

串並聯系統之元件重要性指標之建構

王春和¹ 林德偉^{2*}

¹國防大學理工學院動力及系統工程學系

²國防大學理工學院國防科學研究所

摘 要

本研究提出兩個可靠度重要性指標，第一個指標為可靠度期望值指標，主要改良 Birnbaum 重要性指標，但同時衡量元件於失效機率模式中可操作與失效的機率，可以改善 Birnbaum 重要性指標具高估元件重要性，致使元件重要性排序不正確的缺點，並克服過去發展重要性指標，無法辨別並聯次系統之元件間重要性的限制。第二個指標為累積可靠度期望值指標，考慮元件於任務時間內的重要性，可以改善過去所發展指標僅考慮單一時間點之元件重要性的缺點，此一指標可作為在維修工程中挑選維修元件之依據，進而提升重要性指標於可靠度工程的實務應用性。本研究最後以三個不同結構之串並聯系統，驗證所提出重要性指標之有效性。

關鍵詞：重要性指標，可靠度，任務時間

Constructing the Importance Measures of Components for the Series-Parallel System

Chung-Ho Wang¹ and Te-Wei Lin^{2*}

¹*Department of Power Vehicle and Systems Engineering
Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University*

²*Graduate School of Defense Science
Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University*

ABSTRACT

This paper proposes two novel importance measures including reliability expectation measure (REM) and cumulative reliability expectation measure (CREM) based on the Birnbaum importance measures. The REM accounts for the probabilities if the components are capable of functioning according to their failure rate models which can actually quantify the components importance and thus overcome the drawback of Birnbaum importance measure that overestimates the values of components importance measures. Furthermore, the REM can retrieve the drawbacks of past developed importance measures that fail to discriminate the importance of components in the parallel subsystems. The CREM further incorporates the mission duration into REM to evaluate the importance of a component at a specific time period rather than at a specified time point. The CREM can be employed in maintenance engineering to determine the maintained components. Three simulated series-parallel cases demonstrate the effectiveness and practicality of the proposed importance measures.

Keywords: importance measures, reliability, mission duration

一、前言

在系統失效模式的分析中，由於串並聯系統元件的連接結構對系統可靠度等性能將有不同的影響，而大多數文獻[1-5]均假設串並聯系統元件為單一系統，來規劃可維修系統的維修策略，此法雖可簡化求解維修模式之複雜性，卻不能精確地反應系統之真實可靠度。近年來，針對多元件串並聯系統結構的維修策略，已引起廣泛探討[6-9]，而對複雜之串並聯系統而言，元件重要性指標 (Importance Measure of Components) 可用來評估系統中元件重要性，從而決定影響系統可靠度的重要性元件，應用於可靠度設計上，此一指標提供設計者提升系統可靠度的方向，在維修工程上，此一指標提供維修者建立維修策略之參考，以有效改善系統可靠度。重要性指標之概念，最早由 Birnbaum[10]於 1969 年提出，探討系統之任一元件在一時間點上，正常操作與失效兩種狀況下，對系統可靠度影響之差異值，而後 Lambert[11]於 1975 年提出關鍵性重要性指標 (Criticality Importance Measure)，計算任一元件在某一時間點發生失效，同時造成系統失效的機率，亦即評估元件失效對系統失效所產生之關鍵性影響；Fussell[12]於 1975 年提出 Fussell-Vesely 重要性指標，探討包含在最小切割集合 (Minimal Cut Set) 內的任一元件，在某一時間點發生失效，同時造成系統失效的機率；改善潛能指標 (Improvement Potential)[13] 衡量任一元件在一時間點上更換新的元件與不更換新元件兩種狀況下，對系統可靠度之差異；風險達成指標 (Risk Achievement Worth, RAW) [14-16] 評估任一元件可靠度的增加，對系統可靠度提升之影響；風險減少指標 (Risk Reduction Worth, RRW) [16,17] 評估任一元件可靠度減少對系統可靠度降低之影響。Bris 等人[18]將維修成本納入 Birnbaum 重要性指標中，建立比例準則重要性指標 (Ratio-Criterion Importance Measure)，同時考慮元件的維修成本與重要性，並依此指標作為挑選維修元件之依據；Espirito 等人[19]針對電力傳輸系統 (Electricity Transmission Systems) 建立關鍵性重要性指標，以評估設備之重要性並作為電力傳輸系統挑選維修設備之依據。

目前所發展的這些指標在使用上仍有下列二項主要限制與缺點，第一為大部分指標考

慮元件在正常操作與失效兩種狀況下，評估元件對系統可靠度之影響，此重要性指標值的計算，未考慮元件可正常操作與失效發生的機率，導致這些指標均高估元件之重要性，未能真正反應系統元件在實際運作過程中的重要性；第二為大部分指標僅探討系統之任一元件在單一時間點上的重要性，然元件重要性指標值會隨著其失效機率模式，依評估時間點不同而變動，因此，無法適用於評估系統在任務時間 (Mission Duration) 內元件的重要性。本研究將針對上述現有重要性指標的缺點，進行改良並發展新的元件重要性指標，以正確評估複雜性系統中元件的重要性，提升重要性指標的實務應用性。

二、重要性指標介紹

重要性指標已廣泛運用於可靠度工程中，此指標對系統中的每個元件之重要性提供量化之數據，可用來評估系統中元件重要性，從而決定影響系統可靠度的重要性元件，應用於可靠度設計上，此一指標提供設計者提升系統可靠度的方向，在維修工程上，此一指標提供維修者建立維修策略之參考，以有效改善系統可靠度。以下說明幾種常用的重要性指標，說明如下：

2.1 Birnbaum 重要性指標

Birnbaum[10]於 1969 年首先提出重要性指標之概念，經由計算任一元件在某一時間點可操作與失效兩種狀況下，對系統可靠度影響的差異值，Birnbaum 重要性指標 (Birnbaum's Importance Measure) 定義如下：

$$I_B^i(t) = \frac{\partial G(q(t))}{\partial q_i(t)} = G(1, q_i(t)) - G(0, q_i(t)) \quad (1)$$
$$= R_S(1, r_i(t)) - R_S(0, r_i(t))$$

其中 $I_B^i(t)$ 為元件 i 在時間 t 的 Birnbaum 重要性指標值； $G(q(t))$ 為系統在時間 t 的不可靠度函數； $q_i(t)$ 為元件 i 在時間 t 的不可靠度函數。 $G(1, q_i(t))$ 為元件 i 在時間 t 失效狀況下，系統的不可靠度值； $G(0, q_i(t))$ 為元件 i 在時間 t 可操作狀況下，系統的不可靠度值； $R_S(1, r_i(t))$ 為元件 i 在時間 t 可操作狀況下，系統的可靠度值； $R_S(0, r_i(t))$ 為元件 i 在時間 t 失效狀況下，

系統的可靠度值。當 $I_B^i(t)$ 愈大反應出元件 i 在時間 t 可靠度微小的改變將引起系統可靠度大的改變，因此， $I_B^i(t)$ 值愈大表示元件 i 在系統中愈重要。

2.2 關鍵性重要性指標

關鍵性重要性指標[11]計算任一元件在某一時時間點發生失效，同時造成系統失效的機率，亦即評估元件失效對系統失效所產生之關鍵性影響，定義如下：

$$I_{CR}^i(t) = \frac{\partial G(q(t))}{\partial q_i(t)} \times \frac{q_i(t)}{G(q(t))} \quad (2)$$

其中 $I_{CR}^i(t)$ 為元件 i 在時間 t 的關鍵性重要性指標值； $q_i(t)$ 為元件 i 在時間 t 的不可靠度函數。當 $I_{CR}^i(t)$ 愈大表示元件 i 在時間 t 失效，對系統失效產生關鍵性影響愈大，即元件 i 在系統中愈重要。

2.3 Fussell-Vesely 重要性指標

Fussell-Vesely 重要性指標 [12]引用最小切割集合的概念，探討包含在最小切割集合內的任一元件，在某一時間點發生失效，同時造成系統失效的機率，定義如下：

$$I_{FV}^i(t) = \frac{G_i(q(t))}{G(q(t))} \quad (3)$$

其中 $I_{FV}^i(t)$ 為元件 i 在時間 t 的 Fussell-Vesely 重要性指標值； $G_i(q(t))$ 為元件 i 失效，導至於切割集合的串並聯次系統失效的機率， $I_{FV}^i(t)$ 值愈大表示元件 i 在系統中愈重要。

