參考文獻[3]可分別以下公式計算

$$J = \frac{\pi \rho D^4 l}{32g} \quad (6)$$

$$K = \frac{\pi G D^4}{3200l} \quad (7)$$

其中材料密度為 ρ ，軸或盤的直徑為 D ，軸或盤的長度為 l 。

透過上述圖2圓盤與連接軸旋轉系統模式將粗軋機的傳動元件簡化為慣量 J ，而各傳動元件間為無轉動慣量但具有扭轉剛度的 K ，以此原則並在忽略其系統中的阻尼效應，可將系統機構建立為受扭振作用的質量彈簧系統模型(如圖3所示)。

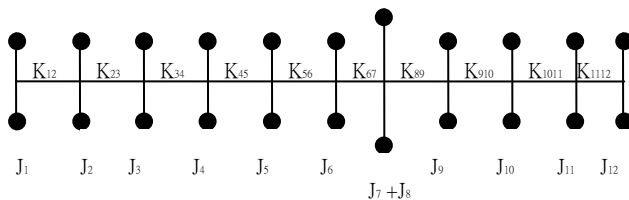


圖3. 軋機扭振簡化模型。

一般在軸的連接器(couplings)與齒輪箱(pinion stand)中的齒輪(gears)處都難免會有間隙存在，這些間隙當受到作用力突然變化時，會有反衝(backlash)的現象發生，對於軋機而言，最重要的是在軋軛凸鋤(spade)與主軸連軸器的套管(spindle coupling sleeve bore)部分所產生的反衝，因為這個位置產生的反衝會加速其磨損，使得間隙逐漸增大，對於機件運轉會產生重要影響，其主要原因是當鋼料咬入時，鋼料速度較快且與軋軛方向相反，故對於軋軛會造成一個反方向的振動扭力，造成反衝作用，並對系統間隙的位置造成一個衝擊力(impulse load)，若其位置又在或靠近振動節點(vibration node)，那此衝擊力會引起TAF極大的增加，特別是具較剛性的系統，若靠近具間隙的軸其扭轉剛性係數低，那即便是件係產生的反衝現象發生在節點附近，也不會產生太大的影響[4]。據1971年Kashay學者研究顯示，當此間隙值為原設計4倍時[4]，產生的TAF將是原來設計值的2倍，此刻應該特別關注在咬入處的TAF值，至於其他位置間隙影響TAF的狀況要看其設計而定，尤其是當其位置落在自然頻率時，衝擊的激盪會引發自然頻率的共振，進而產生較大扭矩，造成TAF急速上升。此外，反衝屬於一種非線性的現象，可能造成系統頻率間有相互作用的結果，但此部分須靠電腦運算來驗證[5-10]。

本研究主要係探討傳動間隙對於扭轉振動的影響，故須先對該間隙如何納入模式中加以探討。依據文獻報告，目前軋機主傳動系統的動力學模式中對於間隙的處理方式主要有三種，分別為：

(1)解析分析法：將間隙視為存在於系統中會影響彈性係數的參數，以解析的方法分析衝擊作用，以 Duhamel 積分來導出一系列的理論公式，可以將間隙與系統響應的關係用數學式子來表現，但此方法對於複雜的系統而言，非常困難，故僅適用於簡單之系統[1]。

(2)將間隙視為系統的初始條件：此方法透過理論分析，找到鋼料速度與軋軛速度差之間關係，再積分為角度差，並以其作為間隙對扭轉振動所造成的初角位移或初角速度，但此方法對於衝擊較小或者是間隙閉

合以後不會再打開的系統才適用[4]。

(3)利用數值模擬方式：此為最常用的間隙處理方式，其方法是將間隙視為扭矩與扭轉角間存在有一種 backlash 的關係，並將扭轉剛性 k_{ij} 表示為會隨 $\theta_i - \theta_j$ 變化的值，其與扭矩 T_{ij} 關係如下：

$$T_{ij} = k_{ij}(\theta_i - \theta_j) \quad (8)$$

其中 k_{ij} 代表該扭段的扭轉剛度， $\theta_i - \theta_j$ 為兩個圓盤間的轉角差。

以圖1軋機傳動系統為例，假設在下軸系的軋軛(7)與萬向接軸(6)間有間隙發生的可能，依其有無間隙發生，其扭轉剛性係數 \tilde{K}_{67} (torsional stiffness) 可表示為下圖4模式。

