

封閉型轉盤系統流場計算之紊流模式評估

曾培元 朱裕瑞*

國防大學中正理工學院航空工程學系
*國防科學研究所

摘要

本研究以數值計算方式探討封閉型轉盤系統之紊性流場，採用二階上風法則之有限差分程序求解橢圓型態統御方程式；首要目標在於封閉型轉盤流場紊流模式之評估，而選用 STD $k-\varepsilon$ 、Two-Layer $k-\varepsilon$ 、 $k-\omega$ 及 Low Re $k-\varepsilon$ 等四種模式，與 Itoh et al. [1] 之實驗數據比較，以探討其層紊流轉性現象並分析紊流模式之適用性；結果顯示 Low Re $k-\varepsilon$ 模式可較準確模擬此流場之特徵。其次，分析旋轉雷諾數及間隙比等重要參數對其流場結構特性（艾克曼邊界層、史第華生邊界層、旋轉核及層紊轉性）之影響。而所得之流場結構分析與測評結果，可供旋轉流場計算之紊流模式選用或改進之參考。

關鍵詞：封閉型轉盤系統，紊流模式，層紊流轉性

An Assessment of Turbulence Models for Flow Computations in Enclosed Rotating Disk System

Pei-Yuan Tzeng and Yu-Jui Chu*

*Department of Aeronautical Engineering
*Graduate School of Defense Science Studies
Chung Cheng Institute of Technology,
National Defense University*

ABSTRACT

A numerical study is undertaken on the turbulent flow due to an enclosed rotating disk. The solutions are obtained with a second-order upwind scheme of finite-difference procedure for the elliptic-type governing equation. The assessment of turbulence models is the main focus of this paper, four models (STD $k-\varepsilon$ model, Two-Layer $k-\varepsilon$ model, $k-\omega$ model and Low Re $k-\varepsilon$ model) are used for the estimation of the turbulent fluxes. Comparing the predictions of the velocity distribution and transition from laminar to turbulent, the Low Re $k-\varepsilon$ model shows reasonably better agreement with the experimental study of Itoh et al. [1]. In addition, the computations are performed to investigate the effects of rotational Reynolds number and gap ratios on the flow structures (Ekman Layer, Stewartson Layer and Rotating Core). The results provide better understanding of the flow physical mechanism and may reveal useful information for model improvement of rotating flow computations.

Key words: enclosed rotating disk, turbulence model, laminar-turbulence transition.

一、前言

旋轉流動 (Rotating Flow) 在航空工程應用上是很重要的,而轉盤系統紊流場之重要特性,則在於可類比渦輪引擎的壓縮機、渦輪機之內部流場,這些流場均有強烈的旋轉效應和高曲度流動特性,多屬高雷諾數之紊流狀態,所以須將其旋轉效應與紊流模式納入分析,才能深入探究此等流場之結構特性;此等複雜問題之分析至為重要且深具挑戰。又因渦輪引擎壓縮機、渦輪機內部高溫及高速旋轉之特性,使得實驗量測變得相當困難,而在轉盤系統中模擬高旋轉紊流之流場計算分析,便成為設計參考之重要數據來源。

將渦輪引擎壓縮機、渦輪機內部轉子與定子系統間之內流場,簡化其外型如圖 1(a) 所示,此封閉型轉盤系統設定為由轉子 (Rotor)、定子 (Stator) 及固定之外罩 (Shroud) 所組成,屬於轉盤流場 (Rotating-Disk Flows) 之一;而流場特徵則如圖 1(b) 所示,其 δ 、 ϑ 及 ξ 分別代表轉子盤、定子盤及外罩之邊界層厚度;圖 1(c) 與圖 1(d) 則分別代表其切向、徑向平均速度分量與其對應邊界層。由於轉盤流場具有「簡單外形與複雜現象」之特性,為理論流體力學極佳之模型 (Theoretical Model),而成為流體力學之重要經典議題,其相關文獻相當豐富,如 Owen and Rogers [2]。

對於轉子-定子系統之封閉型內流場之實驗研究,早在 1960 年 Daily and Nece [3] 已有研究呈現,其研究重點以實驗與理論分析為主,流場特徵可依據旋轉雷諾數 (Re_ϕ) 與間隙比 ($G = s/b$) 兩項參數劃分,而有四種組合情況: (1) 小間隙層流區, (2) 大間隙層流區, (3) 小間隙紊流區, (4) 大間隙紊流區;各有其對應之流場結構及邊界層特徵。

日本學者 Itoh, et al. [1] 對此流場之研

究,有較精確實驗分析,除提供平均速度之實驗數據外,並提出重要結論,說明定子盤之邊界層紊性較強;而轉子盤之邊界層在高轉速情況下,存有層性流區域;靠近旋轉軸附近仍有再層化區域 (Relaminarized Region) 出現;此外,並指出層紊流轉性之評估主要參數,須以局部雷諾數為依據。

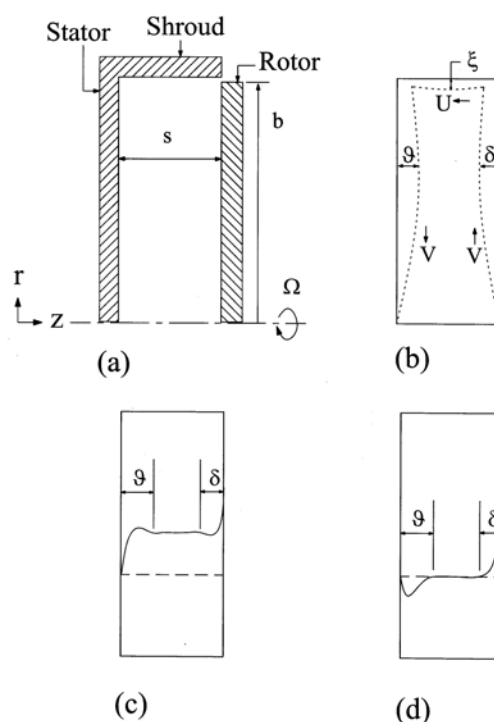


圖 1. 封閉式轉盤流動系統示意圖: (a) 幾何外形, (b) 流速方向與邊界層, (c) 切向速度與邊界層, (d) 徑向速度與邊界層。

封閉型旋轉流場在受限範圍具有強烈之紊流旋轉效應,並有層、紊流區同時存在,若要準確模擬此流場結構及層紊轉性之特徵,需有較精確之紊流模式;另因旋轉效應造成不穩定之情況,影響數值計算程序之收斂性,致使數值研究成為一項困難的問題;而採用適當的紊流模式更是不可或缺的必要條件;因此,回

顧相關文獻，以綜整應用於轉盤系統之紊流模式為本研究之先期工作，而依據流場特性歸納較具代表者如下：

Owen et al. [4] 分析具有源-沉流之旋轉空室 (Rotating Cavity)，應用動量積分方式求得艾克曼邊界層 (Ekman Layer) 方程式之解，可用較少的計算資源獲得流場特性。然真實旋轉空室流場結構之研究，仍須使用較精確之有限差分法則配合橢圓型態偏微分求解程序，才能獲取較準確之流場特徵。因此，Chew [5] 遂以 Gosman and Ideriah [6] 之 TEACH 程式為基礎架構，求解橢圓型態偏微分方程組，成功的應用於計算層性之旋轉流場。

其後，Chew [7, 8] 之論著，分別採用 $k-\varepsilon$ 與混合尺度紊流模式 (Mixing Length Models)，分析具有源-沉流之雙轉盤、定子-轉子盤及單轉盤等流場；其 $k-\varepsilon$ 模式又可分為高雷諾數模式與低雷諾數模式兩種，高雷諾數模式須與壁函數 (Wall Function) 合併應用；而低雷諾數模式採用 Launder and Sharma [9] 版本；其結論指出，由於流場中艾克曼邊界層具有轉變為層性的特徵，而在分析此處三種流場時，其兩種紊流模式之應用均無法獲得良好之成果。

Truman and Jankowski [10]，採用非等向性混合尺度模式，分析定子盤與轉子盤之邊界層，其模擬成果可準確顯示近牆處之徑向速度分佈特性。其後，Shirazi and Truman [11]，採用 Jones and Launder [12] 之低雷諾數紊流模式，結果顯示較優於 Truman and Jankowski [10] 所使用之混合尺度模式。

Vaughan and Turner [13] 與 Chew and Vaughan [14]，分析轉子-定子系統紊性流場中之近牆處及旋轉核區域，分別採用等向性混合尺度紊流模式與 Launder and Sharma [9] 低雷諾數紊流模式；結果顯示混合尺度模式無法