2.4 改善潛能重要性指標

改善潛能重要性指標[13]從可靠度改善的觀點，評估元件的重要性，此指標衡量任一元件在某一時間點更換新的元件與不更換新元件兩種狀況下，系統可靠度之差異，即更換新元件後對系統可靠度之改善，定義如下：

$$I_{IP}^i(t) = I_B^i(t) \times q_i(t) \quad (4)$$

其中 $I_{IP}^i(t)$ 為元件 i 在時間 t 的改善潛能重要性指標值， $I_{IP}^i(t)$ 值愈大表示元件 i 在系統中愈重要。

2.5 比例準則重要性指標

Bris 等人[18]將維修成本納入 Birnbaum 重要性指標中，建立比例準則重要性指標，定義如下：

$$R_i(t) = \frac{C(i)}{I_B^i(t)} \quad (5)$$

其中 $R_i(t)$ 為元件 i 在時間 t 的比例準則重要性指標值； $C(i)$ 為元件 i 的維修成本， $R_i(t)$ 值愈大表示元件 i 在系統中愈重要。

2.6 風險達成指標

風險達成指標[14-16]評估任一元件可靠度的增加，對系統可靠度提升之影響，經由計算任一元件在某一時間點，可正常操作之狀況下系統的可靠度，對系統實際可靠度比值，風險達成指標定義如下：

$$RAW_i = \frac{R_S(t; r_i(t)=1)}{R_S(t)} \quad (6)$$

其中 RAW_i 為元件 i 的風險達成指標值； $R_S(t; r_i(t)=1)$ 為元件 i 在時間 t 可正常操作之狀況下，系統的可靠度； $R_S(t)$ 為系統在時間 t 之實際可靠度。

2.7 風險減少指標

風險減少指標[16,17]評估任一元件可靠度減少對系統可靠度降低之影響，經由計算系統實際可靠度與任一元件在某一時間點為失效狀況下的系統可靠度之比值，可靠度減少指標定義如下：

$$RRW_i = \frac{R_S(t)}{R_S(t; r_i(t)=0)} \quad (7)$$

其中 RRW_i 為元件 i 的風險減少指標值； $R_S(t; r_i(t)=0)$ 為元件 i 在時間 t 為失效之狀況下，系統之可靠度值。

經由進一步分析上述這些指標，得知目前所發展的重要性指標在使用上仍有些限制與缺點，說明如下：

- (1) 關鍵性重要性指標、Fussell-Vesely 重要性指標、改善潛能重要性指標與風險達成指標，應用於評估並聯系統中元件的重要性時，其個別之元件重要性指標值均相同，無法辨別元件間之重要性，因此，不適用於並聯系統中評估元件的重要性。

- (2) 風險減少指標應用於評估單一元件串聯系統中元件的重要性時，其個別之元件重要性指標值均為無限大，無法辨別元件間之重要性。
- (3) 除了 Birnbaum 重要性指標外，過去所發展的指標均無法辨別串並聯系統中並聯次系統的元件重要性，然而 Birnbaum 重要性指標、關鍵性重要性指標、改善潛能重要性指標與比例準則重要性指標，僅考慮元件在正常操作與發生失效兩種極端狀況下，對系統可靠度影響之差異值，然而實務上，個別元件在單一時間點上可正常操作或失效之可能性，為一時間函數的可靠度機率值，由於未考慮元件可正常操作與發生失效之機率，導致這些指標無法實際地反應出系統在運作過程中，個別元件的重要性。
- (4) 上述所有指標均僅探討系統中任一元件在單一時間點上對系統可靠度影響的重要性，由於系統可靠度值與個別元件可靠度值依其失效機率模式，隨時間而變動，致使所獲得的元件重要性指標值亦隨評估時間而變動，亦即元件重要性指標值乃時間的函數，所以欲評估元件在特定時間內的重要性，例如：系統在任務時間(mission duration)內元件的重要性，上述這些指標皆不適用。

本研究即針對目前所發展之重要性指標的缺點與限制，發展適用性之指標，以期能更適切地評估系統中個別元件的重要性，拓展元件重要性指標的實務應用性。

三、重要性指標之改良

本研究改良 Birnbaum 重要性指標[10]，僅衡量元件正常操作與發生失效兩極端狀況下之缺點，考量個別元件之失效機率模式，進而評估元件在任一時間點發生失效與正常操作的機率，對系統可靠度的影響，因此，經由計算可靠度影響的期望值，建立一個可靠度期望值指標 (Reliability Expectation Measure, REM)，公式如下：

$$I_{REM}^i(t) = (R_S(1, r_i(t)) - R_S(t)) \times r_i(t) + (R_S(t) - R_S(0, r_i(t))) \times (1 - r_i(t)) \quad (8)$$

其中， $R_S(t)$ 為系統在時間 t 的可靠度； $R_S(1, r_i(t))$ 為元件 i 在時間 t 可正常操作狀況

下，系統的可靠度； $R_S(0, r_i(t))$ 為元件 i 在時間 t 失效狀況下，系統的可靠度； $r_i(t)$ 為元件 i 在時間 t 可正常操作的機率； $(1 - r_i(t))$ 為元件 i 在時間 t 發生失效的機率； $(R_S(1, r_i(t)) - R_S(t))$ 表示元件 i 在時間 t 可正常操作狀況下，對系統可靠度影響的正向效應； $(R_S(t) - R_S(0, r_i(t)))$ 表示元件 i 在時間 t 失效狀況下，對系統可靠度影響的負向效應； $I_{REM}^i(t)$ 為元件 i 在時間 t 的可靠度期望指標值，其值介於 0 與 1 之間， $I_{REM}^i(t)$ 值愈大表示元件 i 在時間 t 對系統可靠度的影響愈重要。 $I_{REM}^i(t)$ 指標改善 Birnbaum 重要性指標[10]高估元件重要性的缺點，亦可克服關鍵性重要性指標[11]、Fussell-Vesely 重要性指標[12]、改善潛能重要性指標[13]與風險達成指標[14-16]無法辨別並聯次系統中之元件重要性的限制，因此，此一指標可適切應用於可靠度設計上，提供系統可靠度正確的改善方向。

由於 $I_{REM}^i(t)$ 指標僅探討系統中任一元件在單一時間點上對系統可靠度影響的重要性，然而系統可靠度值與個別元件可靠度值依時間而變動，致使所獲得的元件重要性指標值亦隨評估時間而變動，亦即元件重要性指標值為時間的函數，因此，若欲進一步評估元件在系統任務時間內的重要性，可經由對公式(8)在任務時間內對時間積分，得到一個累積可靠度期望值指標 (Cumulative Reliability Expectation Measure, CREM)，此指標值可以適切地衡量一個元件在系統任務時間內的重要性，公式如下：

$$I_{CREM}^i = \int_0^T I_{REM}^i(t) dt \quad (9)$$

其中 T 為任務時間 (Mission Duration)， I_{CREM}^i 為元件 i 在任務時間 T 內的累積可靠度期望值指標值，此一指標可作為在維修工程中挑選維修元件之依據， I_{CREM}^i 值愈大表示元件 i 在任務時間內對系統可靠度影響愈大，表示元件 i 愈需要維修。

