

機械組件之公差配置最佳化分析研究-以渦輪引擎零組件為例

孫懷谷¹ 鄧世剛¹ 賴志強^{2*} 王震宇³

¹國防大學理工學院動力暨系統工程學系

²國防大學理工學院國防科學研究所

³中山科學研究院航空研究所

摘要

本研究針對渦輪引擎之零組件運用啟發式演算法在合成公差限制下，以指數型態之成本/公差最小為目標，並將公差成本區間化，回推求得對稱型個別零件公差之最佳配置。研究結果顯示公差設計可以以自動化方式取代人工公差設計並符合現實製程工廠製程精密度與成本價格關係。且啟發式演算法可於短時間內搜尋到合適解以縮短設計時程與節省製程成本，進而提供研發人員於設計產品公差時之參考依據。

關鍵詞：啟發式演算法，公差配置，渦輪引擎

The Study of Optimal Tolerance Allocation for Machine Components - A Case of Turbine Engine Components

Huai-Ku Sun¹, Shi-Gan Deng¹, Chih-Chiang Lai^{2*}, and Jerry Wang³

¹*Department of Power Vehicle and Systems Engineering, Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University*

²*Graduate School of Defense Science, Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University*

³*Department of Aeronautical, Chung-Shan Institute of Science and Technology, Armaments Bureau, M.N.D*

ABSTRACT

This research used Heuristic Algorithms to optimal the tolerances design for turbine engine components to find optimal tolerance allocation based on the synthesis tolerance constraints. This research used the exponential equation for cost/tolerance relation to be the optimal target. The results showed the Heuristic Algorithms can get the optimal solution within short time, conform to the cost/tolerance relation of manufactory in reality, and can improve the disadvantages of manually tolerances design.

Keywords: Heuristic Algorithm, Tolerance Allocation, Turbine Engines

文稿收件日期 98.08.10; 文稿修正後接受日期 99.03.23;*通訊作者

Manuscript received August 10, 2009; revised March 23, 2010;* Corresponding author

一、前言

一個產品往往由不同零組件所構成，且每一零組件都有其不同的尺寸大小與公差範圍，因此如何快速尋找合適公差範圍與成本進行產品製造組裝，以縮短設計時間與降低成本是一大議題。由於產品開發常常會因市場趨勢、商品定位、機件性能、環境限制、客戶要求與製程考量等不同因素，而必須先針對產品(如螢幕尺寸、槍砲)總體積(長度)與總公差進行限定，才進一步考量內部各組件應配合的長度與組裝時產生的公差問題，最後細推至各零件應有的長度與公差。因此設計人員進行產品公差設計時，須於已知組件的合成公差限制下，再從中找出個別零組件尺寸對稱公差之最佳配置。然目前設計人員在進行產品零組件設計時，其公差配置仍根據自己的經驗判斷或標準形式的手冊以手動方式計算給於公差範圍，所耗費的人力工時相對較高，且所決定之公差是否為最佳亦有待商榷，因而容易發生設計錯誤的情況。而在進行產品公差設計與製程公差規劃時，亦需考慮較低的公差成本以確保未來產品量產的經濟效益。

正確的公差設計不僅可提高機械性能與引擎的安全性，且相對的可降低加工成本與後續變動修改成本。Deng J.與 Deng S.[1]利用分枝界限法求得最佳化容差分析。Zhang and Wang [3]使用模擬退火演算法解決容差配置問題，利用容差最佳化的方法可有效的減低加工成本。鄭智原[4]發展合適的最小成本容差分配模組，在符合工件完成後能符合藍圖要求的前提下，尋找最小加工成本的施工尺寸容差設計。紀承昌[5]以穩健容差設計，提供一個較大尺寸的容差範圍，而達到降低生產成本，提高品質的目的。陳澄舟[6]以時間、成本與損失函數等因素，提出一種多目標公差數學規劃模式來設計零件公差。Bai 等人[7]運用蒙地卡羅統計法做為公差分析模擬，其特點為使用亂數產生器模擬尺寸，再以拘束條件為限制、最低成本為目標調整公差來滿足拘束條件的限制，此公差成本曲線模式可以提供一個有效且實際的方法給設計者作參考。Li 等人 [8]運用遺傳演算法考量加工基準面選擇及加工容差配置的條件下加工成本的最小化。陳正斌[9]將公差問題分為兩個部分來探討，一是傳統的公差分析最

佳化問題，以成本為目標，進行最佳化的配置；另一個是將公差觀念放大至尺寸設計，並構成多目標最佳化問題，再以最佳化法則應用多目標基因法，配合隨機權重法和區域處罰法來處理。雖然公差配置可如上述學者研究運用數學規劃、實驗設計或是最佳化理論等方式求解公差成本與配置問題，所求得的公差配置與成本亦為最佳，但求解結果常會出現公差與成本過於精細與複雜(例如最佳公差為 ± 0.000178543 、成本值為 385.125432)，而不符合實際工廠製程成本與加工限制，反而失去原始公差設計與研究意義。

由於國內某研發單位因軍事特殊原因與戰術考量，必須先針對預開發武器之總體積(長度)與總公差進行限定，因此屬於公差最佳化配置問題。本研究綜合上述研究，以啟發式演算法進行渦輪引擎零組件(如圖 1)之公差配置分析。首先依據製程工廠提供之製程精密度與成本價格推導出公差/成本指數函數，並再依據製程加工限制將公差/成本區間化，以符合現實實際公差成本關係；於已知組件的合成公差限制下，從中找出個別零件尺寸對稱公差之最佳配置，進而達到成本最小的目標，以便設計人員提早於零組件設計時，即可訂定出最佳之個別公差配置，避免因公差設計過於精密而造成工廠無法製造，因而導致時程延宕、成本浪費甚或無法達成原訂性能。

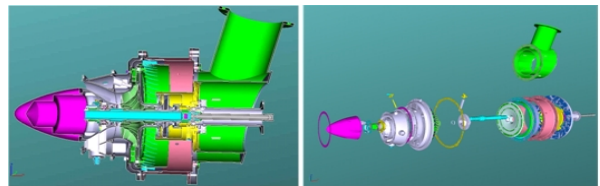


圖 1. 渦輪引擎示意圖。

二、研究方法

2.1 公差配置

公差的設計可分為兩種，分別是公差分析及公差配置。公差分析為解決個別零件尺寸公差經組合後其組合公差的變異情況，所進行的程序。而公差配置則以設計者的觀點為出發，先將零組件所需的機能及品質經由已訂好的合成公差，進而回推尋找各別零件的公差最佳化配置，如圖 2 與公式(1)。