適用在層流效應較強之情況下，而低雷諾數紊流模式則可模擬獲取大部分流場特性，但在旋轉核區則無法獲得較好結果。

在 Morse [15] 之研究中，於紊流模式傳輸方程式中加入非等向性效應，以修改 Launder and Sharma [9] 紊流模式，模擬具有徑向流入或流出之旋轉空室流場特性，其流場預測之準確度情況大致良好；但對於具有徑向流出之情況則否，而在紊性流場之層性化區域 (Laminarized Region) 顯現遲滯現象，而顯現不合理之情況。在 Morse [16] 中，則採用改良 Jones and Launder [12] 模式，模擬之旋轉雷諾數範圍可擴大至 $10^5 \sim 10^7$ ，而所得結果與實驗值相當符合。而在 Morse [17] 沿用 Jones and Launder [12] 模式，加入非等向性之低雷諾數紊流模式，分析封閉型流場，旋轉雷諾數範圍亦可擴大至 $10^5 \sim 10^7$ ；並且擴大應用於同轉與反轉之轉盤流場分析，獲得良好成效。

在 Iacovides and Chew [18]，採用四種紊流模式分析具有組合流之轉子-定子系統紊性流場，其中三種為區域型雙流層模式 (Two-layer Models)，即以 $k-\varepsilon$ 模式模擬其主流區，而近牆區則以單一方程及兩種不同混合尺度方式處理，第四種模式則完全應用混合尺度之處理方式；結果顯示區域型雙流層模式較優於混合尺度模式，而其中又以 $k-\varepsilon$ / 單一方程模式之適用性最佳。

Kilic et al. [19] 針對反向旋轉圓盤內之特性流場進行分析，採用 Launder and Sharma 模式 [9] 與 Morse [17] 之低雷諾數模式兩種；發現 Launder and Sharma 模式較具有強健特性，計算過程較容易收斂，並可避免 Morse 模式處理外單與轉盤交界 y^+ 值設定之難處，而其計算結果與實驗量測值較能相符。

Elena and Schiestel [20] 採用代數型、雷

諾應力型及 Launder and Sharma 模式 [9] 等三種，分析封閉型與具有源-沉流之定子-轉子盤系統；其中代數型應力模式 (ASM)，設定渦漩核心區以 Rodi's hypothesis 為基礎，而邊界層區域仍以低雷諾數 $k-\varepsilon$ 紊流模式處理，此則視為區域型模式；結果顯示，應用較高階並考慮旋轉效應之雷諾應力紊流模式，可獲得較準確之結果；而其結論仍指出，主要偏差量發生在層紊流轉性區之平均速度分佈，顯現此三種模式均無法準確預測此一特徵；並認為要改善其數值預測結果之未來努力工作，將朝向發展更通用的紊流模式，並能用簡單方式考量旋轉效應之內隱項。

由上述關於轉盤系統之研究回顧，可歸納其應用之紊流模式如下：標準型 $k-\varepsilon$ 模式、低雷諾數 $k-\varepsilon$ 模式、混合尺度模式、區域型雙流層模式及雷諾應力模式；其中，低雷諾數 $k-\varepsilon$ 模式、區域型雙流層模式及雷諾應力模式，可獲得較準確之流場特性。在 Elena and Schiestel [20] 研究中顯現，較高階之雷諾應力紊流模式雖可稍微改善流場模擬結果，而對於流場層、紊流轉性之特徵仍然無法準確預測；但卻大增其計算之複雜程度與計算時間，並隨之增加經驗常數，則相對減低一般應用問題之通用性。另就低雷諾數 $k-\varepsilon$ 模式而論，在 Vaughan and Turner [13]、Chew and Vaughan [14]、Morse [15-17] 及 Kilic et al. [19] 等研究中，則顯現較佳之適用性，並具有較大之發展空間，而廣為應用於轉子-定子系統、同轉與反轉之轉盤紊性流場分析，並獲得良好成效。然在 Patel et al. [21] 研究中，分析比較以往研究者所採用之低雷諾數 $k-\varepsilon$ 紊流模式，而整理 1972-1982 近十年期間所發展者，共有七種模式；以模擬邊界層流場（包括具有正向、逆向及零壓力梯度等）作為測試評估，發現其中以 Launder and Sharma [9] 及 Chien

[22] 兩種模式表現較佳。由於 Launder and Sharma [9] 模式已廣為應用於轉盤系統流場，而 Chien [22] 之低雷諾數 $k-\varepsilon$ 紊流模式卻未見使用，因此，本研究將選用作為主要分析評估之模式。

然就工程師之觀點而論，對於流場之預測評估，必須考慮適當的物理模式反映流場真實現象，獲取足夠準確的流場特性，並顧及有效之數學工具所可提供準確模擬計算；因此，目前對於高階雷諾應力紊流模式與雙方程紊流模式之評價，尚無明顯定論。對此簡單外型流場，雖可用直接模擬法 (Direct Numerical Simulation, DNS) 處理，但就工程設計應用參考而言，此法較為複雜且耗時而不符實際經濟效用原則，因此本研究不考慮此模式。

就上述論點，而設定本論文之研究目標如下：以 Itoh, et al. [1] 實驗分析之封閉型旋轉流場作為探討對象，由其實驗數據作為模擬結果之驗證比對，並依據旋轉雷諾數、間隙比兩項參數，作為探討流場結構特徵之指標；而模擬流場中層紊流轉性之特徵，更是紊流模式之嚴格考驗，可作為評估之重要參考，本研究將以 Chien [22] 之低雷諾數 $k-\varepsilon$ 紊流模式作為測試評估對象，標準型 $k-\varepsilon$ 模式為參考基礎，並加入一般常用之 $k-\omega$ 模式及區域型雙流層模式，共同測試評估其適用性，使之成為封閉型旋轉流場紊流模式研究之基礎，而可提供轉盤流場計算分析之紊流模式選用或改進之參考。

二、數學模式

本研究所求解之統御方程式為橢圓型態之二維定常不可壓縮 Navier-Stokes 方程式，由於探討旋轉系統流場，所以必須使用圓柱座

標系統之統御方程式型態，為簡化計算問題而假設為軸對稱，其方程式如下：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z}(\rho U \Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V \Phi) \\ &= \frac{\partial}{\partial z}(\Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\Gamma_{\Phi} r \frac{\partial \Phi}{\partial r}) + S_{\Phi} \end{aligned} \quad (1)$$

Φ ：當其值為 1 表連續方程式，在動量方程式則分別為 U、V、W。

Γ_{Φ} ：一般表示為 $\Gamma_{\Phi} = \mu_{\text{eff}} / \sigma_{\Phi}$ ，而 $\mu_{\text{eff}} = \mu_t + \mu$ 。

由於旋轉效應使流場具有高度紊流特性，測試評估適當的紊流模式為本研究之重點，亦是模擬分析之必要條件；而選用 Launder and Spalding [23] 的 STD k- ϵ 模式 (k- ϵ)，Chen and Patel [24] 的 Two-Layer k- ϵ 模式 (2-Layer)，Wilcox [25] 的 k- ω 模式 (k- ω) 及 Chien [22] 的 Low Re k- ϵ (LRE) 模式等四種，以模擬此高旋性之紊性流場；其相關之傳輸方程式綜整表示如下：

紊流動能方程式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z}(\rho U k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V k) = \frac{\partial}{\partial z}[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial z}] \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) r \frac{\partial k}{\partial r}] + S_k \end{aligned} \quad (2)$$

紊流耗散率方程式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z}(\rho U \epsilon) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V \epsilon) = \frac{\partial}{\partial z}[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\epsilon}}) \frac{\partial \epsilon}{\partial z}] \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\epsilon}}) r \frac{\partial \epsilon}{\partial r}] + S_{\epsilon} \end{aligned} \quad (3)$$

其中，源項分別為 $S_k = \rho(G_{\epsilon} - \beta^* \varphi - D)$ ，

$S_{\epsilon} = \rho \frac{\varphi}{k} (C_{\epsilon 1} f_1 G_{\epsilon} - C_{\epsilon 2} f_2 \varphi \lambda) + E$ ；而其他變數

則設定如下： φ 在 k- ϵ 模式中，設定

$\varphi = \epsilon$ ；而在 k- ω 模式，則設定 $\varphi = \omega = \epsilon/k$ 。

μ_t 表示為 $\mu_t = \rho C_{\mu} f_{\mu} k \eta$ ，當 $\eta = k/\epsilon$ 時，為 k- ϵ 、2-Layer 及 LRE 模式所用；而 $\eta = 1/\omega$ 則用於 k- ω 模式。

β^* 、 λ 在 k- ω 模式中，設定 $\beta^* = k$ ，

$\lambda = k\omega$ ，其他三種模式之 $\beta^* = 1$ ， $\lambda = \epsilon$ 。

D、E 在 LRE 模式中，設定 $D = 2\nu k/y^2$ ，

$E = -2\nu(\epsilon/y^2)\exp(-0.5y^+)^2$ ；其他三種模式則

設為 0。 f_1 、 f_2 及 f_{μ} ，在 LRE 模式中

設定 $f_1 = 1.0$ ， $f_2 = 1 - 0.22\exp[-(\text{Re}_t/6)^2]$ ，

$f_{\mu} = 1 - \exp(-0.0115y^+)$ ；其他模式之 f_1 與

f_2 均設定為 1； f_{μ} 之值在 k- ϵ 與 k- ω

模式中為 1，而在 2-Layer 模式中，則設定

$f_{\mu} = \frac{[1 - \exp(-\text{Re}_t/50.3)]}{(1 + 5.3/\text{Re}_t)}$ 。 G_{ϵ} 之表示則為，

$$G_{\epsilon} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_j}{\partial x_i}。$$