四、指標有效性驗證

為了驗證本研究所建立指標的有效性，確實可以改善過去所發展指標的缺點，從而拓展重要性指標的實務應用性，本研究以三個模擬

串並聯系統的案例，來驗證所建構指標之有效性，其中每個系統包含 15 個元件，每個元件分別以整數 1-15 編號，圖 1 至圖 3 表示三個串並聯系統的可靠度方塊圖(Reliability Block Diagram)，第一個模擬案例包含六個次系統，第二個模擬案例包含四個次系統，第三個模擬案例包含十二個次系統，其中，第一個模擬案例主要描述系統中包含多樣性的並聯次系統，系統組成架構包含一個單一元件次系統、兩個二元件並聯次系統、兩個三元件並聯次系統及一個四元件並聯次系統；第二個模擬案例主要描述系統中之並聯次系統為多元件結構所組成，系統組成架構包含兩個三元件並聯次系統及兩個四元件並聯次系統；第三個模擬案例主要描述系統中之並聯次系統為多個單一元件結構所組成，系統組成架構包含九個單一元件次系統及三個二元件並聯次系統。本研究以 Weibull 分配模擬十五個元件的失效機率模式，其中形狀參數 β 分為五個值，分別為 $\beta=3$ 、 2 、 1.5 、 1 與 0.5 ， $\beta=3$ 主要描述失效率為急速遞增的元件， $\beta=2$ 主要描述失效率為固定遞增的元件， $\beta=1.5$ 主要描述失效率為緩慢遞增的元件， $\beta=1$ 主要描述失效率為常數的元件， $\beta=0.5$ 主要描述失效率為遞減的元件；尺度參數 η 規劃為三個值，分別為 $\eta=0.01$ 、 0.02 與 0.03 。十五個模擬元件以英文字母 A-O 標示，個別元件參數歸納如表 1 所示，本研究經由隨機排列表 1 中 15 個元件英文標示並與所建構三個不同串並聯結構之模擬案例的 15 個元件進行配對，以此隨機方式決定可靠度方塊圖中個別元件的失效機率模式，從而驗證所建構重要性指標之有效性，表 2 為三個模擬案例的元件失效機率模式之配對結果，其中 Weibull 分配之可靠度公式為 $r(t) = e^{-(\eta t)^\beta}$ ，串並聯系統的可靠度公式為

$$R_S(t) = \prod_{k=1}^K [1 - \prod_{i=1}^{E_k} (1 - r_i(t))]$$

k 表示第 k 個並聯次系統； i 表示第 i 個元件； E_k 表示在第 k 個並聯次系統中之元件數量； K 表示並聯次系統之數量； $r_i(t)$ 表示元件 i 在時間 t 之可靠度值； $R_S(t)$ 表示系統在時間 t 之可靠度值。

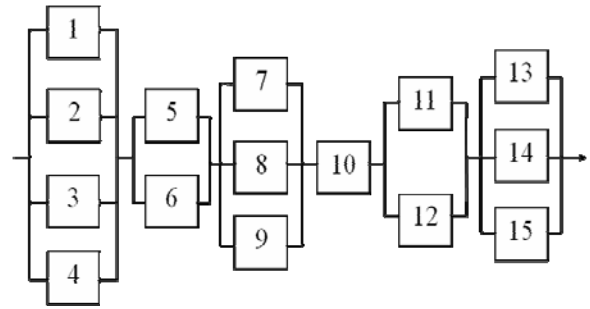


圖 1. 第一個模擬案例之可靠度方塊圖。

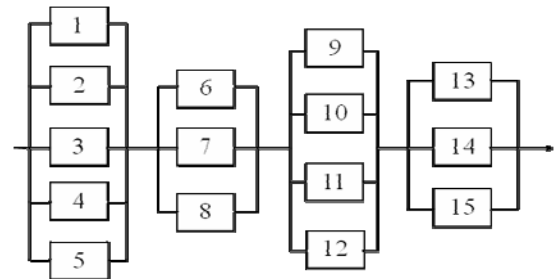


圖 2. 第二個模擬案例之可靠度方塊圖。

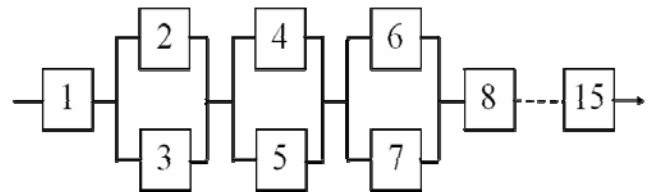


圖 3. 第三個模擬案例之可靠度方塊圖。

表 1. 模擬元件參數

模擬元件	失效機率分佈	參數	平均失效時間
A	Weibull	$\beta = 3, \eta = 0.01$	89.3
B	Weibull	$\beta = 3, \eta = 0.02$	44.65
C	Weibull	$\beta = 3, \eta = 0.03$	29.77
D	Weibull	$\beta = 2, \eta = 0.01$	88.62
E	Weibull	$\beta = 2, \eta = 0.02$	44.31
F	Weibull	$\beta = 2, \eta = 0.03$	29.54
G	Weibull	$\beta = 1.5, \eta = 0.01$	90.27
H	Weibull	$\beta = 1.5, \eta = 0.02$	45.14
I	Weibull	$\beta = 1.5, \eta = 0.03$	30.09
J	Weibull	$\beta = 1, \eta = 0.01$	100
K	Weibull	$\beta = 1, \eta = 0.02$	50
L	Weibull	$\beta = 1, \eta = 0.03$	33.33
M	Weibull	$\beta = 0.5, \eta = 0.01$	200
N	Weibull	$\beta = 0.5, \eta = 0.02$	100
O	Weibull	$\beta = 0.5, \eta = 0.03$	66.67

表 2. 模擬案例之元件配對結果

元件號碼	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
第一個模擬案例	H	O	B	J	G	D	C	K	N	F	L	I	E	M	A
第二個模擬案例	O	I	E	K	N	J	G	M	L	C	D	F	A	B	H
第三個模擬案例	I	F	J	L	O	K	N	G	A	D	M	H	E	C	B

根據表 2 模擬之三個案例，本研究針對 Birnbaum 重要性指標 I_B 、關鍵性重要性指標 I_{CR} 、Fussell-Vesely 重要性指標 I_{FV} 、改善潛能重要性指標 I_{IP} 、風險達成指標 RAW 、風險減少指標 RRW 、可靠度期望值指標 I_{REM} 與任務時間內之累積可靠度期望值指標 I_{CREM} ，共計八種指標進行指標值計算與分析。本研究以第一個模擬案例之第一個元件為例，說明在 $t=20$ 時，可靠度期望值指標與累積可靠度期望值指標的計算過程與結果，首先將第一個元件參數 η 值及 β 值代入可靠度公式中，計算第一個元件在此時間點的可靠度值與不可靠度值，分別為 $r_1(20)=0.7765$ ， $(1-r_1(20))=0.2235$ ，接著，根據串並聯系統可靠度展開公式，計算系統可靠度值、第一個元件可正常操作時的系統可靠度值及第一個元件發生失效時的系統可靠度值，分別為 $R_S(20)=0.5603$ ， $R_S(1, r_1(20))=0.5611$ ， $R_S(0, r_1(20))=0.5577$ ，接著，計算第一個元件在 $t=20$ 時的可靠度期望值指標值為

$$I_{REM}^1(20) = (R_S(1, r_1(20)) - R_S(20)) \times r_1(20) + (R_S(20) - R_S(0, r_1(20))) \times (1 - r_1(20)) = (0.5611 - 0.5603) \times 0.7765 + (0.5603 - 0.5577) \times 0.2235 = 0.0012 \quad (10)$$

其累積可靠度期望值指標值為

$$I_{CREM}^1 = \int_0^{20} I_{REM}^1(t) dt = \int_0^{20} ((R_S(1, r_1(t)) - R_S(t)) \times r_1(t) + (R_S(t) - R_S(0, r_1(t))) \times (1 - r_1(t))) dt = 0.0045 \quad (11)$$

其他重要性指標值可依第二章之重要性指標公式求得。第一個案例之模擬結果如表 3 及表 4 所示，根據模擬值分析如下：

- (1) I_{CR} 、 I_{FV} 、 I_{IP} 與 RAW 四種指標，在並聯次系統一之元件 1、2、3 及 4，並聯次系統二之元件 5 及 6，並聯次系統三之元件 7、8 及 9，並聯次系統五之元件 11 及 12 與並聯次系統六之元件 13、14 及 15，這些並聯次系統之元件重要性指標值均相等，致使四種指標於評估並聯次系統中元件之重要性排序亦相同，所以 I_{CR} 、 I_{FV} 、 I_{IP} 與 RAW 四種指標無法辨別並聯次系統中元件的重要性。
- (2) 除了 Birnbaum 重要性指標外，過去所發展的指標均無法辨別串並聯系統中元件的重要性，然而 Birnbaum 重要性指標並未考慮元件可正常操作與發生失效之機率，因此，所有元件在任何時間點之 Birnbaum 重要性指標 I_B 值均大於所發展的可靠度期望值指標 I_{REM} 值，且兩種指標之重要性排序亦不相同，圖 4 顯示元件 10 之兩種重要性指標值的比較曲線，本案例以元件 10 當 $t=0$ 時為說明例，由於元件 10 為單一元件次系統，當 $t=0$ 時， $R_S(1, r_{10}(0))=1$ 及 $R_S(0, r_{10}(0))=0$ ，因此經由公式(1)得到 $I_B=1$ ，當考慮元件可正常操作之機率 $r_{10}(0)=1$ 與發生失效之機率 $(1-r_{10}(0))=0$ 時，以公式(8)計算如下：

$$I_{REM} = (R_S(1, r_{10}(0)) - R_S(0)) \times r_{10}(0) + (R_S(0) - R_S(0, r_{10}(0))) \times (1 - r_{10}(0)) = (1-1) \times 1 + (1-0) \times 0 = 0 \quad (12)$$