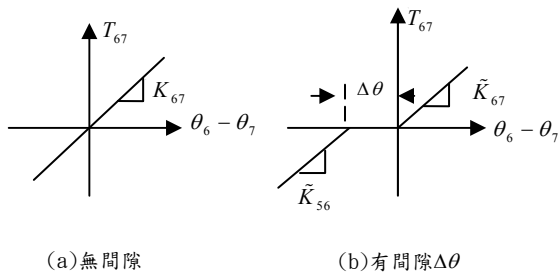


圖4. 有無間隙軸段的相對轉角和軸段力矩關係圖。

上圖(b)說明當6與7之間在傳輸扭力時有間隙 $\Delta\theta$ 產生時，將有backlash之現象，即二者相差角在 $\Delta\theta$ 之內是沒有任何阻力，也就是沒有扭矩之產生，軸段力矩 T_{67} 與 $\theta_6 - \theta_7$ 可用數學形式表示[4]：

當無間隙時， K_{67} 為常數(斜率)，其扭轉扭力為

$$T_{67} = K_{67}(\theta_6 - \theta_7) \quad (9)$$

當有間隙存在時，將分三段來看，如下

$$T_{67} = \begin{cases} \tilde{K}_{67}(\theta_6 - \theta_7) & \theta_6 - \theta_7 \geq 0 \\ 0 & -\Delta\theta < (\theta_6 - \theta_7) < \Delta\theta \\ \tilde{K}_{67}[1 + \Delta\theta / (\theta_6 - \theta_7)] & \theta_6 - \theta_7 \leq -\Delta\theta \end{cases} \quad (10)$$

2.3 加載扭矩模式

對軋機外加的負荷扭矩主要來源有二，分別為馬達的驅動力矩與軋軛的軋製力矩，

簡單的外加力矩可以模擬為斜坡加載的狀況(如圖5)

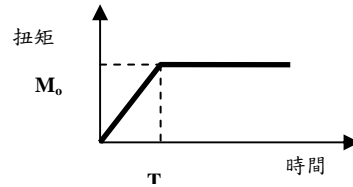


圖5. 馬達扭矩加載的斜坡函數模式。

其中 T_0 為咬入時間，到達該時間後，扭矩會成為一個穩定值 M_0 。但因為咬入時因為料件狀況不同，可能有不同的扭矩加載型態，大致可分為三種形式，分別為斜坡函數(Ramp Function)、階梯函數(Step Function)與箭頭函數(Arrowhead Function)，如下圖[1]：

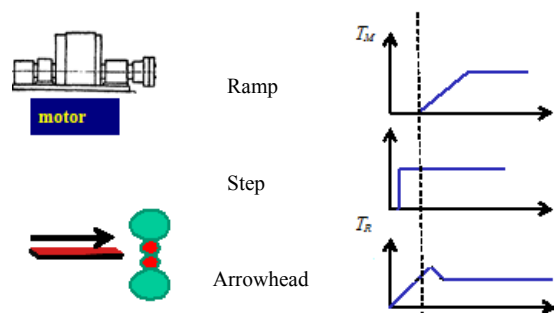


圖6. 馬達驅動力矩與軋機的軋製力矩的模式。

觀察進料狀況，我們將馬達的驅動力矩模式設為斜坡函數，而軋軛的軋製力矩模式設為箭頭函數(如圖6)，這是因為鋼料咬入時會對軋軛產生一個較大的衝擊波，而俟咬入後才逐漸回到穩定狀態。另通常馬達的反應會稍慢，而與軋制力矩有一個等間差。