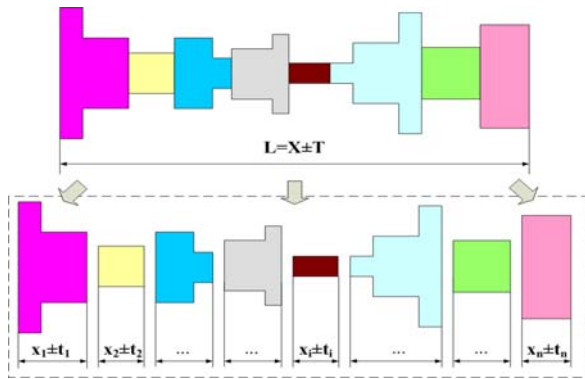


圖 2. 尺寸公差關係圖。

$$L = X \pm T = \sum_{i=1}^n (x_i \pm t_i) \quad (1)$$

$$T = \sum_{i=1}^n t_i$$

L 為實際零件長度，X 為組件長度，T 為合成公差， x_i 為個別零件尺寸， t_i 為個別零件公差， n 為零件個數

目前一般公差配置大多以對稱型公差進行計算。由於對稱型公差左右對稱關係(如圖 3)，依據統計特性，多個常態分配隨機變數的線性組合仍為常態分配，因此公差配置只需計算正向或負向單邊的公差排列組合個數即可。以搜尋 n 個零組件之對稱公差配置為例，如圖 4，而公差值假設有 m 種區間，即會有 m^n 個公差配置組合。

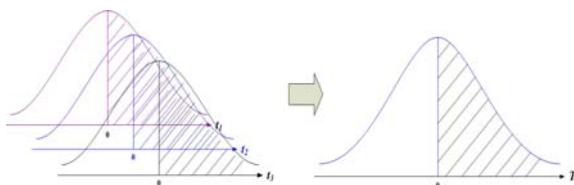


圖 3. 對稱型公差示意圖。

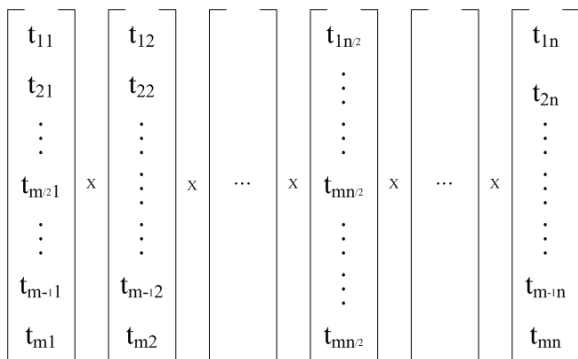


圖 4. 零組件公差設計變數。

由於公差配置複雜，目前較為常用的公差配置方法有給予相同的尺寸公差之均分法則，如式(2)或依照各個零件尺寸大小給於不同公差的均精度法則，如式(3)進行公差配置。

$$t_i = T/n \quad (2)$$

t_i 為機件公差， T 為合成公差， n 為機件個數

$$t_i = T \cdot D_i^{1/3} \left(\sum_{i=1}^n D_i^{2/3} \right)^{-1/2} \quad (3)$$

D_i 為尺寸 X_i 的基本尺寸

為快速且簡化公差配置，通常工程師會以上述方法與經驗法則，主觀的設計零組件的尺寸公差，最後再經由實驗的方法進行調整或改進，因而造成原設計必須更動，甚而需重新進行公差設計規劃，著實浪費人力，時程與成本。本研究則運用啟發式演算法，以統計排列組合的收尋機制，於符合渦輪引擎組件之合成公差限制下，實質且快速進行個別零件公差之最佳配置，以協助設計人員訂定出最佳之個別公差配置，避免因公差設計錯誤造成瑕疵品產生。

2.2 公差與成本的關係

設計人員在決定各個零件的公差尺寸和形狀時，通常會考慮產品品質、功能需求、產品成本考量、生產方式、製造能力及各零件裝配組合時之影響性。其中又以成本影響較為明顯且可進行量化。一般的產品成本可分為固定成本(如人事、材料及機器成本)和可變成本(如再製成本、檢驗成本、廢料成本、和製造加工成本)兩類。可變成本會隨著公差而作變動[10][11][12][13]，公差越大，成本越少，當公差越精密，則製造成本亦將趨近於無限大。其關係如圖 5 所示[14]。

公差與製造成本的數值關係式可由工廠實作資料估算，目前學者較常用的單一製程公差/成本函數有倒數、倒數平方、指數與間斷線性等多種曲線函數[14]。其中以倒數函數最容易，但無法利用幾何規劃的技巧求得公差分配。而倒數平方函數則適用於中度或較鬆的公差設計。指數函數雖具較多參數能更確實地描述成本與公差之間的關係，但此函數複雜，其參數

值不易求得。

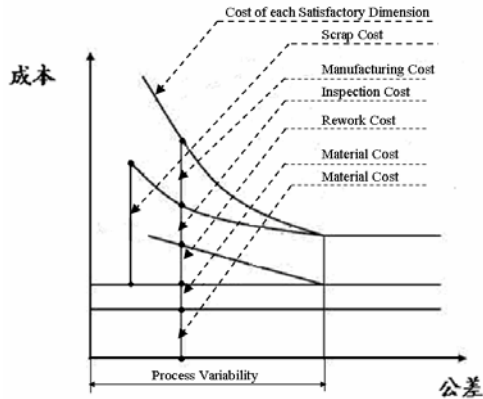


圖 5. 成本的分類與公差之關係圖。

而設計者該使用何種成本數學模型或相關係數作為目標函數，應須配合實際狀況的許多因素來決定[11][12][13]。本研究則針對渦輪引擎各零組件加工特性，依據製程工廠提供之製程精密度與成本價格推導出符合工廠製程與成本之指數型成本/公差函數式，如公式(4)。

$$Y_i = a_i + b_i e^{-m|t_i|} \quad (4)$$

上式中，Y 為成本，a 為固定成本係數，b、m 為製造加工係數，t 為公差值。

本研究以啟發式演算法進行渦輪引擎零組件之合成公差最佳化配置，先將公式(4)公差/成本分成十個區間，以符合現實實際公差成本關係。並從中找出符合合成公差限制條件下的個別零件公差之最佳配置，進而達到總成本最小的目標，如公式(5-7)。

$$\text{目標函數: } \text{Min } Y = \sum_{i=1}^n (a_i + b_i e^{-m|t_i|}) \quad (5)$$

$$\text{限制條件: } t_i \leq \frac{t}{n} \quad n=1 \sim 10 \text{ 正整數} \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n t_i \leq T \quad (7)$$