在近牆處理上，STD k- ϵ 模式 [23] 須

引用壁函數；以無因次之近牆雷諾數 y^+ 值

為 11.5 為分界，其下與對應之無因次速度 u^+

呈線性關係；而當 y^+ 大於 11.5 時，則與 u^+

呈對數關係如下所示：

$$\text{若 } y^+ \leq 11.5, \text{ 則 } u^+ = y^+ \quad (4)$$

$$\text{若 } y^+ > 11.5, \text{ 則 } u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (5)$$

其中， $y^+ = y_p u_{\tau} / \nu$ ， $u^+ = \frac{u_p}{u_{\tau}}$ ， $u_{\tau} = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{0.5}$ ，

$\kappa=0.4$ (von Karman 常數) 與 $E = 9.0$ ，而 y_p 及 u_p 為近牆第一點之距離與速度。

就 $k-\omega$ 模式 [25] 而言，則須設定第一層格點須落在 $y^+ \approx 1$ 之層流次層內，其 ω 值為 $7.2(v/y_p^2)$ ；而在 2-Layer 模式 [24]，當 $f_\mu < 1$ 時之近牆處理，則設定 $\varepsilon = k^{2/3}/\ell_\varepsilon$ ；紊流模式中所選用之常係數 ($C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$)，如表 1 所列。

本研究所採用的數值方法為控制體積積分法，將統御方程式 (1) 化為有限差分方程式，並結合適當的起始、邊界條件求解；計算程序為 van Doormaal and Raithby [26] 所提出之 SIMPLE-C 演算法則；格點系統則採用非均勻交錯格點 (Non-uniform Staggered Grids) 配置，對於流場中物理量變化梯度大的邊牆，將格點局部加密，以產生非均勻格點分佈，期能分析此流場之細部結構；處理對流項之空間離散方式採用 Shyy et al. [27] 之二階上風數值差分法則求解，而擴散項的處理則採用中央差分法則。

應用有限體積法積分統御方程式 (1) 所建構之差分方程式，並將之化簡成代數方程式型態如下：

$$A_p \Phi_p = \sum A_i \Phi_i + S_\phi \quad (6)$$

其中， $A_p = \sum A_i$ ，而 S_ϕ 則為源項。

求解的疊代過程係採用 LBL-TDMA (Line-By-Line, Tri-Diagonal Matrix Algorithm) 矩陣解法，求解此擬線性系統，直到滿足收斂標準，其標準定義如下：(N 為總格點數)

$$\text{Res} = \frac{1}{N} \sum |\text{Res}_p| < 10^{-4} \quad (7)$$

$$\text{Res}_p = \left(\frac{\sum A_i \Phi_i + S_\phi - A_p \Phi_p}{A_p \Phi_p} \right) \quad (8)$$

在格點分配上，則採用適當的擴張係數，使近牆格點分配較密集，並配合紊流模式中引用壁函數或抑制函數 (f_μ) 之近牆處理；軸向之格點疏密以中央軸平面為對稱面 ($z = s/2$)，其擴張係數值為 1.15 ~ 1.20；其徑向之分配，則設定中央區域為均勻分佈，而在對稱軸與外罩附近則較密集，其擴張係數為 1.10 ~ 1.15；並進行格點驗證。

表 1. 紊流模式之常係數。

Model	C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
k- ε	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
k- ω	1.0	0.556	0.075	2.0	2.0
2-Layer	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
LRE	0.09	1.35	1.8	1.0	1.3

此處所探討之具外罩轉子定子轉盤系統，在 Itoh et al. [1] 之研究，已有精確之實驗數據，而以此作為主要的驗證參考。首先依據其實驗設計參數，設定轉盤半徑 ($R = 250$ mm)、軸距間隙 ($S = 20$ mm)，即固定間隙比為 0.08，並設定旋轉雷諾數 ($Re_\phi = 10^5$)，取四組網格數 (62*62、82*82、82*102 及 102*102)，配合適當的擴張係數，獲知 82*102 及 102*102 兩組網格與實驗數據均甚為接近；為準確模擬其流場現象特徵，且在考慮計算時間因素時，本研究之計算遂採用 82*102 之網格配置。

三、結果與討論

在 Itoh et al. [1] 之研究中發現，在高旋轉速率之條件下，定子盤之邊界層紊性較強，轉子盤之邊界層仍可存有層性流區域，而近轉軸區則具有再層化區；亦即顯現流場內之結構特性，除具有高旋轉紊流特性外，尚有層流特性；所以，紊流模式除須能預測其紊流特徵外，更須能捕捉近牆邊界層及核心渦流區等具低雷諾數特性之流場特徵，因此紊流模式之測試評估為本研究之首要主題。其次，由於此複雜流場之層、紊流特性交錯結合，層紊流轉性區之範圍預測及流場結構特性之分析，便成為觀察重點；而旋轉雷諾數與間隙比為相關之重要參數，其合併效應對流場結構之影響則為本文之另一研究主題。

(一) 紊流模式之適用性評估

以 Itoh et al. [1] 之封閉型旋轉流場實驗為依據，設定流場外型及參數，探討固定間隙比 ($G = 0.08$) 及旋轉雷諾數為 10^5 之情況，比較層流模式及 $k-\epsilon$ 紊流模式所得之解，如圖 2、3 所示為流場在不同徑向位置之切向、徑向速度分佈圖；先由切向速度分佈特性分析計算模式之適用性，觀察兩盤近牆區艾克曼邊界層及核心區速度分佈特性，發現 $r/b = 0.60$ 以下均可較準確顯現，而在 $r/b = 0.80$ 時，其值開始高於實驗值；並發現紊流模式高估兩盤近牆區艾克曼邊界層之值，因而使得核心區平坦特性較不明顯，僅在 $r/b = 0.94$ 顯現核心區之模擬值較接近實驗值。其次，就徑向速度分佈特性分析，更可顯現紊流模式高估兩盤近牆區艾克曼邊界層值之情形，而核心區平坦特性更不明顯。由上述分析，可得知旋轉雷諾數

為 10^5 時之計算模式，應選用層流模式較為合宜，而紊流模式則較不適用；因此，在一般文獻中將此時之整體流場視為完全層流區域。

當旋轉雷諾數逐漸增加，其層、紊流特性交錯結合之複雜流場隨之產生，而參考 Itoh et al. [1] 之研究，發現旋轉雷諾數增加至 10^6 時，流場在 $r/b = 0.40$ 與 0.60 間有明顯轉性現象；因此，本研究即設定此時之流場，作為探討層紊流場轉性現象之基礎，並藉以分析紊流模式之適用性。先由實驗值觀察流場特性，如圖 4 為流場在不同徑向位置之切向速度分佈圖，顯現中央核心區具有平坦的分佈特徵，其值近乎固定值，並隨徑向位置增高而增大，在 $r/b=0.4$ 與 $r/b=0.6$ ，其局部雷諾數各為 $1.6E5$ 、 $3.6E5$ ，相對應之切向速度值分別約為 0.35 、 0.40 ，有著明顯落差；依據 Itoh et al. [1] 解釋，稱此為流動型態之改變 (Change of Regime)，認為在低於 $r/b=0.4$ 時，其流動型態仍屬層性流動，而在高於 $r/b=0.6$ 時，其流動型態則屬完全紊性流動 (Fully Turbulent Flow)，因而相對在此二區間，即屬層紊流轉性區之流場。

圖 5 顯現不同徑向位置之徑向速度分佈圖，可作為艾克曼邊界層的厚度指標，而觀察其變化情況又可作為層紊轉性之參考；對應圖 4 之切向速度分佈特性，可發現在圖 5(d) $r/b=0.40$ 時，轉子端具有較薄之艾克曼邊界層，屬於層性流場，圖 5(c) $r/b=0.60$ 時，其艾克曼邊界層開始增厚，轉性為紊性流場；而在圖 5(a) $r/b=0.94$ 與圖 5(b) $r/b=0.80$ 轉子端的厚度已明顯增加，屬於紊性流場。觀察定子端之艾克曼邊界層特徵，發現在圖 5(d) $r/b=0.40$ 時，早已顯現紊性流場。由上述之觀察分析得知，在徑向位置 $r/b=0.60$ 時，中央核心區之切向速度分佈值與轉子盤近牆區艾克曼邊界層變化，可顯現此流場「層、紊流轉性」特徵。