由於系統在起始操作時間點($t=0$)，元件與系統可正常操作的機率(即可靠度)皆為 1，所以無法經由增加元件 10 的可靠度，來提升系統的可靠度，因此，分析元件 10 在 $t=0$ 可正常操作狀況下，對系統可靠度影響的正向效應為 0，即 $(R_S(1, r_{10}(0)) - R_S(0))=0$ ，將

$(R_S(1, r_{10}(0)) - R_S(0))$ 乘以元件 10 在 $t=0$ 可正常操作的機率($r_{10}(0)=1$)，得到元件 10 因可靠度增加對系統可靠度提升的可能性為 0；然而當單一元件次系統元件 10 在 $t=0$ 失效狀況下，即元件 10 的可靠度為 0 時，會導致系統無法正常操作，系統可靠度降為零，因此對系統可靠度影響的負向效應為 1，即 $(R_S(0) - R_S(0, r_{10}(0)))=1$ ，但元件 10 在系統起始操作時間點會失效的機率為 0，將 $(R_S(0) - R_S(0, r_{10}(0)))$ 乘以元件 10 在 $t=0$ 發生失效的機率($1 - r_{10}(0)=0$)，得到元件 10 因無法正常操作對系統可靠度降低的可能性亦為 0，綜合元件 10 對系統可靠度影響的正向效應與負向效應之可能性，計算元件 10 對系統可靠度影響的期望值，得到 $I_{REM} = 0$ ，表示系統在起始操作時間點，元件 10 對系統可靠度影響的重要性為 0，因此 I_{REM} 可以實際地反應出元件 10 的重要性，而 Birnbaum 重要性指標 $I_B = 1$ 則明顯高估元件 10 的重要性，其它時間點之 I_B 值均產生相同高估之結果，因此，以 Birnbaum 重要性指標評估元件之重要性並不適當，致使元件重要性排序亦不正確。

(3) 本案例在 $t=20$ 時，可靠度期望值指標與累積可靠度期望值指標，於 15 個元件的重要性排序恰相同，而 15 個元件的累積可靠度期望值指標值，會隨任務時間而改變，給予不同任務時間，15 個元件重要性排序可能不同，因此，此一指標可適切運用於維修工程中，探討系統於任務時間內挑選維修元件的依據，累積可靠度期望指標值愈高之元件表示愈需要維修，而上述探討單一時間點之重要性指標，並不適用於維修工程中。圖 5 顯示累積可靠度期望值指標於不同任務時間下的分佈曲線。第二個案例之模擬結果如表 5 及表 6 所示，根據模擬值分析如下：

(1) I_{CR} 、 I_{FV} 、 I_{IP} 與 RAW 四種指標，在並聯次系統一之元件 1、2、3、4 及 5，並聯次系統二之元件 6、7 及 8，並聯次系統三之元件 9、10、11 及 12 與並聯次系統四之元件 13、14 及 15，這些並聯次系統之元件重要性指標值均相等，致使四種

指標於評估並聯次系統中元件之重要性排序亦相同，所以 I_{CR} 、 I_{FV} 、 I_{IP} 與 RAW 四種指標無法辨別並聯次系統中元件的重要性。

(2) 所有元件在任何時間點之 Birnbaum 重要性指標 I_B 值均大於所發展的可靠度期望值指標 I_{REM} 值，且兩種指標之重要性排序亦不相同，圖 6 顯示元件 7 之兩種重要性指標值的比較曲線，本案例以元件 7 當 $t=30$ 為說明例，當 $t=30$ 時， $R_S(1, r_7(30))=0.9580$ ， $R_S(0, r_7(30))=0.8533$ ，因此經由公式(1)得到 $I_B = 0.1047$ ，當考慮元件可正常操作之機率 $r_7(30)=0.8485$ 與發生失效之機率 $(1 - r_7(30))=0.1515$ 時，以公式(8)計算如下：

$$\begin{aligned} I_{REM} &= (R_S(1, r_7(30)) - R_S(30)) \times r_7(30) + \\ &\quad (R_S(30) - R_S(0, r_7(30))) \times (1 - r_7(30)) \\ &= (0.9580 - 0.9421) \times 0.8485 + \\ &\quad (0.9421 - 0.8533) \times 0.1515 = 0.027 \end{aligned} \quad (13)$$

分析元件 7 在 $t=30$ 可正常操作狀況下，對系統可靠度影響的正向效應為 $(R_S(1, r_7(30)) - R_S(30))=0.0159$ ，乘以元件 7 在 $t=30$ 可正常操作的機率為 $r_7(30)=0.8485$ ，加上元件 7 在 $t=30$ 失效狀況下，對系統可靠度影響的負向效應為 $(R_S(30) - R_S(0, r_7(30)))=0.0888$ ，乘以元件 7 在 $t=30$ 發生失效的機率為 $(1 - r_7(30))=0.1515$ ，綜合元件 7 對系統可靠度影響的正向效應與負向效應之可能性，計算元件 7 對系統可靠度影響的期望值，得到 $I_{REM} = 0.027$ ，因此 I_{REM} 可以實際地反應出元件 7 的重要性，而 Birnbaum 重要性指標 $I_B = 0.1047$ 則明顯高估元件 7 的重要性，其它時間點之 I_B 值均產生相同高估之結果，因此，以 Birnbaum 重要性指標評估元件之重要性並不適當，致使元件重要性排序亦不正確。

本案例在 $t=20$ 時，可靠度期望值指標與累積可靠度期望值指標之重要性排序，除元件 3 與元件 8 外，其餘元件排序均相同，而 15

個元件的累積可靠度期望值指標值，會隨任務時間而改變，給予不同任務時間，其重要性排序可能不同，因此，此一指標可適切運用於維修工程中，探討系統於任務時間內挑選維修元件的依據，重要性指標值愈高之元件表示愈需要維修，而上述探討單一時間點之重要性指標，並不適用於維修工程中。圖 7 顯示累積可靠度期望值指標於不同任務時間下的分佈曲線。

第三個案例之模擬結果如表 7 及表 8 所示，根據模擬值分析如下：

- (1) I_{CR} 、 I_{FV} 、 I_{IP} 與 RAW 四種指標，在並聯次系統二之元件 2 及 3，並聯次系統三之元件 4 及 5 與並聯次系統四之元件 6 及 7，這些並聯次系統之元件重要性指標值均相等，致使四種指標於評估並聯次系統中元件之重要性排序亦相同，所以 I_{CR} 、 I_{FV} 、 I_{IP} 與 RAW 四種指標無法辨別並聯次系統中元件的重要性。
- (2) 元件 1、8、9、10、11、12、13、14 及 15 為單一元件之次系統，其 RRW 值均為無限大，因此， RRW 指標無法辨別單一元件次系統結構的重要性。
- (3) 所有元件在任何時間點之 Birnbaum 重要性指標 I_B 值均大於所發展的可靠度期望值指標 I_{REM} 值，且兩種指標之重要性排序亦不相同，圖 8 顯示元件 1 之兩種重要性指標值的比較曲線，本案例以元件 1 當 $t=5$ 為說明例，當 $t=5$ 時， $R_S(1, r_1(5))=0.7002$ 及 $R_S(0, r_1(5))=0$ ，因此經由公式(1)得到 $I_B=0.7002$ ，當考慮元件可正常操作之機率 $r_1(5)=0.9436$ 與發生失效之機率 $(1-r_1(5))=0.0564$ 時，以公式(8)計算如下：

$$\begin{aligned}
 I_{REM} &= (R_S(1, r_1(5)) - R_S(5)) \times r_1(5) + \\
 &\quad (R_S(5) - R_S(0, r_1(5))) \times (1 - r_1(5)) \\
 &= (0.7002 - 0.6607) \times 0.9436 + \\
 &\quad (0.6607 - 0) \times 0.0564 = 0.0746 \quad (14)
 \end{aligned}$$

分析元件 1 在 $t=5$ 可正常操作狀況下，對系統可靠度影響的正向效應為 $(R_S(1, r_1(5)) - R_S(5))=0.0395$ ，乘以元件 1 在 $t=5$ 可正常操作的機率為