Y 為總成本，a 為固定成本係數，b、m 為製造加工係數，t 為各零組件原始公差值，n 為區間範圍， t_i 為各零組件區間之公差值，T 為合成公

差。

2.3 啟發式演算法

1950 年代開始，啟發式演算法概念形成，並造成一股新興的研究風潮。啟發式演算法主要依據大自然現象或特性得到一些啟發，並將此概念運用於數值運算，針對不同問題的特性孕育出不同的解法，期以較短的時間求得一個近似最佳解的解空間。目前啟發式演算法較被為廣用的演算法包含基因演算法 (Genetic Algorithm, GA)、模擬退火法 (Simulated Annealing, SA)、禁忌搜尋法 (Taboo Search, Tabu)、門檻值接受法 (Threshold Accepting Algorithm, TA) 與螞蟻演算法 (Ant Colony Optimization algorithm, ACS) 等。而近年來，啟發式演算法中之基因演算法與模擬退火法常被用來探討研究其運算子之效率或將其作為輔助工具結合控制演算法，在目前學術上被應用的非常廣泛。且相較於其他的演算法，基因演算法與模擬退火法在尋找最佳解時，陷入局部最佳解的機率較小。因此本研究運用基因演算法與模擬退火法為本計畫之主要研究方法進行零組件公差最佳化配置。以下將針對此二種演算法方法進行介紹：

2.3.1 基因演算法

基因演算法在 1975 年由 John Holland[15] 發展出來，其主要目的在於建立一個保有生物特性的搜尋系統，以便於模擬及解釋自然生物系統的「適者生存，不適者淘汰」的生存演化過程。物種的篩選過程取決於對環境的適應程度。適應能力較高的物種將被保存下來，適應能力較低的物種將會被淘汰。保存下來的優良染色體，藉由彼此染色體的複製與交配，產生母代中不同特性的優良子代。為避免子代染色體基因侷限於母代的範圍內，導致物種無法達到最佳的進化狀態；因此對於子代染色體基因進行部份突變，給於跳脫區域搜尋機制，得以解決區域最佳解的束縛，產生較佳物種演化。透過複製、交配、突變等步驟不停的疊代搜尋，最後找出問題之最佳解，其演算流程與操作步驟如圖 6 所示。

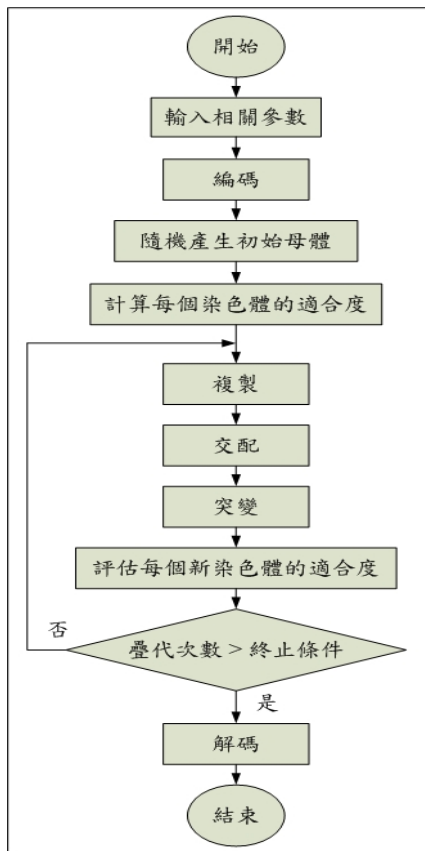


圖 6. 基因演算法流程。

2.3.1.1 相關參數設定

正確的參數設定可確保最終目標函數值的品質，同時增加執行模擬程序之效率。如模擬疊代次數多寡須考量組合數大小以進行不同的參數設定。過多的疊代，雖可搜尋到最佳解空間結果，但收尋時間卻會相對增加；而過少收尋次數則可能無法收尋到最佳解空間。本研究參數項目包含終止條件、族群定義、編碼形式、編碼字串長度、複製、交配、突變等相關參數的定義。

2.3.1.2 族群定義

族群的範圍取決於解空間的大小，解空間越大則族群的範圍相對越大。以搜尋 m 個零組件之公差配置為例，其公差值假設有 n 種區間。因公差對稱關係，本研究只需討論正向公差，即有 n^m 個公差配置組合，如圖 4 所示。本節應用 GA 配置 5 個渦輪引擎零組件組裝公差，以最小製造/組裝成本為目標函數並假設每

一個零組件之公差值有 10 種區間為例，則此案例會有 10^5 種排列組合。而本案例則假設製造/組裝成本為指數成本，如公式(5)。

2.3.1.3 編碼

編碼主要目的為仿生物型態，將解空間值轉換為染色體，以利基因演算法後續運算。而基因演算法於編碼設計時，通常會以二進位型或實數型的形式來表示。如將設計參數以二進位編碼後會產生一字串，如 100101；其中字串在遺傳學中稱為染色體，而 1 或 0 字元則稱為基因，如圖 7 所示。

本研究以實數型的形式進行編碼。基因染色體中每一個基因代表 1 個零組件，而裡面的數值則代表公差的區間值，如圖 7 所示。

二進位：1 1 0 1 0 實數型：7 5 1 4 6

基因群	t ₁ t ₂ t ₃ t ₄ t ₅					t ₁ t ₂ t ₃ t ₄ t ₅				
		7	6	9	1	9	10	8	9	9
	2	2	3	3	7	4	2	3	5	6
	7	10	1	5	4	5	6	3	10	6