2.4 微分方程式及矩陣模式建立

為探討主傳動系統的質量彈簧之連結元件(如軸連結器)間有間隙時，其鋼料軋件咬入(bite in)與拋出(tail out)的動態反應，我們需將該系統以受力狀況下的微分方程組先建立出來。Guy Monaco指出[5]，軋機主傳動系統的動力學模式系由一組運動微分方程式與驅動系統組合而成，軋機的驅動系統分為兩大部分，一個為質量彈簧所組成的機械子系統，另一個為電力驅動的馬達控制系統，軋

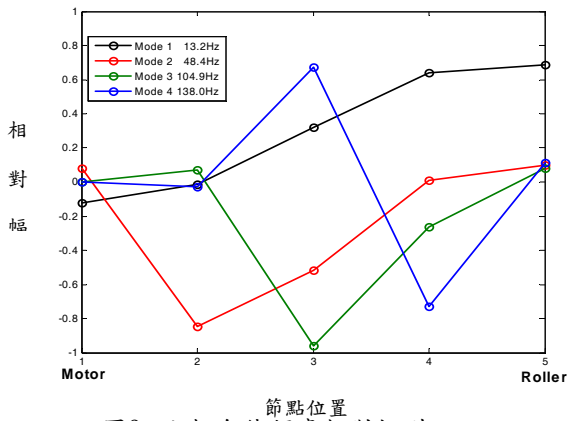


圖9. 上軸自然頻率相對振型。

3.2 受力振動分析

進一步將前述軋機主傳動系統的馬達驅動力矩模式設定為斜坡函數，軋軋的軋製力矩模式設定為箭頭函數(如圖10)，我們能配合不同的初始角度、角速度及不同間隙，模擬在不同馬達的驅動力矩與軋製力矩的施力狀況下，各系統的各節段其力矩有何不同，並分析其與間隙開閉之關係。

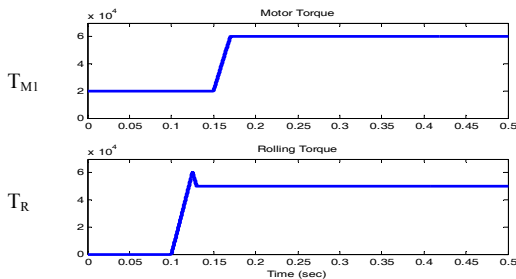


圖10. 馬達及進料軋製力矩函數。

3.3 咬合過程的現象探討

首先假設軋製力矩由 0.05 秒開始咬入，在 0.06 秒時產升一個脈衝波到 $5 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{m}$ ，到 0.1 秒後達到穩定軋製力矩 $4 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{m}$ ，馬達則稍晚於咬入產生反應，而於 0.06 秒開始上升到穩定力矩 $4 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{m}$ ，將此二個力矩與具間隙軸段 6-7 的剛性係數 \tilde{K}_{67} 變化同時比較(如圖 11)，我們可將整個咬入過程分為三個階段來看：

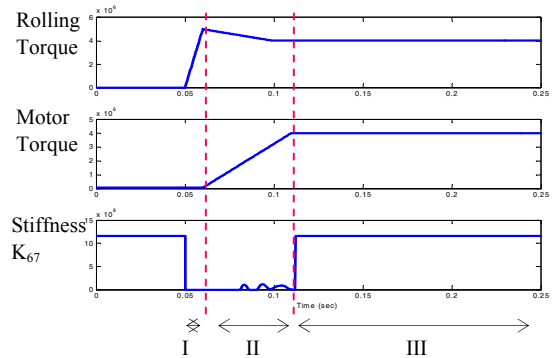


圖11. 下軋系統間隙存在時對扭矩剛性的關係圖。

- Phase I：板塊速度以大於軋軋速度撞擊，造成間隙打開，板塊速度開始減緩，馬達速度開始加速，以達同步。
- Phase II：板塊與軋軋速度同步後，馬達力矩尚未及時建立，動摩擦改為靜摩擦，板塊的滑動現象停止，間隙開始慢慢閉合，引發系統衝擊響應。
- Phase III：間隙閉合造成的衝擊引發各段產生不同扭矩，間隙可能再度打開，但一旦馬達力矩建立後，間隙不再打開，以無間隙方式運動。