$r_1(5)=0.9436$ ，加上元件 1 在 $t=5$ 失效狀況下，對系統可靠度影響的負向效應為 $(R_S(5) - R_S(0, r_1(5)))=0.6607$ ，乘以元件 1 在 $t=5$ 發生失效的機率為 $(1-r_1(5))=0.0564$ ，綜合元件 1 對系統可靠度影響的正向效應與負向效應之可能性，計算元件 1 對系統可靠度影響的期望值，得到 $I_{REM}=0.0746$ ，因此 I_{REM} 可以實際地反應出元件 1 的重要性，而 Birnbaum 重要性指標 $I_B=0.7002$ 則明顯高估元件 1 的重要性，其它時間點之 I_B 值均產生相同高估之結果，因此，以 Birnbaum 重要性指標評估元件之重要性並不適當，致使元件重要性排序亦不正確。

本案例在 $t=20$ 時，可靠度期望值指標與累積可靠度期望值指標之重要性排序，除元件 8、元件 9 與元件 15 外，其餘元件排序均不同，而 15 個元件的累積可靠度期望值指標值，會隨任務時間而改變，給予不同任務時間，其重要性排序可能不同，因此，此一指標可適切運用於維修工程中，探討系統於任務時間內挑選維修元件的依據，重要性指標值愈高之元件表示愈需要維修，而上述探討單一時間點之重要性指標，並不適用於維修工程中。圖 9 顯示累積可靠度期望值指標於不同任務時間下的分佈曲線。

綜合上述三個模擬案例之結果，分析如下：

- (1) 關鍵性重要性指標 I_{CR} 、Fussell-Vesely 重要性指標 I_{FV} 、改善潛能重要性指標 I_{IP} 與風險達成指標 RAW 四種指標，在並聯次系統中，其元件重要性指標值均相同，因此，此四種指標無法辨別並聯次系統中之元件重要性。
- (2) 針對單一元件之次系統，風險降低指標 RRW 值為無限大，如第一個模擬案例的元件 10，第三個模擬案例的元件 1、8、9、10、11、12、13、14 及 15，因此， RRW 指標無法辨別單一元件次系統結構的重要性。
- (3) 除了 Birnbaum 重要性指標外，過去所發展的指標均無法辨別系統中並聯次系統的元件重要性，然而 Birnbaum 重要性指標僅考慮元件在正常操作與發生失效兩種極端狀

況下，對系統可靠度影響之差異值，未考慮元件可正常操作與發生失效之機率，導致在任一時間點 Birnbaum 重要性指標值均高於所發展的可靠度期望值指標值，無法正確評估元件的重要性，而所發展的可靠度期望值指標則考慮元件可正常操作與發生失效之可能性，因此可以反應元件在串並聯複雜系統中，其對系統可靠度的實際影響性，進而正確評估任一時間點元件

對系統影響的重要性。

- (4) 元件重要性指標值為時間的函數，在不同時間點其指標值均不同，以所發展的累積可靠度期望值指標，可正確評估於任務時間內元件對系統影響之重要性，此一指標可應用於維修工程中，於任務時間內評估維修個別元件對系統可靠度的貢獻，作為挑選維修元件之參考。

表 3. 第一個模擬案例之各元件重要性指標值(t=20)

指標	I_B	I_{CR}	I_{FV}	I_{IP}	RAW	RRW	I_{REM}	I_{CREM}
元件 1	0.0034	0.0017	0.0031	0.0008	1.0014	1.0047	0.0012	0.0045
元件 2	0.0014	0.0017	0.0031	0.0008	1.0014	1.0012	0.0007	0.0027
元件 3	0.0123	0.0017	0.0031	0.0008	1.0014	1.0209	0.0014	0.0052
元件 4	0.0042	0.0017	0.0031	0.0008	1.0014	1.0062	0.0012	0.0046
元件 5	0.0220	0.0043	0.0076	0.0019	1.0034	1.0373	0.0034	0.0196
元件 6	0.0481	0.0043	0.0076	0.0019	1.0034	1.0899	0.0036	0.0204
元件 7	0.0893	0.0394	0.0683	0.0173	1.0309	1.1473	0.0279	0.1450
元件 8	0.0526	0.0394	0.0683	0.0173	1.0309	1.0672	0.0232	0.1189
元件 9	0.0370	0.0394	0.0683	0.0173	1.0309	1.0364	0.0184	0.0933
元件 10	0.8032	0.5523	0.6876	0.2428	1.4333	Infinite	0.3388	3.1598
元件 11	0.2503	0.2568	0.3815	0.1129	1.2015	1.3247	0.1239	1.1273
元件 12	0.3038	0.2568	0.3815	0.1129	1.2015	1.5165	0.1419	1.2962
元件 13	0.0016	0.0005	0.0010	0.0002	1.0004	1.0025	0.0004	0.0016
元件 14	0.0007	0.0005	0.0010	0.0002	1.0004	1.0008	0.0003	0.0012
元件 15	0.0299	0.0005	0.0010	0.0002	1.0004	1.0559	0.0005	0.0018

表 4. 第一個模擬案例之各元件重要性指標值排序(t=20)

指標	I_B	I_{CR}	I_{FV}	I_{IP}	RAW	RRW	I_{REM}	I_{CREM}
元件 1	12	5	5	5	5	12	11	11
元件 2	14	5	5	5	5	14	12	12
元件 3	10	5	5	5	5	10	9	9
元件 4	11	5	5	5	5	11	10	10
元件 5	9	4	4	4	4	8	8	8
元件 6	6	4	4	4	4	5	7	7
元件 7	4	3	3	3	3	4	4	4
元件 8	5	3	3	3	3	6	5	5
元件 9	7	3	3	3	3	9	6	6
元件 10	1	1	1	1	1	1	1	1
元件 11	3	2	2	2	2	3	3	3
元件 12	2	2	2	2	2	2	2	2
元件 13	13	6	6	6	6	13	14	14
元件 14	15	6	6	6	6	15	15	15
元件 15	8	6	6	6	6	7	13	13