圖 7. GA 編碼示意圖。

2.3.1.4 定義適合函數

適合函數值表現出物種對環境的適應程度。適應能力較高的物種將被保存下來，適應能力較低的物種將會被淘汰。依據目標函數值可計算每一條染色體的適合函數值 F_i 、適合函數值百分比 FR_i (如表 1 所示)。

2.3.1.5 複製

複製的目的為染色體本身自我複製，藉以保留較優良的母代。本案例運用俄羅斯輪盤原理，將適合函數值百分比 FR_i 依照順序、比率分佈成一圓盤狀(如圖 8 所示)。對每一條染色體進行累加而得到累加值 Q_j 。轉動輪盤，使落點隨機產生於 Q_j 區域中，選擇此區域之染色體並進行複製 [16]。複製結果如表 2 所示。

表 1. 染色體適合函數計算

染色體編號	編碼	目標函數值 C_i	適合函數值 $F_i=C_{max}-C_i$	適合函數值百分比 $FR_i=F_i / \sum F_i$	適合函數值百分比累加值 $Q_i=Q_{i-1}+FR_i$
1	7 6 9 1 9	7702.042	2102.771	0.179288	0.179288
2	2 2 3 3 7	9804.813	0	0	0.179288
3	7 10 1 5 4	8204.063	1600.750	0.136484	0.315773
4	10 8 9 9 2	5646.700	4158.113	0.354532	0.670305
5	4 2 3 5 6	7299.864	2504.949	0.213579	0.883884
6	5 6 3 10 6	8442.954	1361.859	0.116116	1
		$C_{max}=9804.813$	$\sum F_i=11728.44$		

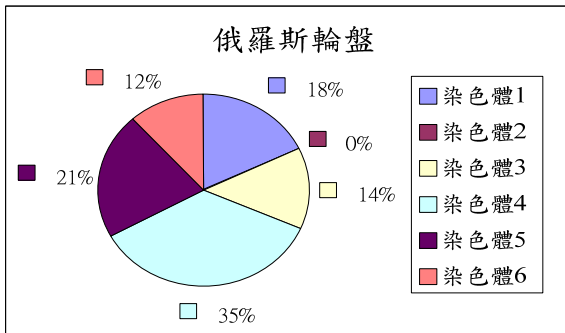


圖 8. 適合函數值百分比。

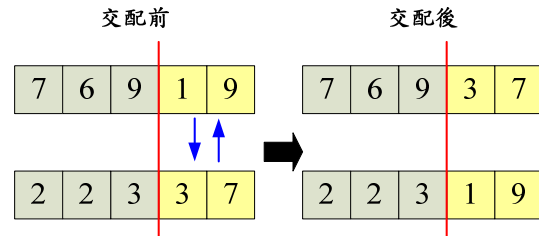


圖 9. 相對基因運算子法則。

經單點交配後其交配結果如表 3 所示。

表 2. 複製結果

染色體編號	複製前					複製後				
1	7	6	9	1	9	7	6	9	1	9
2	2	2	3	3	7	7	6	9	1	9
3	7	10	1	5	4	10	8	9	9	2
4	10	8	9	9	2	10	8	9	9	2
5	4	2	3	5	6	4	2	3	5	6
6	5	6	3	10	6	4	2	3	5	6

表 3. 交配結果

染色體編號	交配前					交配後				
1	7	6	9	1	9	7	6	9	9	2
2	7	6	9	1	9	10	8	9	1	9
3	10	8	9	9	2	4	2	3	9	2
4	10	8	9	9	2	10	8	9	5	6
5	4	2	3	5	6	7	6	3	5	6
6	4	2	3	5	6	4	2	9	1	9

2.3.1.6 交配

將複製完的染色體，進行成對交配，主要目的在於產生母代中不同特性的子代。本研究採用單點交配，隨機選取一節斷點，將二條染色體部分基因進行交換，如圖 9 所示。

2.3.1.7 突變

為避免子代染色體基因侷限於母代的範圍內，導致無法達到最佳的進化狀態；因此對子代染色體基因進行部份突變，產生較佳物種演化。一條染色體由 5 個基因所組成；族群則由 6 條染色體組成，所以總共有 $5 \times 6 = 30$ 個基因。針對每一個基因隨機給於一個突變機率值(如表 4 所示)。

表 4. 突變機率

隨機突變機率值					
編號	1	2	3	4	5
1	0.22	0.56	0.31	0.79	0.61
2	0.18	0.42	0.86	0.63	0.30
3	0.45	0.67	0.08	0.16	0.92
4	0.58	0.84	0.34	0.19	0.77
5	0.89	0.17	0.33	0.26	0.48
6	0.50	0.38	0.65	0.12	0.53

假設突變率 $M=0.15$ 。則突變機率值低於 0.15 的基因都將進行突變。針對須突變之染色體於該條染色體上隨機選取一點進行交換突變 (如表 5 所示)。

表 5. 突變結果

染色體編號	突變前					突變點	隨機突變值	突變後				
1	7	6	9	9	2	-	-	7	6	9	9	2
2	10	8	9	1	9	-	-	10	8	9	1	9
3	4	2	3	9	2	3	8	4	2	8	9	2
4	10	8	9	5	6	-	-	10	8	9	5	6
5	7	6	3	5	6	-	-	7	6	3	5	6
6	4	2	9	1	9	4	3	4	2	9	3	9

2.3.1.8 終止條件

進行完突變後檢查是否符合終止條件;若達到終止條件,則進行解碼,結束演算法。若未達到終止條件,回到步驟三。(如圖 6 所示)

由表 6 得知,經過複製、交配、突變後的子代染色體其目標函數值皆優於母代染色體。GA 演化之過程達到改善的功能。

表 6. 兩代比較

染色體編號	第一代染色體					目標函數值	第二代染色體					目標函數值
1	7	6	9	9	2	7702.042	7	6	9	9	2	5768.049
2	10	8	9	1	9	9804.813	10	8	9	1	9	7556.475
3	4	2	3	9	2	8204.063	4	2	8	9	2	7372.049
4	10	8	9	5	6	5646.700	10	8	9	5	6	5036.345
5	7	6	3	5	6	7299.864	7	6	3	5	6	5700.134
6	4	2	9	1	9	8442.954	4	2	9	3	9	7050.906
ΣC_i						47100.44						38483.96