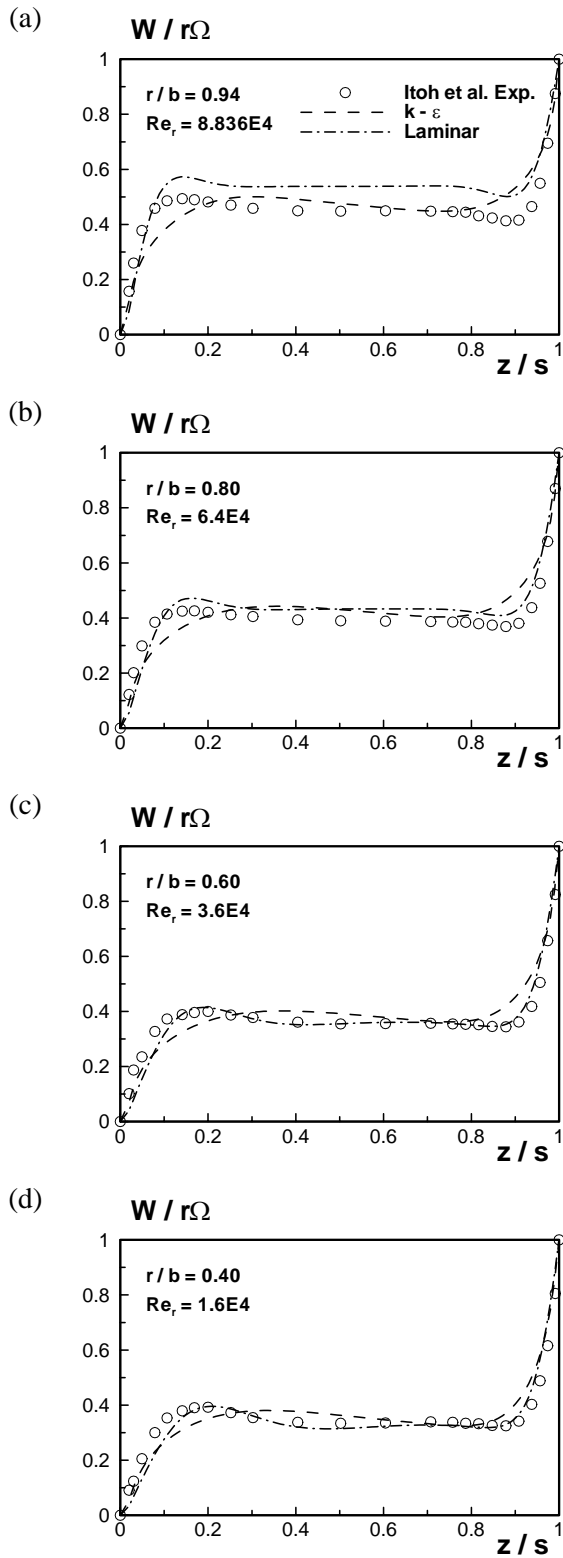


圖 2. $Re_\phi = 10^5$ 之切向速度分佈圖。

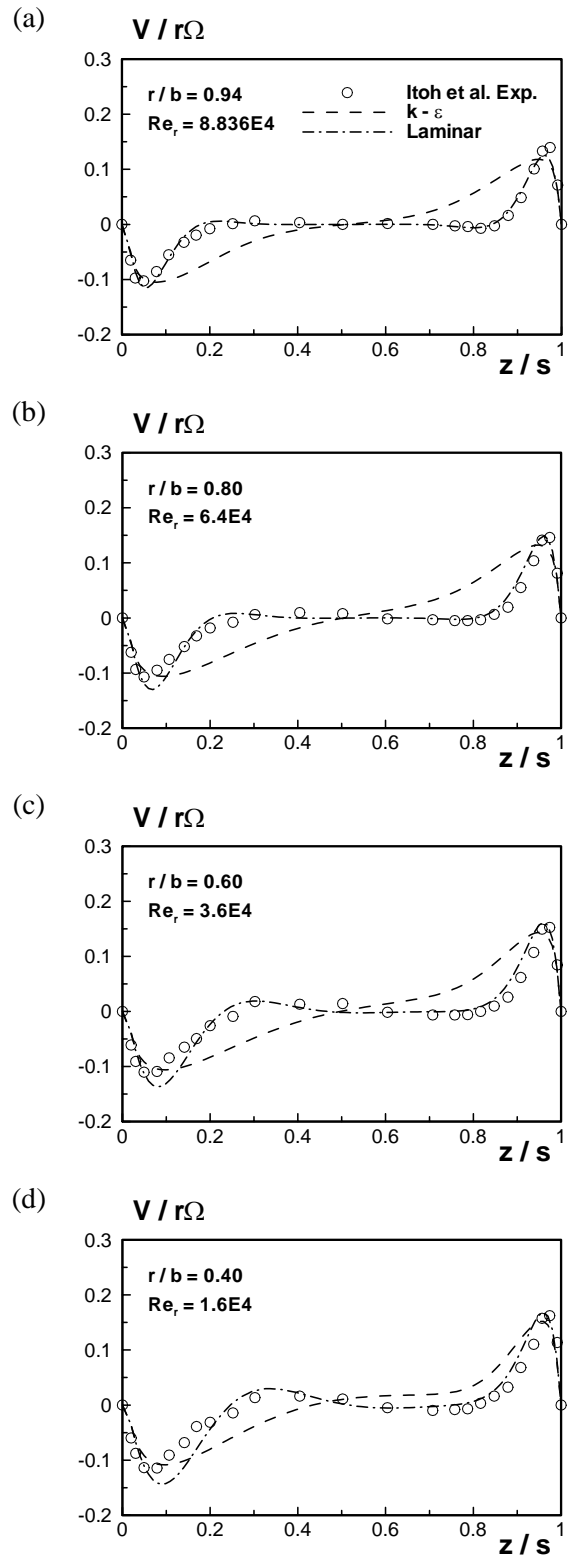


圖 3. $Re_\phi = 10^5$ 之徑向速度分佈圖。

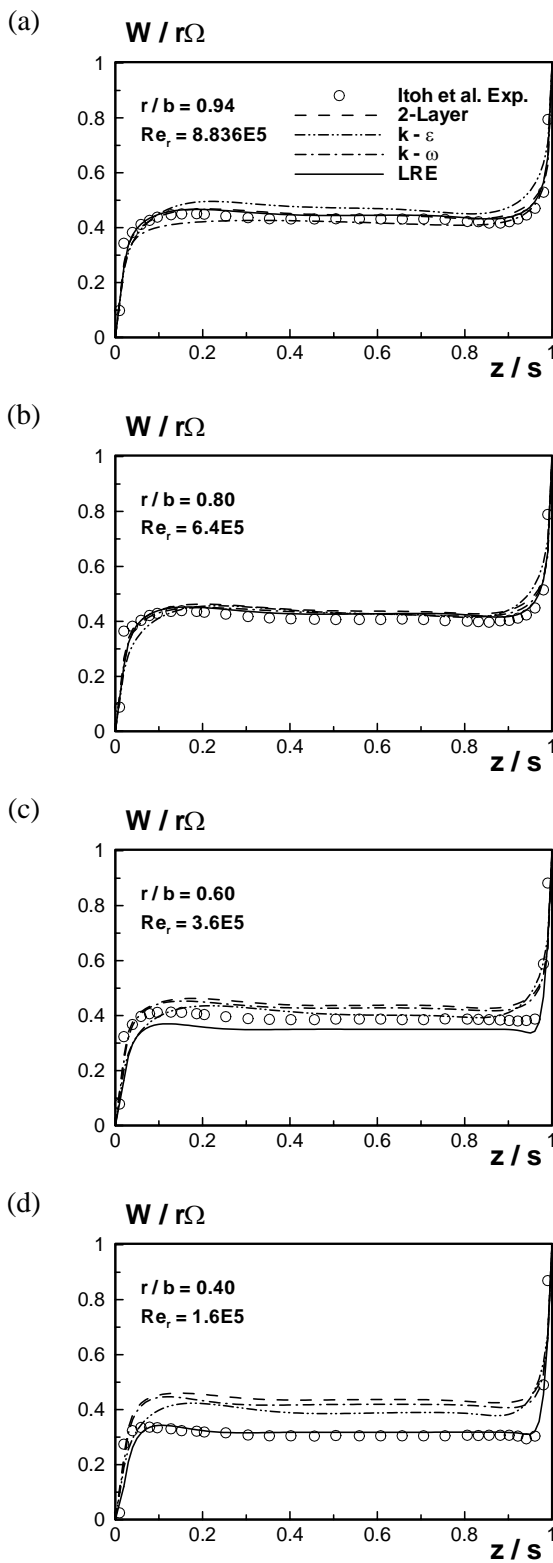


圖 4. $Re_\phi = 10^6$ 之切向速度分佈圖。

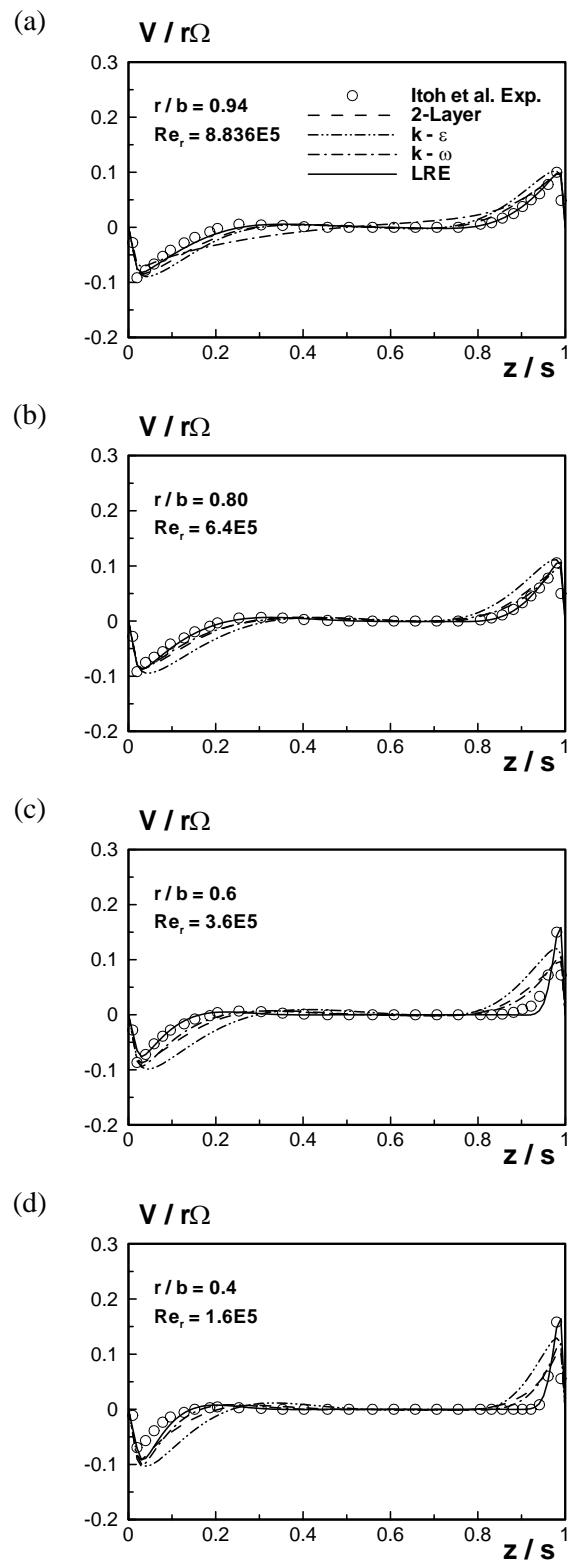


圖 5. $Re_\phi = 10^6$ 之徑向速度分佈圖。

因此，依據上述之流場切向、徑向速度分佈特性分析紊流模式之適用性，觀察圖 4(a) $r/b=0.94$ 時，發現 $k-\varepsilon$ 模式計算值明顯偏高，2-Layer 及 LRE 兩種稍微偏高，而 $k-\omega$ 模式則略為偏低；在圖 4(b) $r/b=0.80$ 之情況，顯現此四種模式均略高於實驗值；圖 4(c) 則顯示 $r/b=0.60$ 時， $k-\varepsilon$ 、 $k-\omega$ 及 2-Layer 三種模式計算值偏高，而 LRE 模式卻偏低；然在圖 4(d) $r/b=0.40$ 時，則僅 LRE 模式較接近實驗值。

觀察圖 5(a) $r/b=0.94$ 時之徑向速度分佈圖，發現 $k-\varepsilon$ 、2-Layer 及 LRE 三種模式接近實驗值，而 $k-\omega$ 模式則偏差較大，其近壁之分佈曲線被過度壓制而低估其值；在圖 5(b) $r/b=0.80$ 時，則顯現 $k-\varepsilon$ 模式則過度預測其近牆處之紊流效應及艾克曼邊界層的厚度；而圖 5(c) 5(d) $r/b=0.60$ 與 $r/b=0.40$ 時，則顯示 $k-\varepsilon$ 、 $k-\omega$ 及 2-Layer 三種模式均過度預估了艾克曼邊界層的厚度；對於轉子端近牆處艾克曼邊界層之特徵，亦僅有 LRE 模式可較準確模擬。

上述結果顯示，此封閉型高旋性之流場，因內部層、紊流特性交錯結合，而各區間流場均顯現其強烈的區域特徵性，而當旋轉雷諾數為 10^6 時，本研究所使用之高雷諾數紊流模式，僅能較準確預測 $r/b=0.60$ 以上之紊性較強之流場現象，而對於 $r/b=0.40$ 以下低雷諾數區域，則僅有 LRE 模式可以較準確預測此流場特性。因此就整體觀點而論，LRE 模式為較佳之紊流模式。