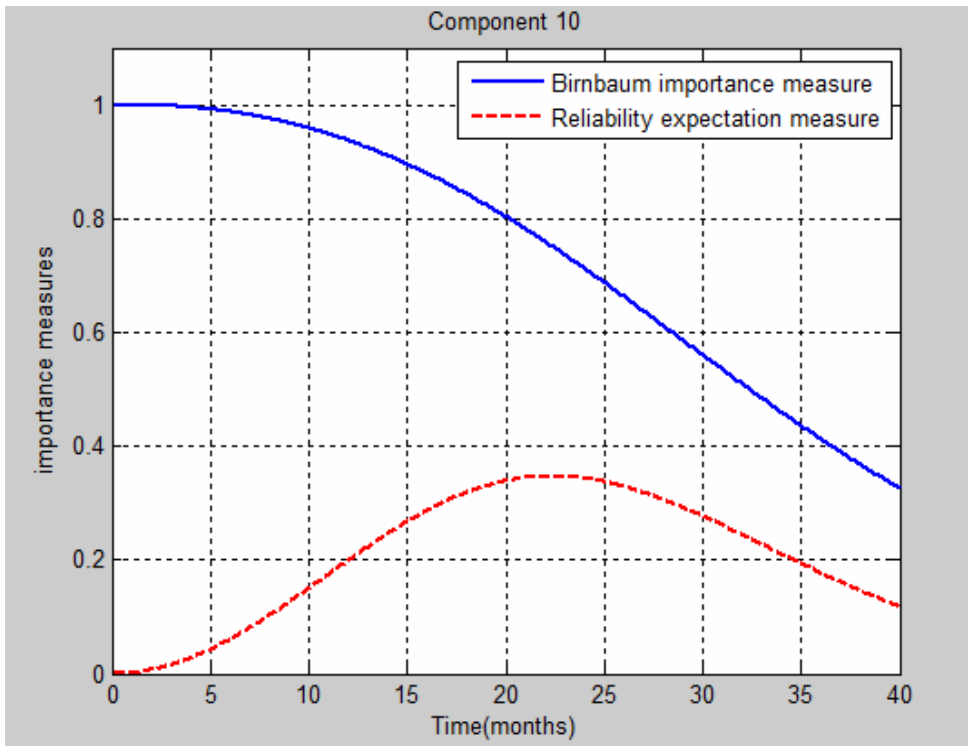


圖 4. 元件 10 之 Birnbaum 重要性指標值與可靠度期望值指標值的比較曲線。

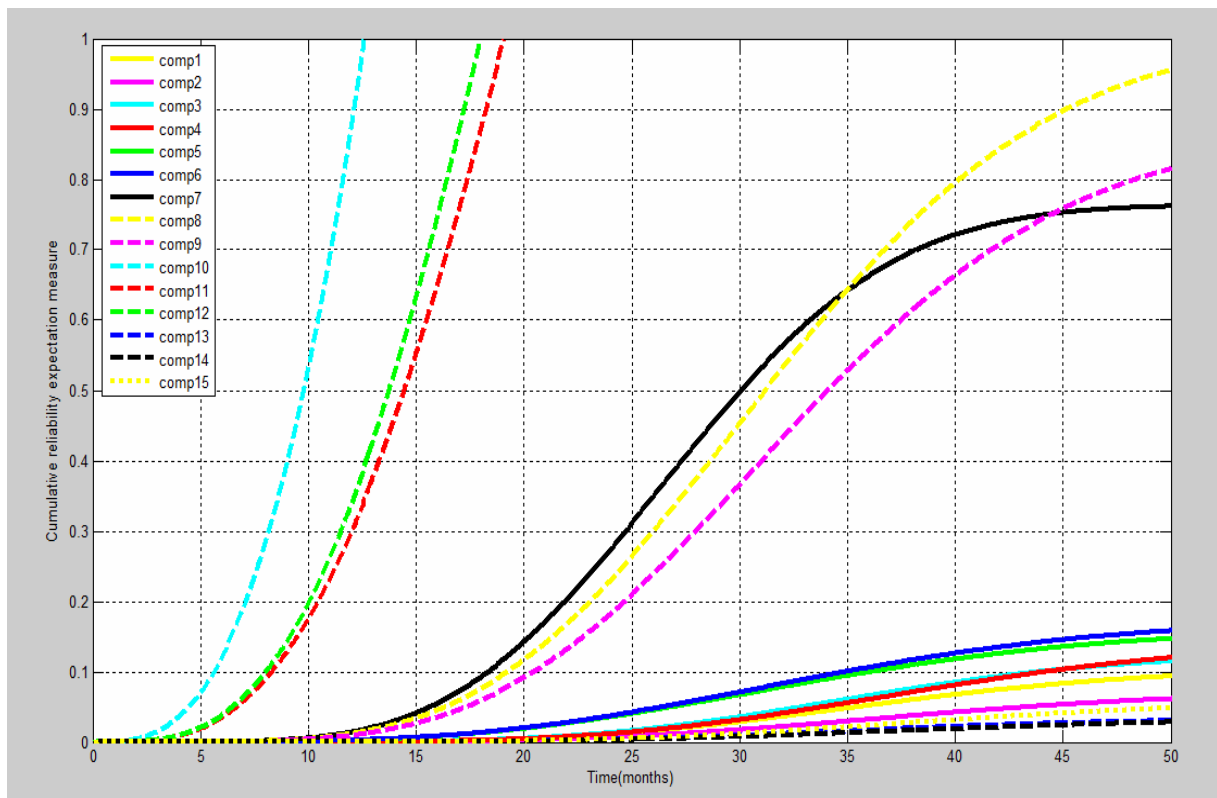


圖 5. 累積可靠度期望值指標值的分佈曲線。

表 5. 第二個模擬案例之各元件重要性指標值(t=20)

指標	I_B	I_{CR}	I_{FV}	I_{IP}	RAW	RRW	I_{REM}	I_{CREM}
元件 1	0.0084	0.4031	0.4058	0.0045	1.0046	1.0039	0.0042	0.0160
元件 2	0.0122	0.4031	0.4058	0.0045	1.0046	1.0078	0.0057	0.0226
元件 3	0.0308	0.4031	0.4058	0.0045	1.0046	1.0272	0.0078	0.0289
元件 4	0.0138	0.4031	0.4058	0.0045	1.0046	1.0094	0.0061	0.0232
元件 5	0.0097	0.4031	0.4058	0.0045	1.0046	1.0052	0.0048	0.0182
元件 6	0.0307	0.4928	0.4957	0.0056	1.0056	1.0261	0.0091	0.0508
元件 7	0.0650	0.4928	0.4957	0.0056	1.0056	1.0640	0.0102	0.0558
元件 8	0.0154	0.4928	0.4957	0.0056	1.0056	1.0101	0.0071	0.0401
元件 9	0.0023	0.0911	0.0921	0.0010	1.0010	1.0013	0.0011	0.0030
元件 10	0.0053	0.0911	0.0921	0.0010	1.0010	1.0043	0.0017	0.0044
元件 11	0.0262	0.0911	0.0921	0.0010	1.0010	1.0262	0.0020	0.0050
元件 12	0.0034	0.0911	0.0921	0.0010	1.0010	1.0024	0.0014	0.0038
元件 13	0.0137	0.0097	0.0098	0.0001	1.0001	1.0139	0.00022	0.00048
元件 14	0.0018	0.0097	0.0098	0.0001	1.0001	1.0017	0.00020	0.00052
元件 15	0.0005	0.0097	0.0098	0.0001	1.0001	1.0004	0.00016	0.0004

表 6. 第二個模擬案例之各元件重要性指標值排序(t=20)

指標	I_B	I_{CR}	I_{FV}	I_{IP}	RAW	RRW	I_{REM}	I_{CREM}
元件 1	10	2	2	2	2	11	8	8
元件 2	8	2	2	2	2	8	6	6
元件 3	2	2	2	2	2	2	3	4
元件 4	6	2	2	2	2	7	5	5
元件 5	9	2	2	2	2	9	7	7
元件 6	3	1	1	1	1	4	2	2
元件 7	1	1	1	1	1	1	1	1
元件 8	5	1	1	1	1	6	4	3
元件 9	13	3	3	3	3	14	12	12
元件 10	11	3	3	3	3	10	10	10
元件 11	4	3	3	3	3	3	9	9
元件 12	12	3	3	3	3	12	11	11
元件 13	7	4	4	4	4	5	13	13
元件 14	14	4	4	4	4	13	14	14
元件 15	15	4	4	4	4	15	15	15