2.3.2 模擬退火法

模擬退火的原始觀念最早是由 Metropolis [17] 等人於 1953 年提出並應用於提供高速電腦處理有限空間最大放置問題,但首先被運用在求解組合最佳化問題是由 Kirkpatrick et al 等人 [18] 於 1983 年提出。模擬退火法的觀念源自於對固體退火過程的模擬。固體加熱至一定溫度後,會由固態結構瓦解變為液態結構,再對其降溫過程加以控制,當完全冷卻時能重新排列成預期的穩定晶體型態。當目前狀況是落於區域最佳解時,模擬退火法可藉由重新加熱的動作,以機率性接受一暫劣解使其跳脫目前的區域最佳解,藉由不斷的退火疊代(Iterative)

尋求近似最佳解的機會。

模擬退火法之主要精神在於隨機搜尋過程時,允許部份目標函數值逆向增加,接受較差的鄰近解,此一特點在於避免目標函數值陷入區域解而無法跳脫(如圖 10 所示)。模擬退火採用 Metropolis 接受法則(Accepting Rule)[17],並用退火程序(Annealing Schedule)[19]的參數演算法的進行。Metropolis 接受法則的概念則在於判斷是否接受一個能量較差之暫行解,使求解時跳脫陷入區域最佳解。因此,假設在搜尋最佳解的過程裡,若令 i 代表在時間 t 的現有解,其能量為 $E(i)$;而下一個搜尋到的解,其能量為 $E(j)$ 。 $\Delta E = E(j) - E(i)$ 為兩個解之間的能量差,如圖 10 所示。

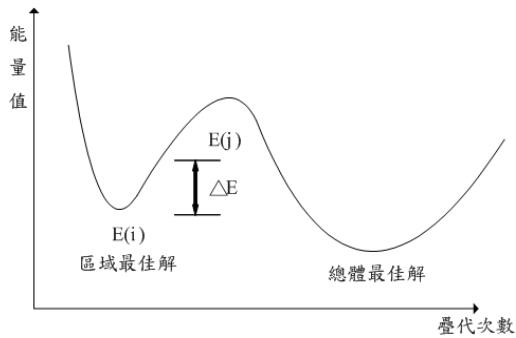


圖 10. 跳脫區域最佳解至全域最佳解示意圖。

當 E(j) 的能量小於 E(i) 時，接受 E(j) 來取代 E(i) 成為時間 t+1 的新解，當 E(j) 的能量大於 E(i) 時，SA 會根據一機率決定是否要接受 E(j) 來取代 E(i) 成為時間 t+1 的新解，機率如公式(8)所示：

$$P^{Me} = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E \leq 0 \\ \exp(-(\Delta E)/T) & \text{if } \Delta E > 0 \end{cases} \quad (8)$$

T：目前溫度

在相同能量差距 ΔE 下，當溫度越低時，曲線會越往內移動，接受跳離的機率也會越低。而在同一溫度，當 ΔE 能量差越大時，即次一解比現行解之差距越大時，接受率越低。

本小節同樣採用 5 個渦輪引擎零組件組裝公差，以最小製造/組裝成本為目標函數並假設每一個零件之公差值有 10 種區間為例，則此案例會有 10^5 種排列組合。而本案例則假設製造/組裝成本為指數成本，如公式(5)。則其操作步驟如下：

步驟一：確定目標函數 $\min \text{ cost } E$ ，設定初始溫度 T_0 、最終溫度 T_f 、同一溫度下之反覆次數，冷卻率 α 。

步驟二：隨機產生一初始解值 E_i 。

步驟三：透過隨機選取產生新可行解值，如表 7 所示。

步驟四：計算值差 $\Delta E = E_j - E_i$ 。

步驟五：若 $\Delta E < 0$ 則接受狀態 j，跳至步驟八。

步驟六：若 $\Delta E > 0$ 則產生一隨機變數 $X \sim U(0,1)$ 與 Metropolis 機率函數 $P(\Delta E, T) = \exp(-\Delta E/T)$ 。

狀態 i (隨機)	3	2	5	9	2	0.0135	$E_i = 7968.246$
狀態 j (移步)	3	3	4	9	2	0.0117	$E_j = 7493.404$
ΔE							-474.841

步驟七：若 $X < P$ 則接受狀態 j，跳至步驟八。公差配置為 [33492]

若 $X > P$ 則拒絕狀態 j，跳至步驟八。

公差配置為 [32592]

步驟八：檢查是否到達降溫條件，若是則跳至步驟九，若否回到步驟三。

步驟九：測試是否到達終止條件(最終溫度)，若是則停止演算法，若否回到步驟三。(如圖 11 所示)

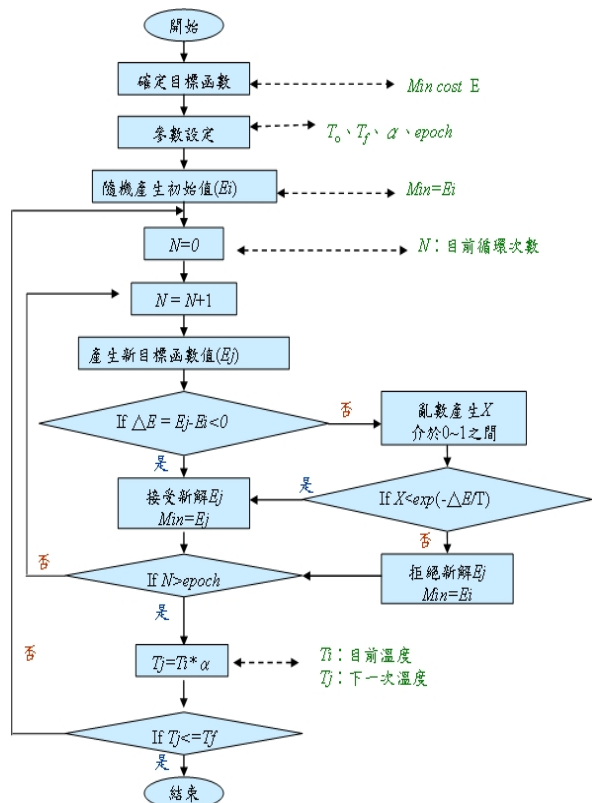


圖 11. 模擬退火法流程圖。

三、實證分析

零組件越多則排列組合也將越複雜，且在相同材料與不同材料下其目標成本亦會有所影響。因此，本研究於對稱型公差案例中分別針對 5 個與 10 個渦輪零組件在相同材料與不同