3.4 間隙大小的影響

3.4.1 TAF與上軋間隙大小之關係

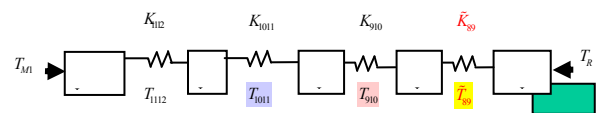


圖12. 上軋系統存在間隙示意圖。

依上圖顯示，間隙存在於工軋接頭 \tilde{K}_{89} 位置，分別以不同間隙並依MATLAB程式計算 T_{1011} 、 T_{910} 與 T_{89} 三軸段TAF值，比較間隙與TAF值的關係。表3為三軸段於不同間隙的TAF值。

表3.上軋系統各軸段TAF值表

上軋軸段 (TAF)			
Gap	T1011	T910	T89(gap)
0.004	1.7358	1.7558	1.9541
0.006	1.7009	1.7931	2.1916
0.008	1.7206	1.8115	2.3907
0.010	1.7647	1.8187	2.5737
0.012	1.8050	1.8183	2.7411
0.014	1.8409	1.8071	2.9041
0.016	1.8726	1.8137	3.0737
0.018	1.8912	1.8673	3.2255
0.020	1.9041	1.8985	3.3126

由表內得知間隙對於各軸段都產生較大的TAF值(均大於1.7)，且較靠近間隙的 T_{45} 軸段其TAF值對間隙大小變化較遠離間隙軸段(如 T_{34})敏感，並有顯著之正相關關係(如圖13)，當間隙達0.02 radian時，其TAF約為3.3。

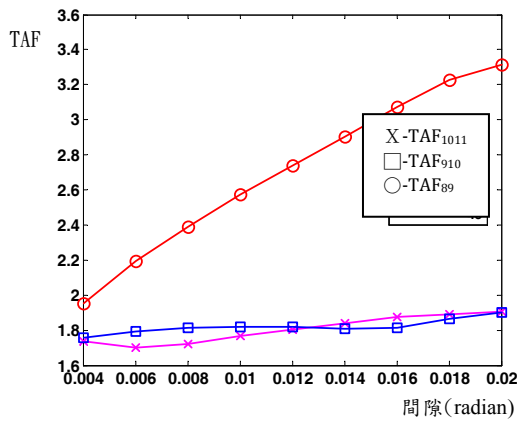


圖13. 上軋各軸段TAF與間隙交互作用圖。

3.4.2 間隙大小與間隙閉合時間

圖14為下軋軸段扭矩與時間的關係圖，該間隙同樣位於靠近工軋的6、7質點之間，圖中A點為含間隙軸段打開時間點，B點為閉合時間點，計算AB二點所需時間，可知其間隙打開後閉合所需時間，AB間的小突起代表角度反轉到另一端咬合處，故在 T_{67} 的圖中可見到力矩為零的水平處，是對應到二個角度差落於間隙區段的結果，而當角度差超過間

隙值時，反轉過大，而使 T_{67} 值為負值。

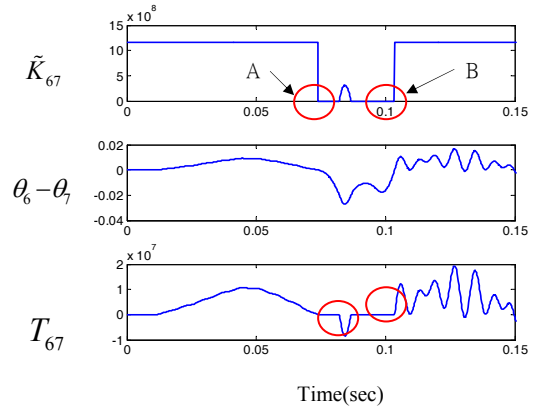


圖14. 下軋各軸段TAF與間隙交互作用圖。

接著我們分析在不同間隙時，打開到閉合所需的AB時間(如圖15)，間隙由0.004 逐增到0.02時，由圖中曲線得知間隙大小在0.016以下時與閉合所需時間成一正相關，但再持續增加間隙時，其所需時間並未增加，此係因其反轉沒有大到負扭矩區所致。