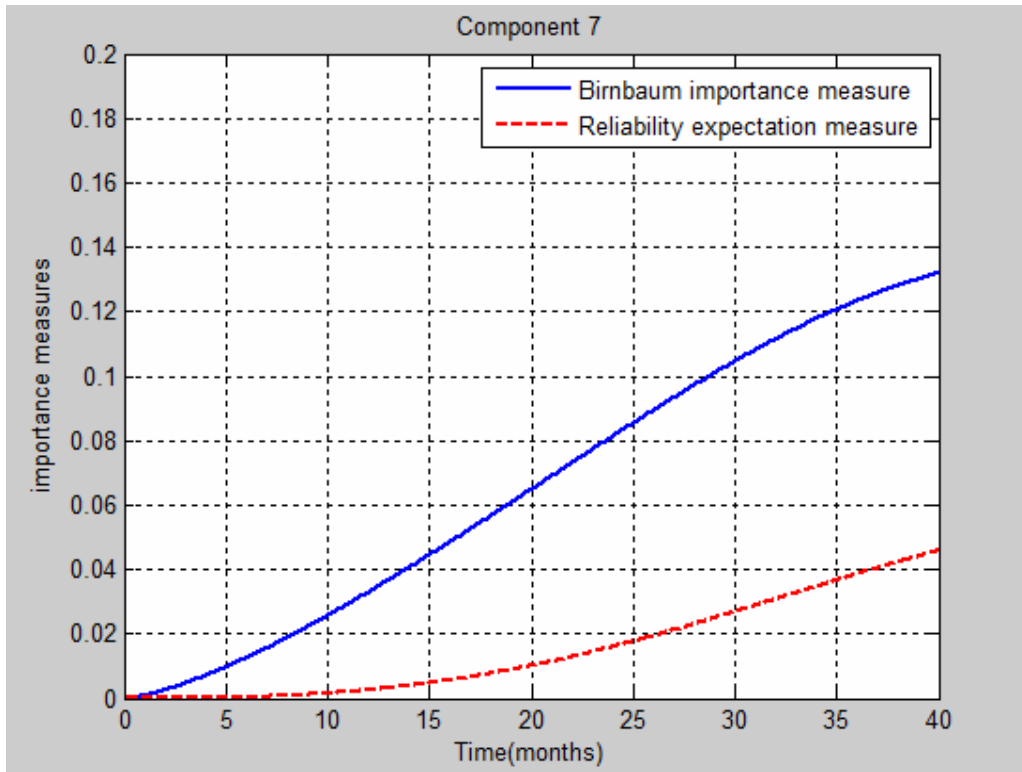


圖 6. 元件 7 之 Birnbaum 重要性指標值與可靠度期望值指標值的比較曲線。

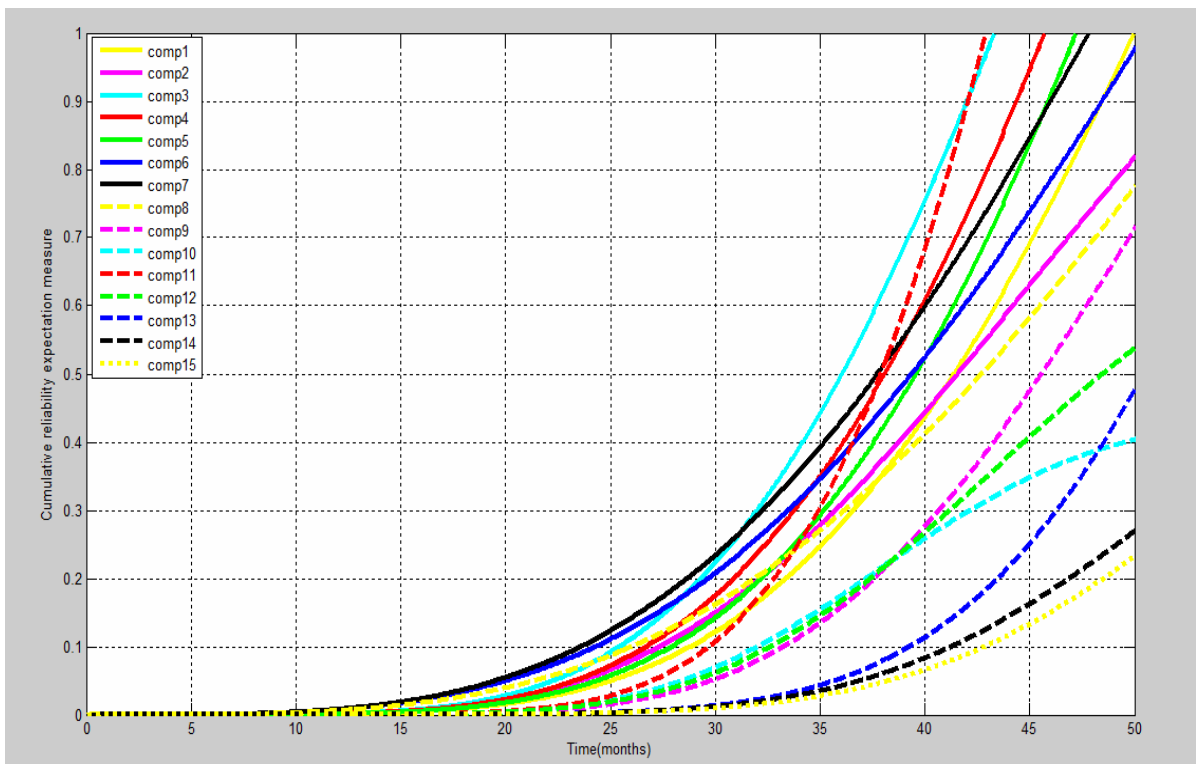


圖 7. 累積可靠度期望值指標值的分佈曲線。

表 7. 第三個模擬案例之各元件重要性指標值(t=20)

指標	I_B	I_{CR}	I_{FV}	I_{IP}	RAW	RRW	I_{REM}	I_{CREM}
元件 1	0.1685	0.0701	0.4157	0.0626	1.5916	Infinite	0.0787	1.8286
元件 2	0.0203	0.0069	0.0613	0.0061	1.0580	1.1545	0.0086	0.1100
元件 3	0.0339	0.0069	0.0613	0.0061	1.0580	1.3548	0.0101	0.1156
元件 4	0.0754	0.0381	0.2720	0.0340	1.3214	1.6420	0.0374	1.0764
元件 5	0.0631	0.0381	0.2720	0.0340	1.3214	1.3789	0.0314	0.8565
元件 6	0.0587	0.0216	0.1728	0.0194	1.1828	1.5914	0.0259	0.6837
元件 7	0.0413	0.0216	0.1728	0.0194	1.1828	1.2613	0.0206	0.5397
元件 8	0.1158	0.0111	0.0957	0.0099	1.0936	Infinite	0.0181	0.3838
元件 9	0.1067	0.0010	0.0089	0.0009	1.0080	Infinite	0.0017	0.0170
元件 10	0.1102	0.0048	0.0439	0.0043	1.0408	Infinite	0.0083	0.1308
元件 11	0.1656	0.0669	0.4033	0.0597	1.5639	Infinite	0.0764	3.8005
元件 12	0.1364	0.0341	0.2500	0.0305	1.2879	Infinite	0.0473	1.0446
元件 13	0.1243	0.0205	0.1654	0.0184	1.1735	Infinite	0.0313	0.5093
元件 14	0.1314	0.0286	0.2173	0.0255	1.2411	Infinite	0.0411	0.4385
元件 15	0.1129	0.0078	0.0693	0.0070	1.0661	Infinite	0.0131	0.1343

表 8. 第三個模擬案例之各元件重要性指標值排序(t=20)

指標	I_B	I_{CR}	I_{FV}	I_{IP}	RAW	RRW	I_{REM}	I_{CREM}
元件 1	1	1	1	1	1	1	1	2
元件 2	15	10	10	10	10	7	13	14
元件 3	14	10	10	10	10	5	12	13
元件 4	10	3	3	3	3	2	5	3
元件 5	11	3	3	3	3	4	6	5
元件 6	12	6	6	6	6	3	8	6
元件 7	13	6	6	6	6	6	9	7
元件 8	6	8	8	8	8	1	10	10
元件 9	9	12	12	12	12	1	15	15
元件 10	8	11	11	11	11	1	14	12
元件 11	2	2	2	2	2	1	2	1
元件 12	3	4	4	4	4	1	3	4
元件 13	5	7	7	7	7	1	7	8
元件 14	4	5	5	5	5	1	4	9
元件 15	7	9	9	9	9	1	11	11