表 7. 目標函數值演算比較

設計變數	限制條件	目標函數值				
t1	t2	t3	t4	t5	$ty \leq 0.0175$	

材料等四種狀況下進行最佳化零件公差配置探討(如表 8)。因案例產品的特殊性，各零件的長度與公差無法直接公開，因此文中所述零組件尺寸與公差範圍之數據皆為假設數值。而其公差範圍則依據製程工廠所提供之製程精密度進行制訂，以符合製造環境限制考量。其零組件相關參數與限制條件如表 9 與表 10 所示，5 個零件組合公差必須小於等於 0.0175，10 個零件組合公差不得大於 0.026。

表 8. 零組件公差種類關係
對稱型公差

相同材料	5 個	10 個
不同材料	5 個	10 個

表 9. 零組件尺寸公差關係

零組件 項目	5 個零件		10 個零件	
	尺寸	公差範圍	尺寸	公差範圍
1 BEATRING	0.348	±0.004	0.348	±0.004
2 COVER	0.794	±0.004	0.794	±0.004
3 SLEEVE	0.250	±0.002	0.250	±0.002
4 NUT, MID	0.5093	±0.005	0.5093	±0.005
5 DUMMY	0.380	±0.02	0.380	±0.02
6 IMPELLER			0.284	±0.005
7 SLINGER			0.634	±0.006
8 BEARING			0.517	±0.002
9 SCOOP			0.98	±0.001
10 NUT, FRONT			0.862	±0.003

表 10. 零組件組合公差限制條件

零組件	對稱型公差
5 個	$ T \leq 0.0175$
10 個	$ T \leq 0.026$

本研究為符合實際製程成本，因此依據成本參數(如表 11、表 12)與零組件公差尺寸關係(如表 9)代入公式(4)，進而將公差與成本分成十個區間，得到相同與不同零件材料公差與成本對應表(如表 13 與表 14)。

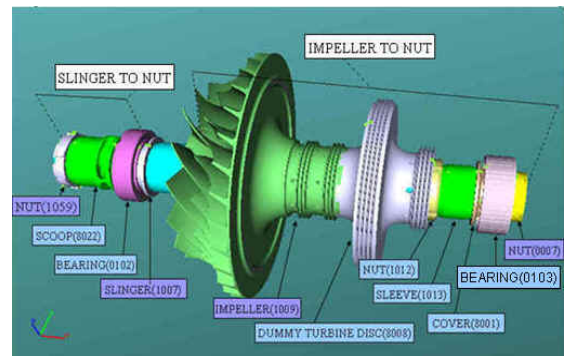


圖 11. 渦輪引擎組件示意圖。

表 11. 相同零組件成本參數

a	B	m
900	7300	-1600

表 12. 不同零組件成本參數

零組件 參數 材料	5 個零組件			10 個零組件		
	a	b	m	a	b	m
1	900	7300	-1600	900	7300	-1600
2	1000	5000	-1800	1000	5000	-1800
3	1200	7200	-4300	1200	7200	-4300
4	1100	7000	-2000	1100	7000	-2000
5	750	6000	-550	750	6000	-550
6				1000	7300	-1600
7				1300	6500	-600
8				1200	5500	-400
9				2100	7000	-1000
10				1250	5000	-580

表 13. 相同零組件材料公差與成本對應表

零組件 公差區間	零組件										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	公差	0.0004	0.0004	0.0002	0.0005	0.002	0.0005	0.0006	0.0002	0.0001	0.0003
	成本	4749.23	4749.23	6200.88	4180.10	1197.56	4180.10	3695.11	6200.88	7120.65	5417.11
2	公差	0.0008	0.0008	0.0004	0.001	0.004	0.001	0.0012	0.0004	0.0002	0.0006
	成本	2929.67	2929.67	4749.23	2373.84	912.129	2373.84	1970.23	4749.23	6200.88	3695.11
3	公差	0.0012	0.0012	0.0006	0.0015	0.006	0.0015	0.0018	0.0006	0.0003	0.0009

4	成本	1970.23	1970.23	3695.11	1562.24	900.494	1562.24	1309.78	3695.11	5417.11	2629.57
	公差	0.0016	0.0016	0.0008	0.002	0.008	0.002	0.0024	0.0008	0.0004	0.0012
5	成本	1464.32	1464.32	2929.67	1197.56	900.020	1197.56	1056.90	2929.67	4749.23	1970.23
	公差	0.002	0.002	0.001	0.0025	0.01	0.0025	0.003	0.001	0.0005	0.0015
6	成本	1197.56	1197.56	2373.84	1033.70	900.001	1033.70	960.077	2373.84	4180.10	1562.24
	公差	0.0024	0.0024	0.0012	0.003	0.012	0.003	0.0036	0.0012	0.0006	0.0018
7	成本	1056.90	1056.90	1970.23	960.077	900	960.077	923.003	1970.23	3695.11	1309.78
	公差	0.0028	0.0028	0.0014	0.0035	0.014	0.0035	0.0042	0.0014	0.0007	0.0021
8	成本	982.733	982.733	1677.14	926.994	900	926.994	908.807	1677.14	3281.84	1153.56
	公差	0.0032	0.0032	0.0016	0.004	0.016	0.004	0.0048	0.0016	0.0008	0.0024
9	成本	943.625	943.625	1464.32	912.129	900	912.129	903.372	1464.32	2929.67	1056.90
	公差	0.0036	0.0036	0.0018	0.0045	0.018	0.0045	0.0054	0.0018	0.0009	0.0027
10	成本	923.003	923.003	1309.78	905.450	900	905.450	901.291	1309.78	2629.57	997.089
	公差	0.004	0.004	0.002	0.005	0.02	0.005	0.006	0.002	0.001	0.003
	成本	912.129	912.129	1197.56	902.448	900	902.448	900.494	1197.56	2373.84	960.077