(二) 旋轉雷諾數對流場結構之影響

本研究之第二項目標，探討旋轉雷諾數對流場結構特性之影響，先設定分析範圍在 $Re_\phi = 10^5 \sim 10^7$ 之間，而固定間隙比 ($G=0.08$)，其 $r-z$ 平面之流線圖與速度向量示意圖之情況，如圖 6 所示，此流線分佈圖所顯示之物理

意義為無因次化之質量流率，其無因次正規化程序係以分子黏性係數與轉盤外徑之乘積為基底，如此在分析探討流場流線特性時，即可不受流體性質影響。流場之特徵亦可由圖 6 顯現，其內部流動之基本結構相似，在定子、轉子圓盤附近各具有明顯之邊界層，稱之為艾克曼邊界層，而在外罩附近之邊界層則稱之為史第華生邊界層 (Stewartson Layer)，此三部分之邊界層之特徵可與圖 1(b) 相對應，因此得知流場內部具有明顯的局部區域特徵。

靠近轉子圓盤之流場由於轉盤旋轉所帶動，切向速度之流場為其主要流動型態；而旋轉效應將伴隨產生之離心力，使之具有向外甩出趨勢，產生徑向流動；當流體之徑向運動流至外罩附近，受限於固定邊界而呈現聚集現象，並迫使流體繼續往定子方向流動；因此，靠近定子圓盤之流體須向內流動；此種流動型態稱之為旋轉流場之二次流動 (Second Flows) 現象。而此流動特性則形成單一渦流現象，且其渦流中心較靠近外罩；由軸向觀察此流場之分佈特性，可發現此流線走向先由定子圓盤之邊界層分離出，延軸向往轉子圓盤流動，而捲入轉子圓盤之邊界層中；對應於圖 4、5 之切向速度與徑向速度分佈特性，更可清楚顯現在個別圓盤邊界均存有邊界層，在轉子圓盤端具有流出之邊界層，而定子圓盤端則具有流入之邊界層；並有一明顯的中心旋轉核區，其特徵在於徑向速度近乎為零，且切向速度亦隨不同之徑向位置而呈現固定值，稱之為旋轉核 (Rotating Core) 區域；此等流場特性均屬於 Batchelor-type 流動特徵。

觀察其邊界層特性，發現外罩之史第華生邊界層質量流率變化遠大於轉子與定子之艾克曼邊界層，其值隨著旋轉雷諾數增大而增加；當旋轉雷諾數值為 10^5 時，質量流率最小，而速度向量示意圖卻顯示靠近旋轉軸處之

艾克曼邊界層較厚於其他兩種算例，此即顯示離心力之效應無法深入擴及此區域，而邊界之黏性效應仍為主導因素；當旋轉雷諾數值增為 10^6 及 10^7 ，如圖 6(b)、6(c)所示，流場結構