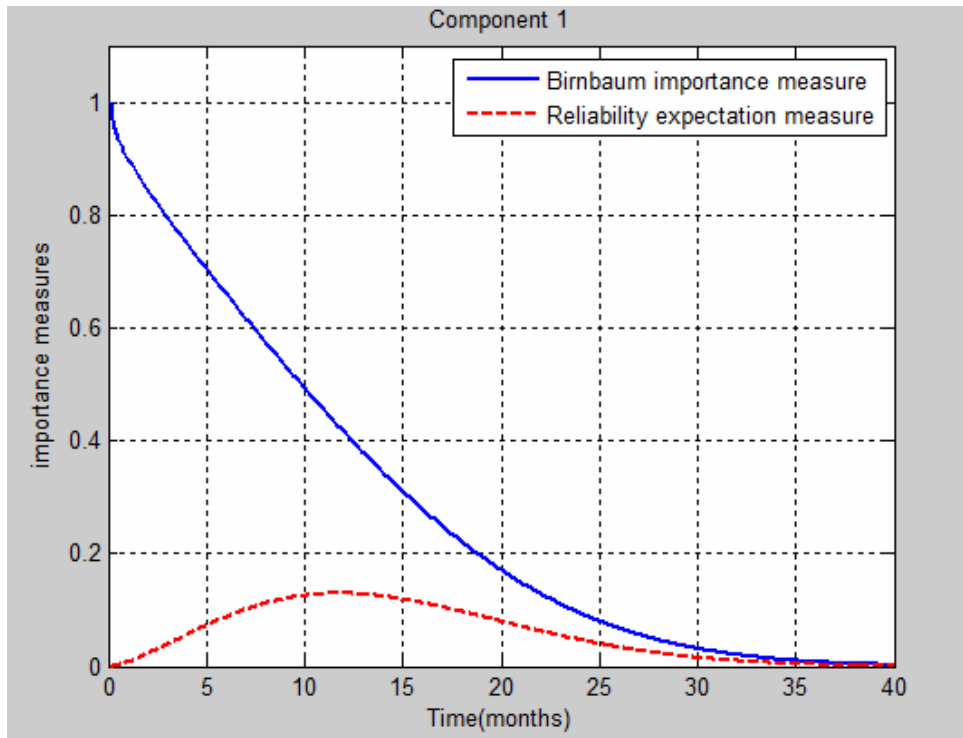


圖 8. 元件 1 之 Birnbaum 重要性指標值與可靠度期望值指標值的比較曲線。

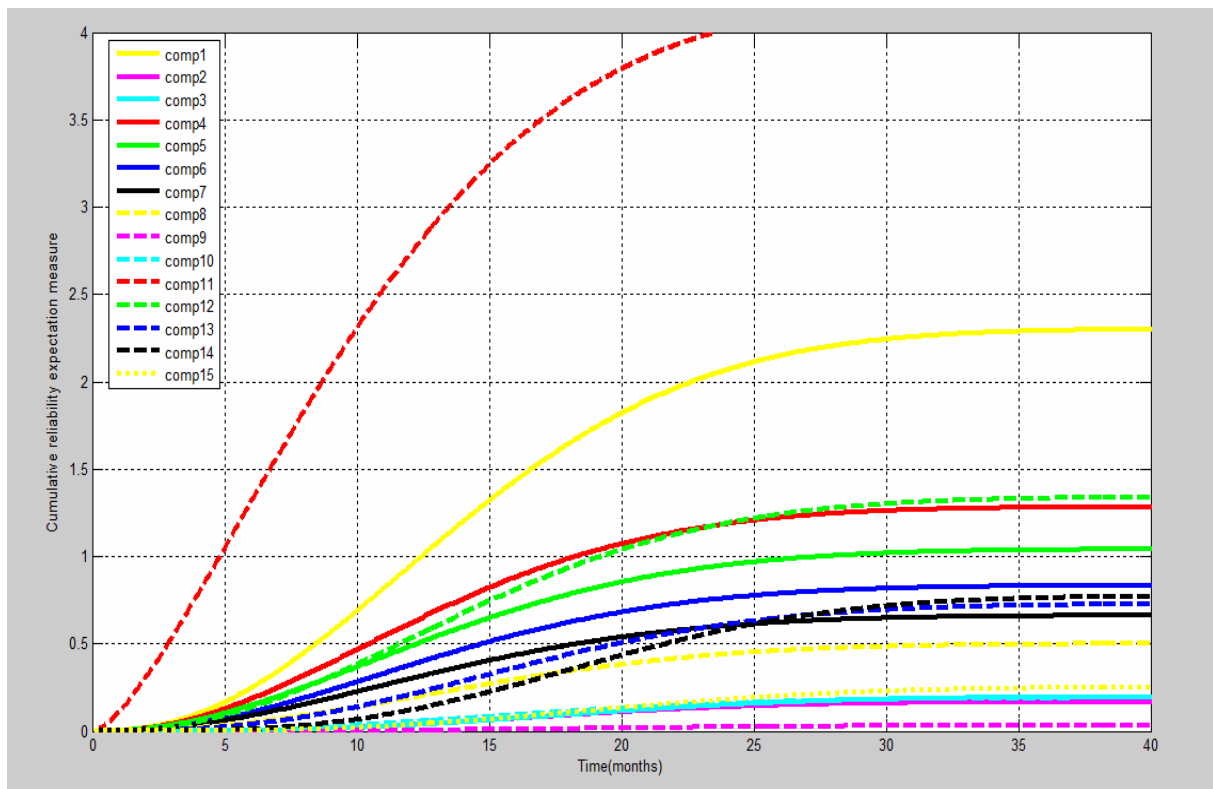


圖 9. 累積可靠度期望值指標值的分佈曲線。

五、結論

本研究改良過去所提出重要性指標之缺點與限制，而發展可靠度期望值指標與累積可靠度期望值指標，並經由三個不同結構之串並聯系統，計算與分析不同重要性指標值，以驗證所發展指標確實能克服過去這些指標的使用缺點與限制。所發展的可靠度期望值指標，衡量元件可正常操作與發生失效之機率，確實地反應元件於複雜串並聯系統的實際操作狀態，可改善 Birnbaum 重要性指標高估元件重要性的缺點，亦可克服關鍵性重要性指標、Fussell-Vesely 重要性指標、改善潛能重要性指標與風險達成指標無法辨別並聯次系統中之元件重要性的限制，因此，此一指標可適切應用於可靠度設計上，提供系統可靠度改善的方向，而累積可靠度重要性指標，則可以改善以往所發展指標僅考慮單一時間點之元件重要性的缺點，使重要性指標可適切應用於維修工程中，提供維修者建立維修策略之參考。本研究雖然僅以三個模擬案例進行驗證，然而在其他不同的系統結構、失效機率分佈與隨機排列參數的狀況下進行模擬，均可獲得一致性的結論，因此，本研究所發展的指標，可以更進一步拓展重要性指標於可靠度設計與維修工程中的實務應用性。

參考文獻

- [1] Pierskalla, W. P. and Voelker, J. A., "A Survey of Maintenance Models: the Control and Surveillance of Deteriorating Systems," *Nav Res Logistics Q*, Vol. 23, pp. 353-388, 1976.
- [2] Valdez-Flores, C. and Feldman, R. M., "A Survey of Preventive Maintenance Models for Stochastic Deteriorating Single-Unit Systems," *Nav Logistics Q*, Vol. 36, pp. 419-446, 1989.
- [3] Wang, H. Z., "A Survey of Maintenance Policies of Deteriorating Systems," *European Journal of Operational Research*, Vol. 139, pp. 469-489, 2002.
- [4] Nakagawa, T., Maintenance Theory of Reliability, Springer, London, Chap. 2, pp. 39-66, 2005.
- [5] Nakagawa, T. and Mizutani, S., "A Summary of Maintenance Policies for a Finite Interval," *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 94, pp. 89-96, 2009.
- [6] Danny, I. C. and Mahmut, P., "A Survey of Maintenance Models for Multi-Unit Systems," *European Journal of Operational Research*, Vol. 51, pp. 1-23, 1991.
- [7] Hartman, J. C. and Ban, J., "The Series-Parallel Replacement Problem," *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, Vol. 18, pp. 215-221, 2002.
- [8] Bai, J. and Pham, H., "Cost Analysis on Renewable Full-Service Warranties for Multi-Component Systems," *European Journal of Operational Research*, Vol. 168, pp. 492-508, 2006.
- [9] Rachaniotis, N. P. and Pappis, C. P., "Preventive Maintenance and Upgrade System: Optimizing the Whole Performance System by Components' Replacement or Rearrangement," *International Journal of Production Economics*, Vol. 112, pp. 236-244, 2008.
- [10] Birnbaum, Z. W., "On the Importance of Different Components in a Multicomponent System," *Multivariate Analysis 2*, Academic Press, San Diego, pp. 581-592, 1969.
- [11] Lambert, H. E., "Measures of Importance of Events and Cutsets in Fault Trees, Reliability and Fault Tree Analysis," SIAM press, Philadelphia, pp. 77-100, 1975.
- [12] Fussell, J. B., "How to Calculate System Safety and Reliability Characteristics," *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 24, No. 3, pp. 169-174, 1975.
- [13] Hoyland, A. and Rausand, M., System Reliability Theory: Models, Statistical Methods and Applications, Wiley-Interscience, NJ, Chap. 5, pp. 195-211, 1993.
- [14] Cheok, M. C., Parry, G. W., and Sherry, R. R., "Use of Importance Measures in Risk-informed Regulatory Applications," *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 60, pp. 213-226, 1998.
- [15] Vasseur, D. and Llory, M., "International Survey on PSA Figures of Merit," *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 66, pp. 261-274, 1999.

- [16] Borst, M. V. and Schoonakker, H., “An Overview of PSA Importance Measures,” *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 72, pp. 241-245, 2001.
- [17] Gandini, A., “Importance and Sensitivity Analysis in Assessing System Reliability,” *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 39, No. 1, pp. 61-70, 1990.
- [18] Bris, R., Chatelet, E., and Yalaoui, F., “New Method to Minimize the Preventive Maintenance Cost of Series-Parallel Systems,” *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 82, pp. 247-255, 2003.
- [19] Espiritu, J. F., Coit, D. W., and Prakash, U., “Component Criticality Importance Measures for the Power Industry,” *Electric Power Systems Research*, Vol. 77, pp. 407-420, 2007.