表 14. 不同零組件材料公差與成本對應表

零組件 公差區間		零組件									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	公差	0.0004	0.0004	0.0002	0.0005	0.002	0.0005	0.0006	0.0002	0.0001	0.0003
	成本	4749.23	3433.76	4246.76	3675.15	2747.22	4280.10	5834.90	6277.14	8433.86	5451.48
2	公差	0.0008	0.0008	0.0004	0.001	0.004	0.001	0.0012	0.0004	0.0002	0.0006
	成本	2929.67	2184.63	2489.27	2047.34	1414.81	2473.85	4463.89	5886.79	7831.12	4780.49
3	公差	0.0012	0.0012	0.0006	0.0015	0.006	0.0015	0.0018	0.0006	0.0003	0.0009
	成本	1970.23	1576.63	1745.57	1448.51	971.299	1662.24	3507.37	5526.45	7285.73	4216.66
4	公差	0.0016	0.0016	0.0008	0.002	0.008	0.002	0.0024	0.0008	0.0004	0.0012
	成本	1464.32	1280.67	1430.87	1228.21	823.664	1297.56	2840.03	5193.82	6792.24	3742.88
5	公差	0.002	0.002	0.001	0.0025	0.01	0.0025	0.003	0.001	0.0005	0.0015
	成本	1197.56	1136.62	1297.69	1147.17	774.521	1133.70	2374.44	4886.76	6345.72	3344.76
6	公差	0.0024	0.0024	0.0012	0.003	0.012	0.003	0.0036	0.0012	0.0006	0.0018
	成本	1056.90	1066.50	1241.34	1117.35	758.162	1060.08	2049.61	4603.31	5941.68	3010.22
7	公差	0.0028	0.0028	0.0014	0.0035	0.014	0.0035	0.0042	0.0014	0.0007	0.0021
	成本	982.734	1032.37	1217.49	1106.38	752.717	1026.99	1822.99	4341.65	5576.10	2729.11
8	公差	0.0032	0.0032	0.0016	0.004	0.016	0.004	0.0048	0.0016	0.0008	0.0024
	成本	943.625	1015.76	1207.40	1102.35	750.904	1012.13	1664.88	4100.11	5245.30	2492.89
9	公差	0.0036	0.0036	0.0018	0.0045	0.018	0.0045	0.0054	0.0018	0.0009	0.0027
	成本	923.003	1007.67	1203.13	1100.86	750.301	1005.45	1554.57	3877.14	4945.99	2294.40
10	公差	0.004	0.004	0.002	0.005	0.02	0.005	0.006	0.002	0.001	0.003
	成本	912.129	1003.73	1201.33	1100.32	750.100	1002.45	1477.60	3671.31	4675.16	2127.60

由於公差/成本值假設有 10 種區間，因此會有如表 15 之不同零組件公差配置組合情況產生。

表 15. 零組件公差排列組合數

零組件	組合數
5 個	10 ⁵
10 個	10 ¹⁰

本研究以公式(5)為目標函數式、表 9 與表

10 為限制條件與參數設定，運用 Borland C++ 撰寫基因演算法運算與模擬退火法程式並實際進行模擬。而基因演算法與模擬退火法因不同的問題類型而有不同的參數設定與處理技巧。本研究以電腦在 CPU 為 Intel Pentium M Processor 730 與 512MB RAM 環境下，事先假設多項不同的參數，實地進行模擬以檢驗其參數對於基因演算法與模擬退火法程式執行的影響，並，從中找出最適合本案例的參數設定，如表 16 所示。

表 16. 演算法參數設定

項目	基因演算法		項目	模擬退火法	
	零組件 5 個	10 個		零組件 5 個	10 個
族群大小	10	10	起始溫度	1000	100000
最大演化世代	1000	100000	終止溫度	1	1
編碼	實數型	實數型	溫度冷卻率	0.9	0.99
編碼字串長度	5	10	循環次數	5	10
複製	羅盤式	羅盤式			
交配	單點交配	單點交配			
突變	單點隨機	單點隨機			
突變率	0.15	0.15			

3.1 相同材料模擬分析

本研究另外撰寫程式以窮舉所有配置組合找出符合限制條件下之最低成本最佳配置公差，其模擬結果如表 17 所示。在 5 個零組件公差配置模擬中，窮舉需進行十萬次搜尋方能得知最佳配置組合公差，搜尋時間為 1.578 秒，基因演算法模擬一千次，搜尋時間為 0.281 秒即可求得最佳配置組合公差，而模擬退火法則模擬 330 次，搜尋時間為 0.112 秒即可求得最佳配置組合公差。但原設計師所設計之公差，透過目標函數的成本估算後，其成本為 6702.68。然經由窮舉、基因演算法與模擬退火法模擬結果，其最佳成本為 4860.95，較原設計成本節省

1841.73。而在 10 個零組件公差配置模擬中，窮舉需進行 10¹⁰ 次搜尋方能得知最佳配置組合公差，搜尋時間為 718.61 秒，基因演算法模擬十萬次，搜尋時間為 33.329 秒即可求得最佳配置組合公差，而模擬退火法則模擬 11460 次，搜尋時間為 17.912 秒即可求得最佳配置組合公差。此外，原設計師所設計之公差，透過目標函數的成本估算後，其成本為 16812.65。然經由窮舉、基因演算法與模擬退火法模擬結果，其最佳成本為 10272.36，較原設計成本節省 6540.29。經上述模擬結果可證明基因演算法與模擬退火法可在較短時程內找出渦輪引擎組件之最佳配置組合公差。

表 17. 相同零件材料公差配置模擬結果

項目	演算法	原設計公差	基因演算法	模擬退火法	窮舉
		5 個零組件 公差組合數	1	1000	330

	成本	6702.68	4860.95	4860.95	4860.95
	搜尋時間(s)	0.0001	0.281	0.112	1.578
	公差組合數	1	100000	11460	10 ¹⁰
10 個零組件	成本	16812.65	10272.36	10272.36	10272.36
	搜尋時間(s)	0.0001	33.329	17.912	718.61

3.2 不同材料模擬分析

本研究同樣運用基因演算法、模擬退火法與窮舉法模擬在不同材料下其最佳配置組合公差情形。而基因演算法與模擬退火法參數設定亦不變，如表 16 所示。模擬分析結果如表 18 所示。在 5 個不同材料之零組件下進行最佳化配置模擬時，其窮舉法之搜尋時間為 1.574 秒，基因演算法之搜尋時間為 0.291 秒，而模擬退火法之搜尋時間為 0.108 秒即可求得最佳配置組合公差。另一方面原設計師所設計之公差，透過目標函數的成本估算後，其成本為 5198.45。然經由窮舉、基因演算法與模擬退火