外形雖大致相同，但其質量流率值卻明顯增大，分別提高一至兩個量階。由上述流場結構特徵之分析，更可顯現旋轉雷諾數為影響旋轉流場之主要參數。

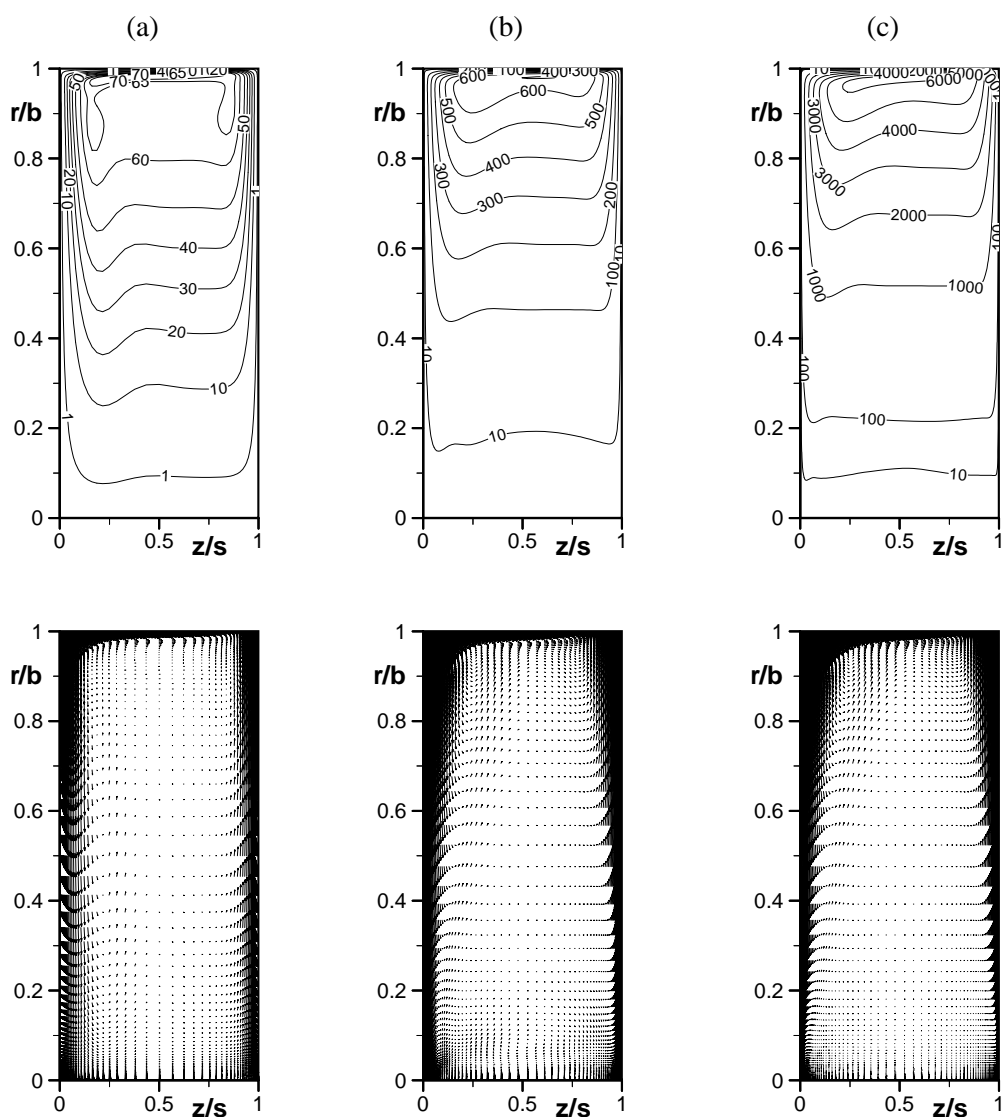


圖 6. 間隙比 $G = 0.08$ 時，不同旋轉雷諾數之流線圖與速度向量示意圖：(a) $Re_\phi = 10^5$ ；
 (b) $Re_\phi = 10^6$ ；(c) $Re_\phi = 10^7$ 。

(三) 間隙比對流場結構之影響

由於本研究所模擬的旋轉流場為封閉型，即無強制組合流 (Superimposed Flow) 由轉軸間隙引入且外罩與轉盤間隙亦無引入 (Ingress) 與流出 (Egress) 等流動現象，間隙比即成為影響流場現象之另一重要參數；因此先設定旋轉雷諾數為 10^6 時，就不同間隙比 ($G = 0.04$ 、 0.06 、 0.08 、 0.10 、 0.12)，對流場之影響作一探討，並選用 LRE 模式模擬分析之；圖 7、8 則顯示不同間隙比對流場切向、徑向速度分佈之影響，當間隙比逐次縮小時，即軸向空間逐漸縮小，觀察其切向速度分佈特性，發現 $G = 0.04$ 與 0.06 兩種流場核心區之模擬值均大於其他三種情況，在 $r/b = 0.60$ 以下，此現象更為明顯；而在 $r/b = 0.80$ 時，其值相近；但在 $r/b = 0.94$ 時， $G = 0.04$ 與 0.06 之切向速度又明顯升高；此現象之主要原因，在於小間隙流場之邊界黏性效應對核心區之流場影響較大，使其切向速度增大；並因此促成間隙比較小之 $G = 0.04$ 與 0.06 流場轉性現象延後，而提高至 $r/b = 0.94$ 之位置才產生轉性。而就徑向速度分佈特徵，觀察兩盤近牆區艾克曼邊界層及核心區特性之變化，發現艾克曼邊界層厚度，隨著 G 值減小而增加，因此造成旋轉核被壓縮，核心平坦區逐漸縮短；而且隨著徑向位置升高，核心平坦區亦隨其徑向位置之升高而逐漸縮短。

在 Daily and Nece [3] 之研究，顯示此流場特徵依據旋轉雷諾數、間隙比兩項參數劃分，可有四種組合 (小間隙層流區、大間隙層流區、小間隙紊流區及大間隙層流區)；Owen and Rogers [2] 則針對此四種組合之力距係數經驗公式繪製參數圖，並劃定其對應區域為 Regime I、II、III、IV。而對應本節前段之分析，限於高旋轉雷諾數 10^6 配合不同間隙比

($G = 0.04$ 至 0.12) 之情況，屬於大間隙紊流區，尚有三種流場情況可作為分析對象；並發現當旋轉雷諾數 10^5 時，改變間隙比即可依次對應至其他三種情況 (I、III、II)，其對應關係先由層流區轉為紊流區，再轉為層流區，此種流動特性轉換之現象，更加引發本文探討此問題之動機，進而分析其流場結構特性；因此，分別設定其對應之間隙比為 $G = 0.008$ 、 0.02 及 0.04 等三種情況。

比較其流線分佈情況如圖 9，在 $G = 0.008$ 時，可發現其外罩之端點效應對內流場之影響甚小，因此其對應之切向速度分佈如同無限轉盤之流場特性；當間隙比為 $G = 0.02$ 時，則有明顯之渦流核出現；而間隙比增大至 $G = 0.04$ 時，其渦流核隨之增大如圖 9(c)。

觀察圖 10 為流場在不同徑向位置之切向與徑向速度分佈，可獲知流場邊界之黏性效應與旋轉雷諾數之影響；如圖 10(a) 為 $G = 0.008$ 之，其不同位置之切向與徑向速度分佈均各別合併為單一曲線，切向速度成線性分佈，顯見此時流場近似為庫業特流 (Couette Flow) 之情況。當間隙比增大至 $G = 0.02$ 時，如圖 10(b)，其切向與徑向速度之線型分佈隨著徑向位置之升高而有明顯變化，由不具中央平坦區之流動特徵而逐漸轉變成具有平坦區之流動。而觀察圖 10(c) 間隙比為 $G = 0.04$ 時之流場變化，發現其切向速度之線型分佈，仍顯現中央平坦區逐漸擴大之流動特徵，而艾克曼邊界層逐漸減小，且其徑向速度值同樣隨之縮小。由上述觀察之現象，顯示流場之區域特徵極為明顯，隨著徑向位置改變而有相當可觀之流場變化。