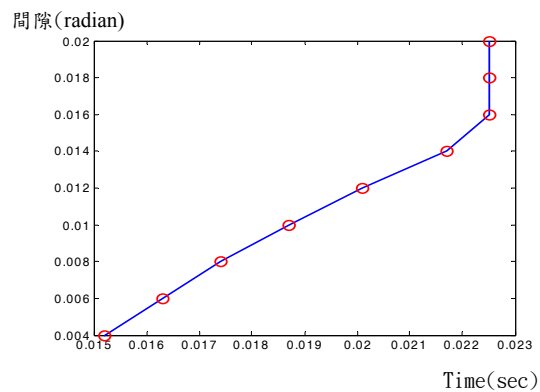


圖15. 下軋系統間隙大小與閉合所需時間關係圖。

3.4.3 間隙大小與不同區段扭矩峰值

依照圖10的馬達及軋機受力狀況，對下軋傳動系統做模擬，模擬軸段 T_{56} 為無間隙區段， T_{67} 處為含間隙區段，並比較間隙由0.006 逐增至0.02radian時，其軸段在 T_{56} 與 T_{67} 處的扭矩峰值變化(如圖16)。由圖中可觀察在相同間隙時，含間隙區段扭矩峰值遠大於無間隙區段，且其變化斜率也遠大於無間隙區段，故案量測到間隙之變化，宜將量測點靠近可能發生間隙之軸段，才能有充足時間預

先做出因應措施。

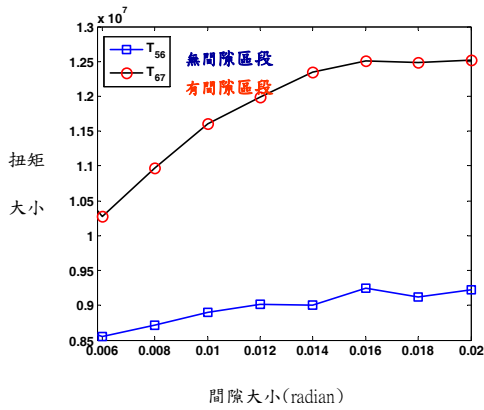


圖16. 下軋系統間隙大小與閉合所需時間關係圖。

3.4.4 軋製週期中瞬間 TAF 之變化

當下軋軸系受力狀況如圖17所示，間隙為0.005radian，其軋製力矩由0.05秒開始咬入鋼料，在0.06秒時產升一個脈衝波到 $7 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{m}$ ，到0.1秒後達到穩定軋製力矩 $4 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{m}$ ，馬達則稍晚於咬入產生反應，而于0.06秒開始上升到穩定力矩 $4 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{m}$ ，並於0.3秒時鋼料拋出。

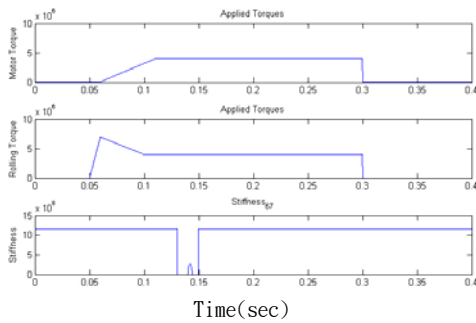


圖17. 下軋系統間隙存在時對扭矩剛性的關係圖。

依其咬合過程探討，吾等可以計算無間隙軸段 T_{56} 與有間隙軸段 T_{67} 由咬入到穩定過程中TAF的瞬間變化狀況(如圖18)。觀察 T_{67} 在鋼料咬入、穩定和拋出的TAF值變化，發現在鋼料咬入時間0.05秒到0.1秒時，其最大TAF值為2.274；在穩定時間0.1秒到0.3秒之間，最大TAF值為2.664；在鋼料拋出時間0.3秒到0.4秒時，最大TAF值為1.173。