法模擬結果，其最佳成本為 5553.56，較原設計成本節省 355.11。在 10 個不同材料之零組件下進行最佳化配置模擬時，窮舉法之搜尋時間為 719.82 秒，基因演算法之搜尋時間為 34.125 秒即可求得最佳配置組合公差，而模擬退火法之搜尋時間為 17.822 秒即可求得最佳配置組合公差。此外，原設計師所設計之公差，透過目標函數的成本估算後，其成本為 23638.94。然經由窮舉、基因演算法與模擬退火法模擬結果，其最佳成本為 19166.06，較原設計成本節省 4472.88。經上述模擬結果亦可證明基因演算法與模擬退火法可在不同材料下，於較短時程內找出渦輪引擎組件之最佳配置組合公差。

表 18. 不同零件材料公差配置模擬結果

		演算法 項目	原設計公差	基因演算法	模擬退火法	窮舉
5 個零組件	公差組合數		1	1000	330	105
	成本		5553.56	5198.45	5198.45	5198.45
	搜尋時間(s)		0.0001	0.291	0.108	1.574
10 組零件	公差組合數		1	100000	11460	1010
	成本		23638.94	19166.06	19166.06	19166.06
	搜尋時間(s)		0.0001	34.125	17.822	719.82

四、結論與建議

本研究的目的是運用公差/成本對應表概念利用啟發式演算法模擬組件尺寸公差配置最佳化的問題，此次研究得到以下幾點結論：

- (1) 本研究依據不同的公差特性，完成公差與成本函式公式推導，依據製程工廠製程限制進行公差成本離散，以符合現實製程工廠製程精密度，避免未來設計後無法進行製造之問題。
- (2) 公差/成本對應表可提供設計人員於公差

設計時，準確掌握成本預估，確保未來產品量產的經濟效益。

- (3) 本研究運用基因演算法與模擬退火法進行公差配置，在符合組件尺寸公差限制條件下，以成本最小為目標，搜尋出個別零件尺寸公差之最佳配置。並以渦輪引擎零組件為例，證明公差設計可以以自動化方式取代人工公差設計。
- (4) 透過基因演算法、模擬退火法及窮舉法之間的比較，可發現基因演算法與模擬退火法所耗費時間較窮舉法短，且可快速的收斂至最佳解，較能達到一般所要求的經濟

效率。若僅使用五個或十個零組件進行對稱型組件公差最佳化配置，使用窮舉法所耗費的時間與基因演算法及模擬退火法比起來相距不大，倘若中科院實際進行更多零件進行公差最佳化分析時，窮舉法在公差最佳化配置方面將不可行。

本研究主要驗證公差/成本對應表概念與啟發式演算法可進行渦輪引擎零組件以協助設計人員建立公差設計自動化能量，因此將實際問題進行簡化。然而渦輪引擎在製造組裝方面仍會碰到許多影響因素，例如：熱膨脹、加工機具的震動及偏心問題等影響因素，未來研究可依據上述問題進行探討以更符合實際狀況。

參考文獻

- [1] Deng, J., and Deng, S., "The Adaptive Branch and Bound Method of Tolerance Synthesis Based on the Reliability Index," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 20, pp. 190-200, 2002.
- [2] 謝豪峰，一維組裝公差模擬軟體發展，國立中央大學機械工程研究所碩士論文，桃園，1996。
- [3] Zhang, C., and Wang, H. P., "Robust Design of Assembly and Machining Tolerance Allocation," *IIE Transactions*, pp. 17-29, 1998.
- [4] 鄭智原，產品製造程序變異對最佳容差分配影響之研究，台灣科技大學機械工程研究所碩士論文，台北，2000。
- [5] 紀承昌，穩健模糊及容差機械最佳設計，淡江大學機械工程研究所碩士論文，台北，2002。
- [6] 陳澄舟，多因素條件下最適公差設計之探討，義守大學工業工程與管理研究所碩士論文，高雄，2006。
- [7] Lin, C. Y., Huang, W. H., Jeng, M. C., and Doong, J. L., "Study of an assembly tolerance allocation model based on Monte Carlo simulation," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 70, pp. 9-16, 1997.
- [8] Bai, G., Zhang, C., and Wang, B., "Optimization of Machining Datum Selection and Machining Allocation with Genetic Algorithms," *International Journal of Production Research*, Vol. 38, No. 6, pp. 1407-1424, 2000.
- [9] 陳正斌，基因演算法在公差分析上的應用，大葉大學機械工程研究所碩士論文，彰化，1993。
- [10] Spotts, M.F., "Allocation of Tolerances to minimize cost of assembly," *Journal of Engineering for Industry, ASME*, Vol. 95, pp. 762-764, 1973.
- [11] Sutherland, G. H., and Roth, B., "Mechanism design: accounting for manufacturing tolerance and cost in function generating problems," *Journal of Engineering for Industry, ASME*, Vol. 97, pp. 283-286, 1975.
- [12] Ostwald, P.F., and Huang, J., "A method for optimal tolerance selection," *Journal of Engineering for Industry, ASME*, Vol. 99, pp. 558-565, 1977.
- [13] Dong, Z., Hu, W., and Xue, D., "New production cost-tolerance models for tolerance synthesis," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 116, pp. 199-206, 1994.
- [14] 蕭志峰，具尺寸公差之方型工件最低成本製程規劃設計，中興大學機械工程研究所碩士論文，台中，2002。
- [15] Holland, J., "Adaptation in Natural and Artificial System," Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.
- [16] Creveling, C.M., Tolerance Design, Addison-Wesley, New York, 1997.
- [17] Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., and Teller, E., "Equation of state calculations for fast computing machines," *Journal of Chemical Physics*, Vol. 21, pp. 1087-1092, 1953.
- [18] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., and Vecchi, M. P., "Optimization by simulated annealing," *Science*, Vol. 220, pp. 671-680, 1983.
- [19] Lundy, M., and Mees, A., "Convergence of an annealing algorithm," *Mathematical Programming*, Vol. 34, pp. 111-124, 1986.