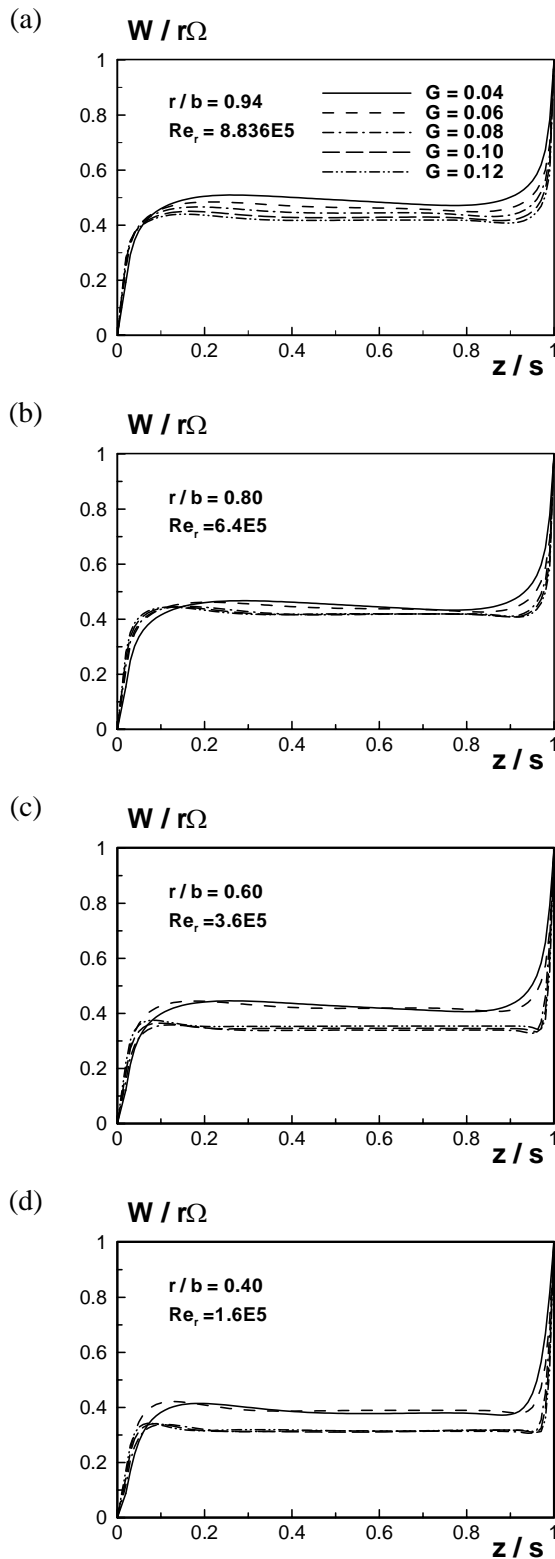


圖 7. 不同間隙比之切向速度分佈圖。

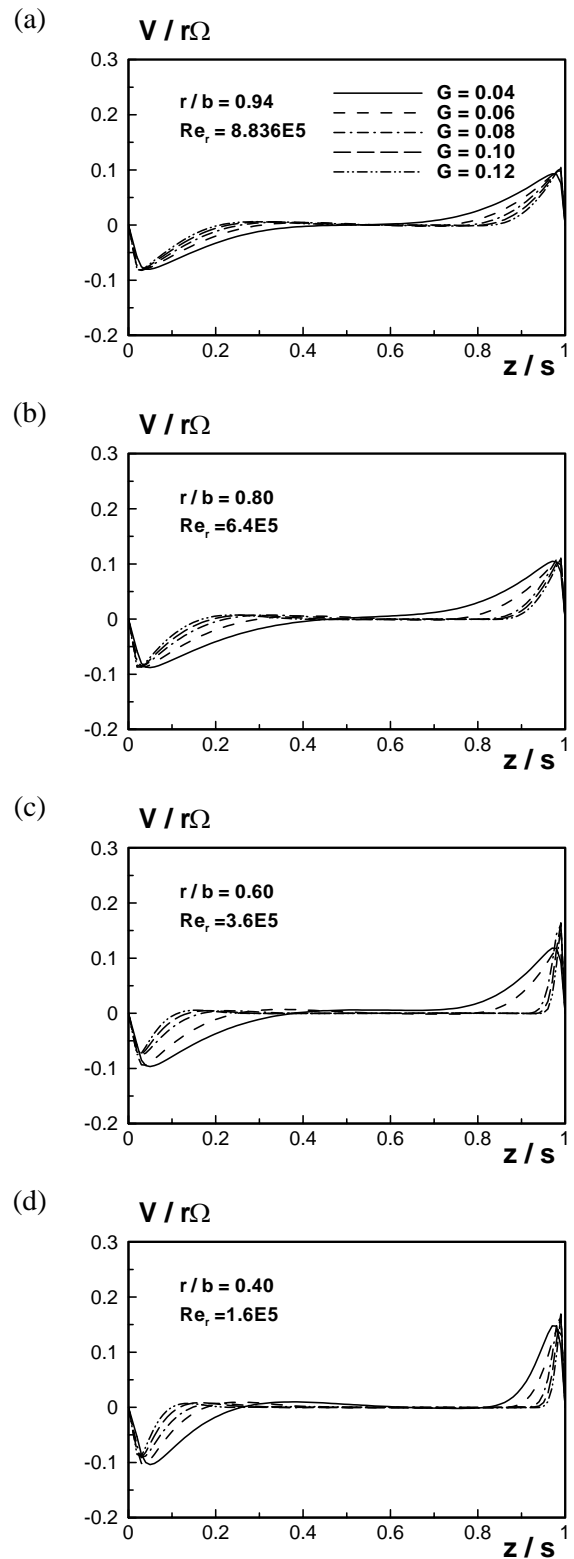


圖 8. 不同間隙比之徑向速度分佈圖。

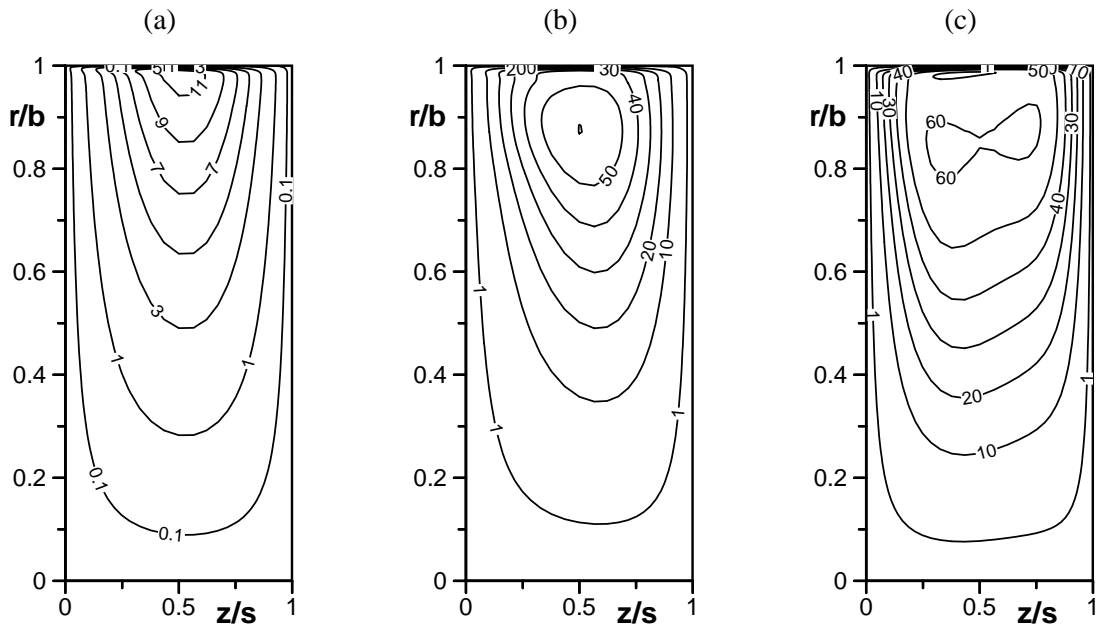


圖 9. 旋轉雷諾數 $Re_\phi = 10^5$ ，不同間隙比之流線分佈圖：(a) $G = 0.008$ ；(b) $G = 0.02$ ；(c) $G = 0.04$ 。

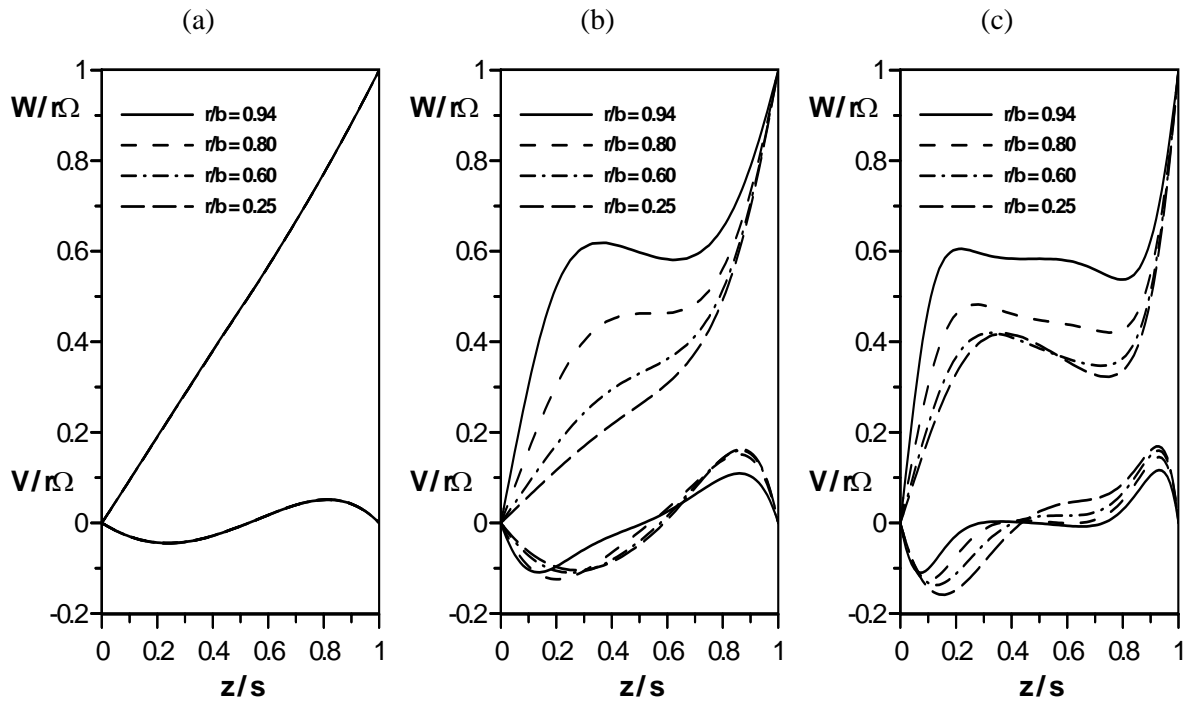


圖 10. 旋轉雷諾數 $Re_\phi = 10^5$ ，不同間隙比之切向、徑向速度分佈圖：(a) $G = 0.008$ ；(b) $G = 0.02$ ；(c) $G = 0.04$ 。