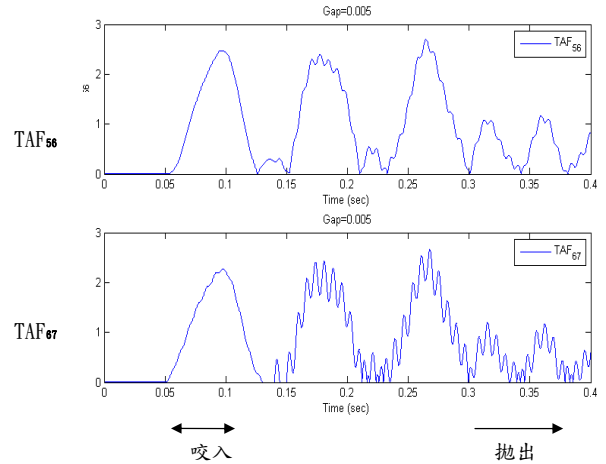


圖18. 下軋系統間隙存在時軸段TAF瞬間變化圖。

四、結論

利用質量彈簧的系統可以將複雜的軋機系統予以簡化，且對於其模式化已有相當多的文獻可以參考與驗證，本研究以MATLAB軟體進程式撰寫工作，探討不同間隙的模擬研析結果方面，主要可得出如下結果：

- (1) 間隙存在時，咬入與間隙閉合有三階段之關係。
- (2) 間隙打開後的閉合時間與間隙大小成正相關，但若間隙大到某一程度，其閉合時間為常數值，此係因為反衝已不會再碰到另一方向的阻擋。
- (3) 在相同受力狀況下，間隙造成的衝擊所產生之最大扭矩TAF與間隙大小也成正相關。
- (4) 量測位置靠近間隙位置時可以觀察到間隙造成扭矩為零的現象，但在其他段扭矩較不易觀察到此現象，但其扭矩TAF仍將受到間隙影響而放大。

參考文獻

- [1] 鄒家祥、徐樂江，冷連軋機系統振動控制，北京冶金工業出版社，第88-106頁，1998。
- [2] 張旭，”間隙衝擊對軋鋼機主傳動系統過載的影響”，科技資訊，第14期，第106頁，2009。
- [3] 汪冰，”1420mm冷軋機主傳動系統扭轉振動分析”，淮海工學院學報，第13卷，第

3期，2004。

- [4] 周金宇，陳占福，”考慮間隙時粗軋機主傳動扭振分析”，*重型機械*，第3期，第49-54頁，2006。
- [5] Alex Kashay, “J&L-AISE Torque Amplification and vibration Investigation project”, *Iron and Steel Engineer*, PP.55-70,1973.
- [6] Guy Monaco, “Dynamics of rolling mills – mathematical models and experimental results”, *Iron and Steel Engineer*, PP35-46,1977.
- [7] John Wright, “Mill drive system to minimize torque amplification”, *Iron and Steel Engineer*, PP.56~50, 1976.
- [8] Decker Walker and Jonas Soltis, *Curriculum and Aims, IEICE Trans.Fundamentals*, Vol. E81-A, No. 10, pp. 2133-2137, 1998.
- [9] Herman, A. S., Jr., and Wright, J., “Determination of hot-strip mill torque amplification factors”, *Iron and Steel Engineer Tear Book*, PP.649-658,1969.
- [10] Thomas, C. W., Jewik, H. and Stratford, R. P., “Torque amplification and torsional vibration in large reversing mill drives”,*Iron and Steel Engineer Year Book*, PP. 271-289, 1969.
- [11] 周金宇，陳占福，”粗軋機主傳動扭振分析”，*鋼鐵*，第42卷，第5期，2007。