四、結論

本研究之首要目標在於封閉型旋轉流場紊流模式之適用性評估，初期先以 Itoh et al. [1] 之實驗量測數據為依據，設定間隙比 $s/b = 0.08$ 與旋轉雷諾數 $Re = 10^5$ ，比較層流模式及 $k-\varepsilon$ 紊流模式之適用性，而獲知此時應選用層流模式較為合宜，而紊流模式則較不適用。當旋轉雷諾數逐漸增加時，流場層、紊流特性交錯結合，為探討其層紊流場轉性現象並分析紊流模式之適用性，設定旋轉雷諾數為 10^6 之流場，作為分析之基礎流場，並選定 $k-\varepsilon$ 、2-Layer、 $k-\omega$ 及 LRE 等四種紊流模式，進行測試評估，結果顯示 LRE 模式可較準確模擬此流場之層紊轉性特徵。

其次，針對旋轉雷諾數對流場結構之影響進而分析，設定旋轉雷諾數 $Re = 10^5$ 、 10^6 及 10^7 ，作為比對參考之範例；由此流線圖與速度向量示意圖對應關係，顯示定子、轉子圓盤附近各具有明顯之艾克曼邊界層，而在外罩附近則為史第華生邊界層，在此三部分之邊界層間形成單一渦流核之特徵，而此等現象屬 Batchelor-Type 流動特徵；並顯現旋轉雷諾數為影響旋轉流場結構之主要參數。

最後，分析間隙比對流場結構之影響，依據 Daily and Nece [3] 與 Owen and Rogers [2] 之研究，顯示此流場特徵依據旋轉雷諾數、間隙比兩項參數劃分成四種組合之參數圖；因此，對應其劃分區域而分析旋轉雷諾數與不同間隙比之合併影響現象。藉由切向、徑向速度及流線分佈特性，分析兩盤近牆區艾克曼邊界層及核心區特性之變化，並獲知流場邊界之黏性效應與間隙比密切相關，並影響流場流動型態。

本研究之結果顯示旋轉系統之艾克曼邊

界層、史第華生邊界層、旋轉核及層紊轉性等流場結構特徵，並評估紊流模式之適用性及探討旋轉雷諾數與間隙比之合併影響現象；而紊流模式之測試評估，亦可作為旋轉系統流場計算之紊流模式選用或改進之參考。

誌謝

本研究承國科會專題研究 NSC 90-2212-E-014-021 經費之補助，特此致謝。

符號說明

b	轉盤外徑
f_{μ}	紊流黏性之近牆抑制函數
G	間隙比 ($= s/b$)
G_{ϕ}	紊流產生項
k	紊流動能
κ	von Karman 常數
Re_r	局部旋轉雷諾數 ($= (r/b)^2 Re_{\phi}$)
Re_t	紊流雷諾數 ($= k^2/\varepsilon\nu$)
Re_{ϕ}	旋轉雷諾數 ($= \Omega b^2/\nu$)
r/b	無因次化徑向座標
S_{ϕ}	源項
s	軸向轉盤間距
U, V, W	圓柱座標軸向、徑向及切向之平均速度分量
U_{τ}	摩擦速度 ($= \sqrt{\tau_s/\rho}$)
u, v, w	圓柱座標軸向、徑向及切向之

	擾動速度分量
u_p	近牆第一點速度
y^+	近牆雷諾數 ($= yU_\tau/\nu$)
y_p	近牆第一點之距離
z/s	無因次化軸向座標
z, r, ϕ	圓柱座標軸向、徑向及切向之座標
δ	轉子盤邊界層厚度
ε	紊流耗散率
Φ	流場物理性質
Γ_ϕ	擴散係數
ξ	外罩之邊界層厚度
μ, μ_t	層、紊流動力黏滯係數
μ_{eff}	有效之動力黏滯係數
ν	運動黏滯係數
Ω	圓盤轉動速率
ω	比紊流耗散率
ρ	流體密度
σ_ϕ	Prandtl 數
ϑ	定子盤邊界層厚度
τ_s	近牆之合成剪應力

參考文獻

- [1] Itoh, M., Yamada, Y., and Nisioka, K., "Transition of the Flow Due to an Enclosed Rotating Disk," Trans. Japan Soc. Mech. Engrs., Vol. 51, No. 3, pp. 452-460, 1985 (In Japanese).
- [2] Owen, J. M. and Rogers, R. H., Flow and Heat Transfer in Rotating-Disc Systems: Vol. 1, Rotor-Stator Systems, Taunton, Research Studies Press; New York, John Wiley & Sons Inc., 1989.
- [3] Daily, J. W. and Nece, R. E., "Chamber Dimension Effects on Induced Flow and Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disks," J. Basic Eng., Vol. 82, No. 2, pp. 217-232, 1960.
- [4] Owen, J. M., Pincombe, J. R., and Rogers, R. H., "Source-Sink Flow Inside a Rotating Cylindrical Cavity," J. Fluid Mech., Vol. 155, pp. 233-265, 1985.
- [5] Chew, J. W., "Development of a Computer Program for the Prediction of Flow and Heat Transfer in a Rotating Cavity," Int. J. Num. Methods in Fluids, Vol. 4, No. 7, pp. 667-683, 1984.
- [6] Gosman, A. D. and Ideriah, F. J. K., "Teach-T: a General Computer Program for Two-Dimensional, Turbulent Recirculating Flows, in Calculation of Recirculating Flows," Department of Mechanical Engineering, Imperial College, University of London, London, U.K., 1976.
- [7] Chew, J. W., "Prediction of Flow in Rotating Disc Systems Using the k- ε Turbulence Model," ASME Paper No. 84-GT-229, 1984.
- [8] Chew, J. W., "Prediction of Flow in a Rotating Cavity with Radial Outflow Using a Mixing Length Turbulence

- Model,” Proc. 4th Int. Conf. on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow, Swansea, 1985.
- [9] Launder, B. E. and Sharma, B. I., “Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc,” Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 1, No. 1, pp. 131-138, 1974.
- [10] Truman, C. R. and Jankowski, D. F., “Prediction of Turbulent Source Flow between Stationary and Rotating Discs,” Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 6, No. 2, pp. 69-78, 1985.
- [11] Shirazi, S. A. and Truman, C. R., “Prediction of Turbulent Source Flow between Corotating Disks with an Anisotropic Two-Equation Turbulence Model,” ASME J. Turbomachinery, Vol. 110, No. 2, pp. 187-194, 1988.
- [12] Jones, W. P. and Launder, B. E., “The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence,” Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 15, No. 2, pp. 301-314, 1972.
- [13] Vaughan, C. M. and Turner, A. B., “Numerical Predictions of Axisymmetric Flow in a Rotor-Stator System with an External Mainstream Flow,” Proc. 5th Int. Conf. on Num. Methods in Laminar and Turbulent Flow, Swansea, 1987.
- [14] Chew, J. W. and Vaughan, C. M., “Numerical Predictions for the Flow Induced by an Enclosed Disc,” ASME Paper No. 88-GT-127, 1988.
- [15] Morse, A. P., “Numerical Prediction of Turbulent Flow in Rotating Cavities,” ASME J. Turbomachinery, Vol. 110, No. 2, pp. 202-212, 1988.
- [16] Morse, A. P., “Application of a Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Turbulence Model to High-Speed Rotating Cavity Flows,” ASME J. Turbomachinery, Vol. 113, No. 1, pp. 98-105, 1991.
- [17] Morse, A. P., “Assessment of Laminar-Turbulent Transition in Closed Disc Geometries,” ASME J. Turbomachinery, Vol. 113, No. 1, pp. 131-140, 1991.
- [18] Iacovides, H. and Chew, J. W., “The Computation of Convective Heat Transfer in Rotating Cavities,” Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 14, No. 2, pp. 146-154, 1993.
- [19] Kilic, M., Gan, X., and Owen, J. M., “Turbulent Flow between Two Discs Contra-Rotating at Different Speeds,” ASME J. Turbomachinery, Vol. 118, No. 2, pp. 408-413, 1996.
- [20] Elena, L. and Schiestel, R., “Turbulence Modeling of Confined Flow in Rotating Disk Systems,” AIAA J., Vol. 33, No. 5, pp. 812-821, 1995.
- [21] Patel, V. C., Rodi, W., and Scheuerer, G., “Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A review,” AIAA J., Vol. 23, No. 9, pp. 1308-1319, 1985.
- [22] Chien, K. Y., “Predictions of Channel and

- Boundary-Layer Flows with a Low Reynolds Number Turbulence Model,” AIAA J., Vol. 20, No. 1, pp. 33-38, 1982.
- [23] Launder, B. E. and Spalding, D. B., “The Numerical Computation of Turbulent Flows,” *Comp. Method Appl. Mech.*, Vol. 3, No. 2, pp. 269-289, 1974.
- [24] Chen, H. C. and Patel, V. C., “Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation,” AIAA J., Vol. 26, No. 6, pp. 641-648, 1988.
- [25] Wilcox, D. C., Turbulence Modeling for CFD, California, DCW Industries, Inc., 1994.
- [26] Van Doormaal, J. P. and Raithby, G. D., “Enhancements of SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows,” *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, No. 2, pp. 147-163, 1984.
- [27] Shyy, W., Tong, S. S., and Correa, S. M., “Numerical Recirculating Flow Calculation Using a Body-Fitted Coordinate System,” *Numerical Heat Transfer*, Vol. 8, No. 2, pp. 99-113, 1985.